

Автор выражает благодарность Л. В. Альтшулеру и И. И. Шарипджанову за ценные советы и помощь, оказанную при выполнении этой работы.

Поступила 28 III 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшулер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений.— УФН, 1965, т. 88, с. 197.
2. McQueen R. G., Marsh S. P., Fritz J. N. Hugoniot equation of state of twelve rocks.— «J. Geophys. Res.», 1967, vol. 20, p. 72.
3. Кусов Н. Ф., Шарипджанов И. И. Семейство адиабат Пуассона для мрамора.— ФТПРПИ, 1970, № 2.
4. Альтшулер Л. В., Шарипджанов И. И. Аддитивные уравнения состояния силикатов при высоких давлениях.— «Изв. АН СССР. Физика Земли», 1971, № 3, с. 11.
5. High-velocity impact phenomena. Ed. by Ray Kinslow. N. Y.— L., Academic press, 1970. Рус. пер. Высокоскоростные ударные явления. М., «Мир», 1973.
6. Гоголев В. М., Мыркин В. Г., Яблокова Г. И. Приближенное уравнение состояния твердых тел.— ПМТФ, 1963, № 5, с. 93.
7. Корявов В. П. Приближенное уравнение состояния твердых тел.— ПМТФ, 1964, № 5, с. 123.
8. Prieto F. E. A law of corresponding states for materials at shock pressures.— «J. Phys. Chem. Solids.», 1974, vol. 35, p. 279.
9. Prieto F. E. System-independent release adiabats from shocked states.— «J. Phys. Chem. Solids.», 1975, vol. 36, p. 871.
10. Prieto F. E., Renero C. The equation of state of solids.— «J. Phys. Chem. Solids.», 1976, vol. 37, p. 151.
11. Schroeder R. C., McMaster W. H. Shock compression freezing and melting of water and ice.— «J. Appl. Phys.», 1973, vol. 44, N 6, p. 2591.
12. Horie Y. Melting and Hugoniot equation.— «J. Phys. Chem. Solids.», 1967, vol. 28, p. 1569.
13. Fowles G. R. Attenuation of the shock wave produced in a solid by a flying plate.— «J. Appl. Phys.», 1960, vol. 31, N 4, p. 655.
14. Рыбаков А. П. Затухание ударной волны при соударении пластин.— ПМТФ, 1976, № 5, с. 147—149.

УДК 532.593

#### ВОЛНЫ НАПРЯЖЕНИЙ В ГРУНТАХ ПРИ НАЛИЧИИ КАВИТАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

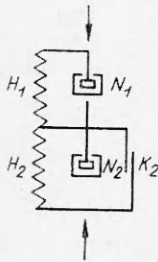
В. А. Котляревский, Е. Г. Майорова, А. И. Шишкин

(Москва)

Внутренние разрушения в различных материалах, связанные с отражением от свободных границ волн напряжений, вызванных кратковременными импульсами [1], осложняют решение волновых задач. Возможность трещинообразования (кавитации) при ударе по упругопластическому стержню показана в работе [2], в [3] в общих чертах описана процедура корректировки в расчете методом сеток осесимметричных упругопластических течений среды при взрывном воздействии, связанная с процессом трещинообразования. В данной работе приводится формулировка и численное решение одномерной задачи об импульсивном нагружении слоя грунта в поле силы тяжести. Модель грунта принята по несколько модифицированной реологической схеме Денисова — Мураямы, соответствующей свойствам глинистых грунтов при объемной деформации [4].

Полагается, что среда обладает пределом прочности на разрыв, что в определенных условиях обуславливает возникновение и схлопывание трещин. Приводится сопоставление расчетов с экспериментом, проведенным на крупнодисперсном уруговязком материале.

1. Рассматривается одномерная задача о вертикальном столбе, опертом на жесткую преграду (нагрузка прикладывается к свободной поверхности или создается движением преграды). В связи с возможностью появления в среде ударных и кавитационных фронтов обычно требуется постановка условий на этих подвижных границах. Используются конечно-элементная аппроксимация уравнений процесса и метод сквозного счета с искусственной вязкостью типа Неймана — Рихтмайера [5], обеспечивающие автоматический учет разрывов сплошности, а также (несколько размазанных) ударных переходов. В алгоритме задачи кавитационные эффекты контролируются с помощью логических операторов.



Ф и г. 1

Модель сплошных участков среды для условий осевого сжатия (фиг. 1) сконструирована из элементов упругих  $H_j(p^0 = C_j \xi)$ , вязких  $N_j(p^0 = \mu_j \dot{\xi})$  и кулонова трения  $K(p^0 = \sigma_+ \operatorname{sgn} \dot{\xi}$  при  $\dot{\xi} \neq 0$  и  $\dot{\xi} = 0$  при  $|p^0| < \sigma_+$ ), обуславливающего частичную необратимость деформации. Здесь  $p^0$ ,  $\xi$  — давление и относительная деформация сжатия отдельного элемента;  $C_j$  — модуль упругости;  $\mu_j$  — коэффициент вязкости ( $j = 1, 2$ );  $\sigma_+$  — предел текучести;  $(\dot{\quad}) \equiv \partial(\quad)/\partial t$ ,  $t$  — время. Считается, что  $\mu_1 \ll \mu_2$ , причем  $\mu_1$  по порядку величины соответствует искусственной вязкости. Таким образом, при нагружении упругое поведение ограничено величиной  $\sigma_+$ , за пределами которой проявляются уруговязкопластические свойства. При сравнительно высоких давлениях  $p$  (когда  $p \gg \sigma_+$ ) влияние  $\sigma_+$  мало и уруговязкое поведение модели соответствует обобщенной модели Фойгта с двумя временами запаздывания. Чтобы в данном случае воспроизвести экспериментальные значения остаточной деформации, параметру  $\sigma_+$  достаточно (в процессе разгрузки) придать повышенное значение (т. е. в ходе решения задачи величине  $\sigma_+$  придается одно из двух значений:  $\sigma_+^{(1)}$  — при нагружении и  $\sigma_+^{(2)}$  — при разгрузке).

Модель имеет структурную формулу  $(H_1|N_1) - (H_2|N_2|K)$ , в которой вертикальная черта означает параллельное, а горизонтальная — последовательное соединение элементов. Наличие диссипативных элементов приводит к набору диаграмм давление — деформация ( $p \sim \varepsilon$ ), форма которых зависит от режима деформирования. При весьма высоких скоростях и малых величинах  $\mu_1$  (порядка искусственной вязкости) верхняя огибающая диаграмм будет соответствовать диаграмме звена с  $j = 1 (H_1|N_1)$ , слабо зависящей от скорости деформации. При медленном (квазистатическом) деформировании среды ее свойства выражаются структурной формулой  $(H_1 - (H_2|K))$ . Моделью фиг. 1 обобщаются менее сложные реологические тела: Максвелла, Фойгта, Прандтля, Шведова — Бингама, стандартное линейное тело, применявшиеся ранее при идентификации поведения различных грунтов [4].

Закон деформирования для модели фиг. 1 имеет вид ( $\mu_1 + \mu_2 \neq 0$ )

$$(1.1) \quad p = C_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1;$$

$$(1.2) \quad \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon} \quad (|R| < \sigma_+, \quad R \equiv C_1 \varepsilon_1 + \mu_1 \dot{\varepsilon}_1 - C_2 \varepsilon_2);$$

$$(1.3) \quad (\mu_1 + \mu_2) \dot{\varepsilon}_1 + (C_1 + C_2) \varepsilon_1 = \mu_2 \dot{\varepsilon} + C_2 \varepsilon + \sigma_+ \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_2 (\dot{\varepsilon}_2 \equiv \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_1 \neq 0);$$

$$(1.4) \quad \sigma_+ = \begin{cases} \sigma_+^{(1)} & (R > 0), \\ \sigma_+^{(2)} & (R < 0), \end{cases}$$

где  $R$  — давление в элементе  $K$  при  $\dot{\varepsilon}_2 = 0$  (т. е. без проскальзывания);  $\varepsilon_1 \varepsilon_2$  — деформация верхнего и нижнего ярусов (звеньев) модели соответственно;  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$  — полная относительная деформация. При первичном нагружении  $\varepsilon_2 = 0$  и поведение среды определяется соотношениями (1.1), (1.2). С момента нарушения условия  $t = t^*$  для (1.2) интегрируется уравнение (1.3), причем учитывается непрерывность  $\varepsilon_1$  и переходное условие  $\operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}_2(+t^*) = \operatorname{sgn} R(-t^*)$ . Затем, если в процессе разгрузки нарушается условие для (1.3), контролируемое изменением знака скорости  $\dot{\varepsilon}_2$ , трение в  $K$  прекращается и осуществляется возврат к (1.2), причем деформация  $\varepsilon_2$  остается постоянной, пока  $\dot{\varepsilon}_2 = 0$ , и т. д. Соотношение (1.4) вырабатывает значение  $\sigma_+$  в уравнении (1.3) и в условии для (1.2) при произвольных режимах изменения  $p(t)$  (начальное значение  $\sigma_+ = \sigma_+^{(1)}$ ). В дальнейшем предполагается, что начальная деформация среды, сжатой бытовым давлением, обусловлена жесткостью элемента  $H_1$ , тогда как упругий элемент  $H_2$  полностью разгружен за счет побочных релаксационных механизмов. Это условие начального статического равновесия соответствует превышению значения  $\sigma_+^{(1)}$  над бытовыми давлениями вдоль всего грунтового столба, что приводит в среде к градиентности по параметру  $\sigma_+$ . Как показали пробные расчеты, данная модель воспроизводит волновые процессы в мягких грунтах при давлениях примерно до  $10^6$  Н/м<sup>2</sup>.

Вводится координата Лагранжа  $x$ , направленная вдоль вектора  $g$  ускорения свободного падения с началом  $x = 0$ , совмещенным со свободной поверхностью (мысленно разуплотненного снятием бытовых давлений) грунта с плотностью  $\rho_0$ . Бытовое давление  $p(x) = g \int_0^x \rho_0 dx$  вызывает де-

формации  $\varepsilon = p/C_1$  и смещения частиц в слое  $u(x, 0) = - \int_{l_0}^x \varepsilon(y) dy =$   
 $= - g \int_{l_0}^x C_1^{-1}(z) \int_0^z \rho_0(y) dy dz$ , где  $l_0$  — высота слоя в разуплотненном состоянии. Будем считать заданными среднюю плотность  $\rho$  и высоту  $l$  сжатого слоя, тогда  $l_0 = l + u(0, 0)$ ,  $\rho_0 = \rho l l_0^{-1}$ . При  $\rho_0 = \operatorname{const}$ ,  $C_1 = \operatorname{const}$   
 $u(0, 0) = \frac{1}{2} \rho_0 g l_0^2 C_1^{-1}$ ,  $l_0 = l \left( 1 - \frac{1}{2} g \rho l / C_1 \right)^{-1}$ ,  $\rho_0 = \rho \left( 1 - \frac{1}{2} g \rho l / C_1 \right)$ .

Уравнения движения и неразрывности участков сплошной среды имеют вид  $(\quad)' \equiv \partial(\quad)/\partial x$

$$(1.5) \quad \rho_0 \ddot{u} = -p' + g \rho_0;$$

$$(1.6) \quad \varepsilon = -u'.$$

Система уравнений (1.1) — (1.6) является замкнутой и описывает поведение сплошных участков среды между трещинами. Начальные условия определены смещениями  $u(x, 0)$  и нулевыми скоростями  $\dot{u}(x, 0) = 0$ . Граничные условия имеют вид при  $x = 0$   $p = H(t - t_1) f_1(t - t_1)$  и при

$x = l_0 \dot{u} = H(t)f_2(t)$ , где  $H(t)$  — функция Хевисайда;  $t_1$  — фазовый сдвиг граничных функций.

Для численного решения выписанные уравнения сохранения относятся к конечному элементу среды, что переводит краевую задачу в задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Разбивка среды на элементы с массой  $\rho_0 h$  на единицу площади производится плоскостями  $x_i = hi$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ),  $i = 0$  соответствует свободной поверхности,  $i = n$  — преграде. Шаг разбивки  $h = l_0/n$  определяется по числу  $n$  элементов. Система уравнений сохранения, отнесенная к конечному элементу среды (при центрировании инерционных свойств в точках  $x_{i\pm 1/2} = x_i \pm h/2$ , а деформационных — в  $x_i$ ), эквивалентна конечно-разностным уравнениям, если производные по координате ( )' в точках центрирования аппроксимировать в виде  $p_i' = \nabla p_i h^{-1}$ ,  $u_{i-1/2}' = \Delta u_{i-1/2} h^{-1}$  с помощью разностных операторов  $\nabla F_i = F(x_i) - F(x_i - h)$ ,  $\Delta F_i = F(x_i + h) - F(x_i)$ , производные по времени ( )' полагать обыкновенными и все функции отнесенными к соответствующим точкам центрирования.

Уравнения (1.5), (1.6) аппроксимируются в виде

$$(1.7) \quad \ddot{u}_{i-1/2} = -\nabla p_i (\rho_0 h)^{-1} + g;$$

$$(1.8) \quad \varepsilon_i = -\Delta u_{i-1/2} h^{-1}.$$

Деформация в точке  $i = n$ , граничащей с твердой стенкой, определяется соотношением  $\varepsilon_n = 2 \left( u_n - \int_0^t H(z) f_2(z) dz \right) h^{-1}$ , а в точке  $i = 0$  — по формулам (1.1)–(1.4) при  $p_0 = p(0, t)$ . Начальные условия также относятся к точкам центрирования.

В зависимости от физико-механических свойств среды условия возникновения разрывов сплошности могут быть различными. Ниже принимается, что среда имеет предел прочности на разрыв  $\sigma$ , а после схлопывания трещины в месте ее образования — нулевое сопротивление разрыву, причем давление в трещине равно нулю (возможное затекание газа в трещины от граничного давления не принимается во внимание).

Условия образования и закрытия трещины проверяются в точках  $i$ , т. е. на стыках дискретных элементов с учетом их непрерывного индивидуального деформирования (ползучести). Вычислительная процедура сводится к следующему. На каждом временном шаге  $\Delta t$  численного интегрирования уравнений во всех  $i$  проверяется условие  $p_i(t_i^0) \leq -|\sigma|$ . Его выполнение соответствует первичному разрыву сплошности в  $i$  в момент времени  $t_i^0$ , в связи с чем это значение  $i$  запоминается. При  $t > t_i^0$  для указанного значения  $i$  (с учетом непрерывности перемещений и массовых скоростей в момент перехода  $t_i^0$ ) по уравнению (1.7) при  $p_i \equiv 0$  продолжают вычисления  $u_{i\pm 1/2}$  и по (1.1)–(1.4) — индивидуальных деформаций  $\varepsilon_i$  до тех пор, пока существуют размеры  $\delta_i^0$  возникших трещин

$$\delta_i^0 = u_{i+1/2} - u_{i-1/2} + h\varepsilon_i \quad (t_i^0 < t < t_i^{00})$$

(для элемента, граничащего с твердой стенкой,  $h$  берется с коэффициентом  $1/2$ ). С момента  $t_i^{00}$  закрытия трещины ( $\delta_i^0(t_i^{00}) = 0$ ) производится возврат к уравнениям сплошной среды. Последующие разрывы проверяются по условию  $p_i \leq 0$ .

Указанная процедура контроля производится непрерывно, что позволяет учитывать неоднократное появление и схлопывание трещин. Таким

образом, если для участков сплошной среды интегрируются уравнения (1.7), (1.2) или (1.3), то для дискретных элементов, граничащих с трещинами, дополнительно интегрируется уравнение (1.1) при  $p_i = 0$ , причем уравнения (1.2), (1.3) используются для вычисления индивидуальных деформаций  $\varepsilon_i$ .

2. Для проверки влияния размера ячейки  $h$  на воспроизводимый в расчете характер трещинообразования проведены вычисления по нагружению слоя среды Фойгта ( $\rho_0 = 2,04 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_1 = 1,96 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>,  $\tau = \mu_1/C_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$  с) с нулевым сопротивлением разрыву высотой  $L = 2,5$  м, опертого на твердую преграду. Слой среды нагружен скачком давления  $p_0 = 2\rho_0 Lg$  в течение времени  $\theta = L(C_1/\rho_0)^{-1/2}$ . Так как  $\tau/\theta = 0,02 \ll 1$ , то поведение среды должно быть близким к упругому. В сплошном упругом слое длительности импульса  $\theta$  соответствует пробег упругой волны до твердой преграды, а растяжение, превышающее сжатие от собственного веса, впервые возникает при  $t/\theta = 2,5$ ,  $x/L = 0,5$ , распространяясь к границам слоя со скоростью упругой волны.

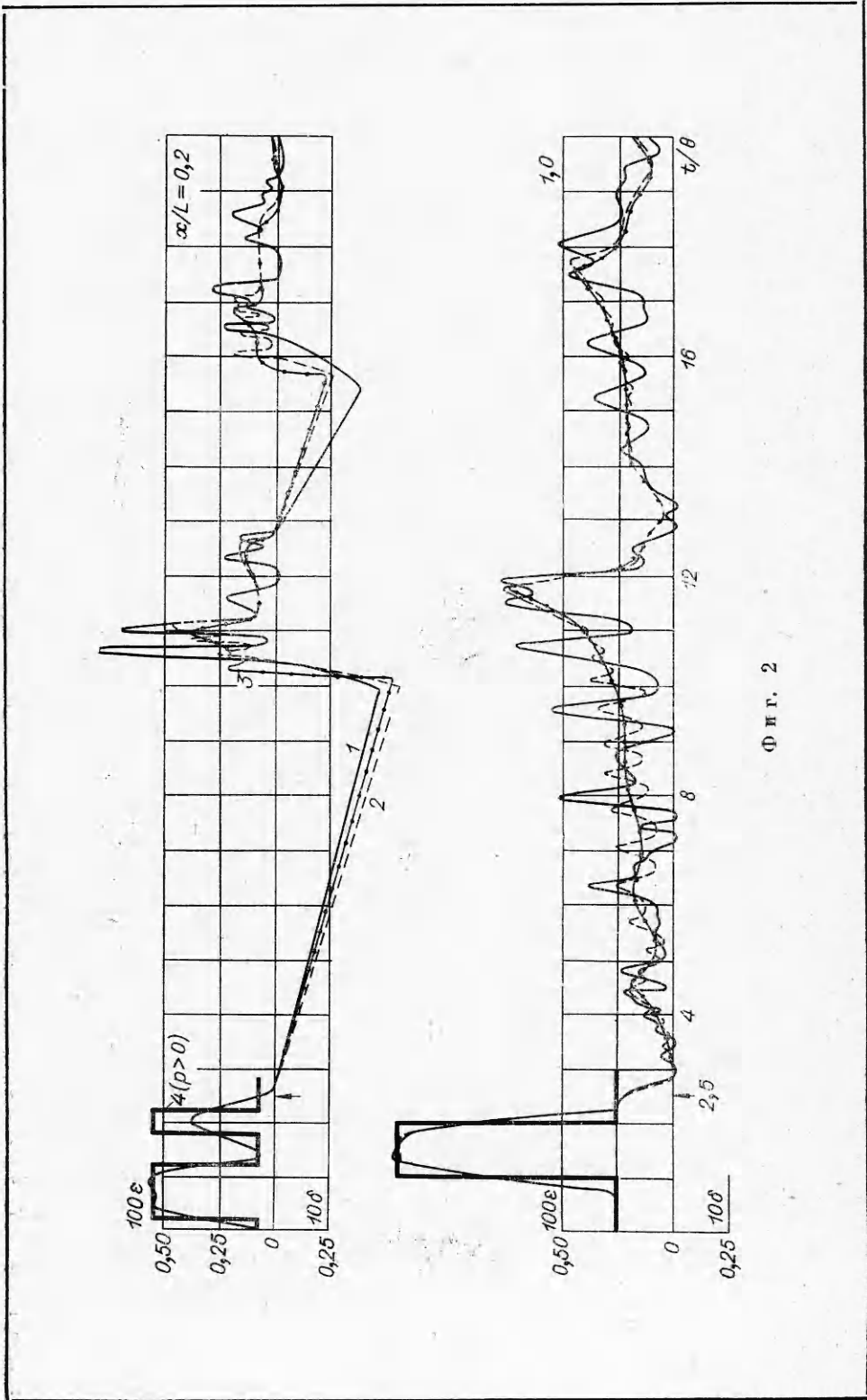
На фиг. 2 показано полученное в расчетах изменение со временем деформаций  $\varepsilon$  в различных сечениях слоя при  $h_1 \equiv h(\rho_0 C_1)^{1/2}/\mu_1 = 5; 2$  и  $0,5$  (кривые 1—3 соответственно). Шаг счета по времени принимался из условия  $\Delta t = \mu_1 h_1 K/C_1$ , в котором число  $K$  определялось из выражения  $K = [(1,5h_1^2 + 1)^{1/2} - 1](2h_1)^{-1}$  [6] при  $h < 2$  и  $K = 0,5$  при  $2 \leq h \leq 5$ . Вклад вязких напряжений в зонах высоких скоростей деформации не превышает 10%. Линиями 4 показана начальная фаза точного решения для упругого слоя, первоначально сжатого собственным весом, причем стрелкой помечено начало растяжения в центре слоя. В нижней части графиков показано изменение относительного размера  $\delta = \delta^0/h$  трещин в периоды, когда  $p = 0$  ( $\varepsilon \sim 0$ ). Кавитация в среде Фойгта возникает также в центре слоя в тот же момент времени, причем верхняя часть полуслоя почти мгновенно диспергирует. Волна первичной кавитации распространяется к преграде со скоростью  $\sim 1,1(C_1/\rho_0)^{1/2}$ , а фронт схлопывания трещин движется снизу вверх со значительно меньшей скоростью. Из графиков видна степень возрастания амплитуды флуктуаций с размером  $h$  конечного элемента, однако при  $h_1 \leq 2$  воспроизведение функций  $\varepsilon, \delta$  является достаточно стабильным во всем рассмотренном временном интервале, содержащем две фазы кавитации. Флуктуации прекращаются при  $h_1 \leq 0,5$  и решение становится не зависящим от размера элемента.

3. Приводятся результаты численного расчета взаимодействия волн сжатия с твердым телом, расположенным в грунте. Система уравнений п. 1 была дополнена уравнением движения тела

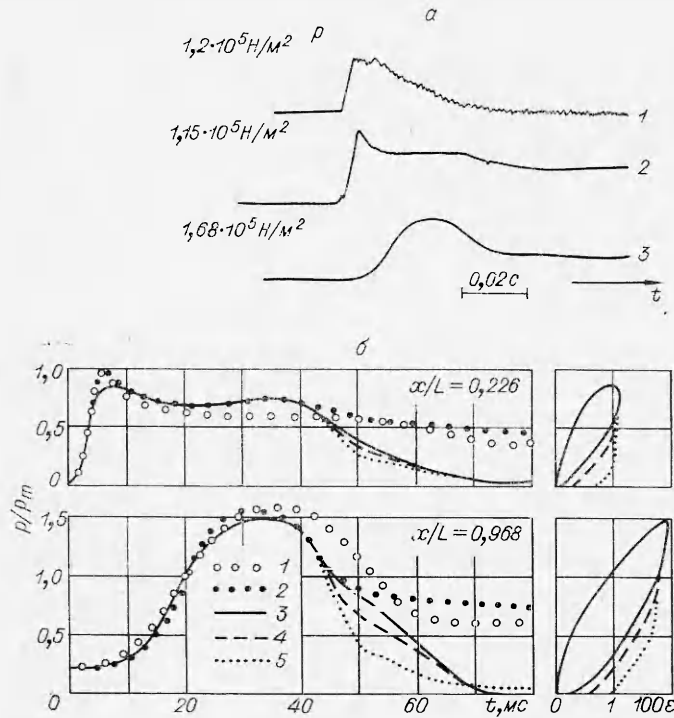
$$(3.1) \quad d^2U/dt^2 = - [p(x_* + \chi, t) - p(x_*, t)]m^{-1} + g,$$

где  $U$  — смещение тела толщиной  $\chi$ ;  $x_*$  — лагранжева координата его верхней грани;  $m$  — удельная масса тела. Уравнение (3.1) до образования и после схлопывания трещин дает граничные условия к уравнению (1.5) на двух участках среды, на которые слой разбивается телом:  $u(x_*, t) = u(x_* + \chi, t)$ ,  $u(x_*, t) - u(x_* + \chi, t)$ . Таким образом, (3.1) включается в систему обыкновенных уравнений (1.7), а при вычислении деформаций в среде на границах с твердым телом по формуле (1.8) величина  $h$  берется с коэффициентом 1/2.

Материальные константы модели среды были подобраны экспериментально (грунт — песок, весовая влажность 10—12%,  $\rho_0 = 1,47 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>). В первом приближении из опыта на ползучесть (при одноосной деформации тонкого слоя грунта от воздействия ступенчатой нагрузки



Фиг. 2



Ф и г. 3

$\sim 10^5$  Н/м<sup>2</sup>) были найдены равновесная податливость  $I$  и время  $\tau$ , соответствующее главному максимуму спектра запаздывания. Величина  $C_1$  принималась по скорости распространения слабых возмущений в грунте, а  $\mu_1$  — по условию для искусственной вязкости (см. п. 2), т. е.  $C_2 = C_1(C_1 I - 1)^{-1}$ ,  $\mu_2 = \tau C_2$ . Во втором приближении уточнялись величины  $C_2$ ,  $\sigma_+$  подгонкой расчетной конфигурации волн сжатия к эксперименту, проведенному на слое грунта, уложенного в прямоугольном лотке шириной 0,7 м, длиной 3 м и глубиной  $L = 1,7$  м с жесткими гладкими вертикальными стенками, смазанными вазелином и покрытыми полимерной пленкой. В грунте было расположено жесткое тело (параллелепипед) с параметрами  $\chi = 27$  см,  $m = 2,84 \cdot 10^2$  кг/м<sup>2</sup> ( $x_z = 38,5$  см).

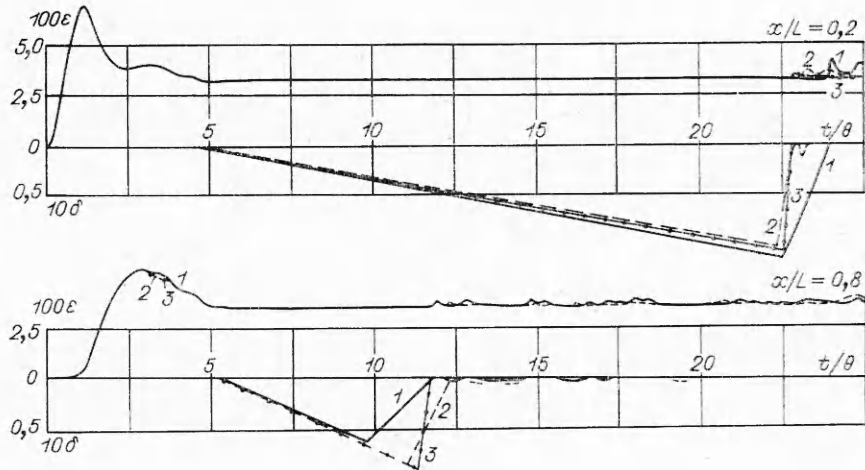
Воздушная ударная волна с давлением на фронте  $p_m = 1,2 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup> и длительностью  $\theta = 0,1$  с распространялась вдоль длинной стороны лотка, создавая давление на грунтовой поверхности.

На фиг 3, а приведены образцы осциллограмм граничного давления 1, давления на поверхности тела 2 и у дна лотка 3.

В расчетах использованы значения констант  $C_1 = 3,64 \cdot 10^7$  Н/м<sup>2</sup>,  $C_2 = 7,85 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>,  $\mu_1 = 1,28 \cdot 10^4$  Н·с/м<sup>2</sup>,  $\mu_2 = 2,25 \cdot 10^4$  Н·с/м<sup>2</sup>. Предел текучести принят линейно возрастающим с глубиной  $\sigma_+^{(i)} = a^{(i)} + b^{(i)}x$  ( $i = 1, 2$ ), причем  $\sigma_+^{(1)}$  слегка превышает бытовое давление:  $a^{(1)} = 2 \cdot 10^3$  Н/м<sup>2</sup>,  $b^{(1)} = b^{(2)} = \rho_0 g = 1,44 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup>; константа  $a^{(2)}$ , регулирующая темп разгрузки и остаточную деформацию, варьировалась.

Граничное давление введено в расчет таблично (согласно осциллограмме 1, фиг 3, а). Размер элемента среды принят  $h = 5,5$  см.

Результаты расчета — изменение со временем давлений и диаграммы давление — деформация на поверхности тела  $x/L = 0,226$  и у дна



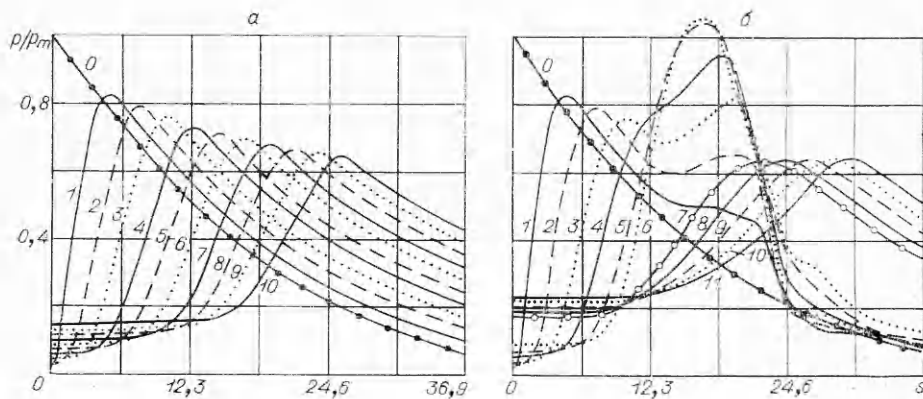
Ф и г. 4

лотка  $x/L = 0,968$  (соответствующие осциллограммам 2 и 3, фиг. 3, а) приведены на фиг. 3, б. Точками 1, 2 показаны давления в двух аналогичных опытах, а кривыми 3—5 — расчет соответственно при  $a^{(2)} = a^{(1)}$ ,  $a^{(2)} = 10a^{(1)}$ ,  $a^{(2)} = 25a^{(1)}$ . Возрастание параметра  $a^{(2)}$  не влияет на начальную фазу процесса и амплитуды давлений, но приводит к существенному увеличению остаточной деформации.

Трещинообразование в среде с параметрами грунта возможно при коротких импульсах. На фиг. 4 приведен расчет прохождения волн сжатия в однородном слое песка при воздействии скачка давления  $p_0 = 13,6 \rho_0 Lg$  длительностью  $\theta = L(C_1/\rho_0)^{-1/2}$  (принято  $a^{(2)} = 2,45 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ). Эти расчеты проведены при значениях  $h_1 = 4,55; 1,82; 0,455$  (кривые 1—3 соответственно), причем видна идентичность воспроизведения и раскрытия трещин. Различие в моментах схлопывания трещин при  $h = 1,82$  и  $0,455$  в диапазоне  $t/\theta = 10—24$  не превышает  $0,5\theta$  и не влияет на распределение остаточных деформаций в слое среды.

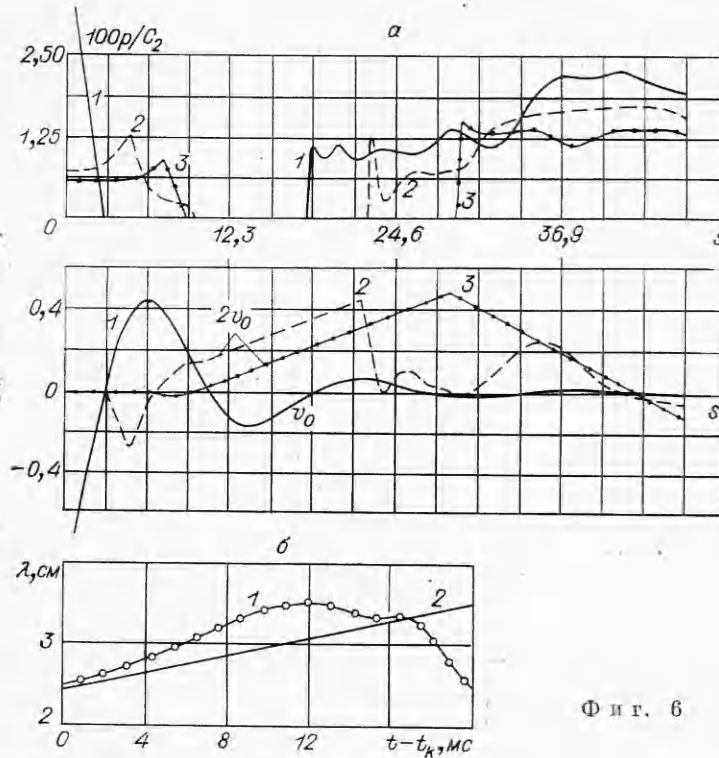
Иллюстрируется использование модели фиг. 1 для описания волновых процессов в мягких грунтах.

А. Распространение импульсов давления, приложенных к свободной поверхности слоя. В расчетах граничное давление принято в виде  $p =$



Ф и г. 5





Ф и г. 6

$= p_m(1 - t/\theta)^\alpha$ . Значения параметров  $p_m = 5 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>,  $\theta = 0,25$  с,  $\alpha = 4$ . На фиг. 5, а кривыми 1–10 показано изменение со временем давлений в волне сжатия в слое толщиной 25 м на глубинах от 0,5 до 5 м (через 0,5 м).

В расчетах размер элемента среды принят  $h = 25$  см, искусственная вязкость  $\mu_1 = 0,2 \cdot 10^5$  Н·с/м<sup>2</sup>,  $a^{(2)} \gg a^{(1)}$ , остальные константы среды те же, что и в п. 3 (на фиг. 5  $s \equiv t/\tau_2$ ).

Кривая 0 соответствует граничному давлению. Расчет ограничен (безразмерным) временем  $s = 37$ , пока влияние твердой границы несущественно, в связи с чем наблюдается угасание давлений с глубиной и со временем.

Влияние на волновую картину твердого тела ( $m = 4,43 \cdot 10^3$  кг/м<sup>2</sup>), расположенного на глубине 3 м, показано на фиг. 5, б. Здесь давление непосредственно над телом показано кривой 6, под ним — кривой 7 и далее через 0,5 м — кривыми 8–11. В данном расчете для грунта под телом параметр  $a^{(1)}$  увеличен на величину веса тела. Наличие массы в слое приводит к возникновению отраженной волны с давлением  $p/p_m = 1,05$ .

Б. Действие сейсмического возмущения на слой грунта, ограниченный сверху массой. Сейсмический эффект моделируется смещением твердой (нижней) границы слоя по закону Берлаге

$$(3.2) \quad u = a_0 \exp(-\varepsilon_0 t) \sin \omega t.$$

Толщина слоя мягкого грунта 2,5 м,  $a_0 = 2$  см,  $\varepsilon_0 = 39,8$  с<sup>-1</sup>,  $\omega = 125$  с<sup>-1</sup>, остальные параметры задачи те же, что и в предыдущем расчете. Принято, что среда имеет нулевое сопротивление разрыву.

На фиг. 6, а показано изменение давлений и массовых скоростей ( $v_0 \equiv \dot{u}(\omega a_0)^{-1}$ ) в слое со временем. Скорость, соответствующая граничной

функции (3.2), и давление под слоем показаны кривыми 1, скорость и давление на глубине 1 м — 2, а скорость тела и давление под ним — 3. Зоны с нулевым давлением соответствуют периодам раскрытия трещин. При падении на грунт подброшенного тела давление под ним достигает  $p = 0,015 C_2 = 2,7 \text{ mg}$ .

Приводится сопоставление расчета с экспериментом по осевому нагружению воздушной ударной волной пакета из тонких цилиндрических пластинок пенопласта ( $\rho_0 = 68,3 \text{ кг/м}^3$ ). Пакет, состоящий из десяти цилиндров диаметром 5 см и толщиной 1,5 см каждый, был установлен в вертикальном положении в герметичной камере из плексигласа с внутренним диаметром 5,2 см и слабо поджат сверху резиновой мембраной. Давление прикладывалось через мембрану, причем пакет деформировался в условиях одноосного напряженного состояния. Форма импульса хорошо аппроксимировалась выражением  $p = p_m(1 - t/\theta)^\alpha$ ,  $p_m = 7,35 \times 10^5 \text{ Н/м}^2$ ,  $\theta = 0,019 \text{ с}$ ,  $\alpha = 3$ .

В опытах с помощью скоростной киносъемки (3700 кадр/с) фиксировались возникновение и раскрытие щелей между цилиндрами пакета, для чего с противоположной стороны от кинокамеры был установлен источник света. Раскрытию щели соответствовала светящаяся полоса на киноплёнке, причем ширина полосы в связи с дифракцией света превышала ширину щели. Поэтому при обработке экспериментов измерялись расстояния между центрами светящихся полос.

Опытами установлено, что с момента  $t = t_k$  пакет почти мгновенно диспергирует, а при  $t - t_k = 8 \text{ мс}$  начиналось торможение разлета, связанное с сопротивлением мембраны. На фиг. 6, б кривой 1 показано изменение со временем расстояния  $\lambda(t)$  между центрами двух светящихся полос, одна из которых находилась между 6 и 7, а другая — между 8 и 9 цилиндрами (считая сверху).

Для расчета предварительно в опытах на ползучесть были получены константы материала применительно к двухэлементной модели Фойгта:  $C_1 = 7 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ ,  $C_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ ,  $\mu_1 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$ ,  $\mu_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{с/м}^2$ . Результаты расчета, проведенного на воздействие указанного выше нестационарного импульса (при  $\sigma_+ = 0$ ,  $h = 1,5 \text{ см}$ ) в виде функции  $\lambda(t)$  показаны кривой 2. Начало щелеобразования в расчете и опытах совпало с высокой точностью и соответствует значению  $t_k = 20 \text{ мс}$ .

Авторы выражают благодарность С. С. Григоряну за внимание к работе и ее обсуждение.

Поступила 21 II 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кольский Г., Рейдер Д. Волны напряжений и разрушение. — В кн.: Разрушение. Т. 1. М., «Мир», 1973.
2. Константинов Г. Г., Марченко Л. Л., Шхинек К. Н. О распространении волн в ограниченном упругопластическом стержне при продольном ударе. — ФГВ, 1965, № 4.
3. Майнчен Дж., Сак С. Метод расчета «Тензор». — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
4. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М., Стройиздат, 1971.
5. Von Neumann J., Richtmyer R. D. A method for the numerical calculations of hydrodynamical shocks. — «J. Appl. Phys.», 1950, N 21, p. 232.
6. Котляревский В. А., Чистов А. Г. Численный анализ дифракции волн в упруго-вязких средах при плоской деформации. — «Изв. АН СССР. МТТ», 1976, № 3.