

УДК 51:101.8

DOI: 10.15372/PS20240403

EDN LOJUEX

В.М. Резников**ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ И НЕВООБРАЗИМОЙ
ЭФФЕКТИВНОСТИ МАТЕМАТИКИ**

Известно утверждение нобелевского лауреата Юджина Вигнера о том, что инвариантность законов в современной физике является гипотетической причиной эффективного применения математики в этой области знания. Он полагал, что адекватность современной математики для описания физического знания имеет статус эмпирического закона эпистемологии. В данной статье с помощью анализа работ в области искусственного интеллекта получено подтверждение гипотезы Вигнера. В качестве примера приводятся работы Дж. Перла, одного из основателей теории базовых концепций искусственного интеллекта, в которых демонстрируется эффективное применение математики для исследования инвариантных закономерностей в информатике, описываемых с помощью причинных отношений.

Ключевые слова: физика; инвариантность; математика; философия; формализм

V.M. Reznikov**ON EFFECTIVENESS AND UNREASONABLE
EFFECTIVENESS OF MATHEMATICS**

There is a widely known statement of Nobel laureate Eugene Wigner that the invariant character of laws in modern physics is a hypothetical cause of the effective application of mathematics in this field of knowledge. He believed that the adequacy of contemporary mathematics for describing physical knowledge has the status of an empirical law of epistemology. In this article, by analyzing works in the field of artificial intelligence, the author confirmed Wigner's hypothesis. As an example, the works of Pearl, one of the founders of the theory of artificial intelligence, are mentioned, which demonstrate the effective application of mathematics to the study of invariant regularities in computer science described using causal relationships.

Keywords: physics; invariance; mathematics; philosophy; formalism

Проблема применимости математики не является популярной в философской литературе. Разнообразные, в том числе и социальные, причины такого положения дел были достаточно детально описаны в монографии выдающегося, недавно ушедшего из жизни философа Яна Хакинга [6]. Нельзя сказать, что проблема применимости знания вообще не привлекала внимание философов. Так, известные философы, творчество которых относится к прошлому столетию, Марк Полани и Герберт Райл обоснованно продемонстрировали, что глубокое понимание изучаемых положений дел происходит в результате применения знания [3; 4]. Особую роль применимости знания отмечали не только философы: так, один из самых знаменитых математиков Андрей Николаевич Колмогоров писал, что успехи в основаниях математики заслонили собой отдельную значимую проблему применения математики [2].

В последнее время в философском сообществе отношение к проблеме применимости математики несколько меняется в положительном направлении. Исследования по этой проблеме становятся более популярными, и в основном они относятся к одному из двух направлений, формулируемых как «неустранимость математики из наиболее обоснованных теорий» и «непостижимая эффективность математики в естествознании». Второе направление обязано одноименной статье Юджина Вигнера «О непостижимой эффективности математики в естественных науках» [1].

Несмотря на то что статья Вигнера была написана в 1959 г. и ей было посвящено множество публикаций, она, как справедливо утверждается в работе А. Ислами [7], до сих пор не полностью усвоена. По мнению Ислами, об этом свидетельствует то, что в известных публикациях не проанализирован собственный подход Вигнера к причинам эффективности современной математики в физике. Я разделяю мнение о неполном усвоении статьи Вигнера. Дело в том, что работа Вигнера является сложной и в ней кроме собственно вопросов, связанных с эффективностью математики, исследуются проблемы, выходящие далеко за пределы применимости математики. В частности, Вигнер уделяет внимание таким вопросам, как существование законов природы, которые оказываются познаваемыми, проблема единственности физики или возможности и реальности альтернативной физической науки, и другим значимым вопросам, относящимся не только к физике, но и к философии науки, эпистемологии и иным областям знания. Я поддерживаю

А. Ислами [7] в том, что статья Вигнера до сих пор не полностью понята, на основании собственных аргументов. Так, согласно моему критерию понимания, статья того или иного автора усвоена, если в публикациях, где она анализируется, предлагаются аргументы, подтверждающие позицию автора или опровергающие его базовые идеи. Однако в настоящее время мне неизвестны публикации, в которых напрямую подтверждаются или опровергаются основные положения, выдвинутые Вигнером, поэтому анализ его публикаций оказывается актуальным.

Судя по названию статьи Вигнера, она посвящена проблеме эффективных и даже невообразимо эффективных приложений математики к физике и другим естественно-научным дисциплинам. Однако у Вигнера нет ни определения эффективности математики, ни обсуждений примеров эффективности математики в различных науках. Он с самого начала полагает математику эффективной и обсуждает вопрос о ее невообразимой эффективности. По Вигнеру, математика оказывается невообразимо эффективной, так как она разрабатывается математиками исходя из внутренних запросов математики, тенденций ее развития, эстетических вкусов математиков и при этом не принимаются во внимание проблемы приложений математики к физике и другим наукам. Отметим, что Вигнер был не первым, кто невообразимую эффективность математики связывал с тем, что она развивается автономно, без учета дальнейших приложений. Подобные мысли об эффективности математики, были ранее сформулированы Альбертом Эйнштейном.

Итак, Вигнер заранее предполагает математику эффективной и поднимает проблему невообразимой эффективности. Очевидно, что говорить о невообразимой эффективности математики, не предполагая ее эффективной, бессмысленно. Поэтому базовый тезис статьи Вигнера таков: *если математика в физике эффективна, то она невообразимо эффективна*.

Получается, что основная идея Вигнера выглядит так: если *A*, то *B*. А на языке логики базовый тезис Вигнера формализуется следующим образом:

$$A \rightarrow B \quad (1),$$

(при этом *A* – это утверждение об эффективности математики, а *B* – утверждение о ее невообразимой эффективности).

Теперь опишем структуру публикаций, которые подтверждают базовую идею Вигнера, а также структуру работ, опровергающих эту идею. Начнем с работ, в которых подтверждается идея Вигнера, их структура такова:

$$A' \rightarrow B \quad (2),$$

(при этом A' – это обобщение A , например если A – это эффективность математики применительно к физике, то A' – это эффективность математики еще в какой-то области, скажем в биологии.

Теперь опишем структуру работ, опровергающих идею Вигнера. Их структура такова: из A не следует B , или из A следует не B , т.е.:

$$A \rightarrow \neg B \quad (3).$$

Далее кратко опишем структуру работ, посвященных эффективности математики, в которых анализируется публикация Вигнера. К первой группе относятся работы, в которых обосновывается эффективность математики в отличных от физики областях знания, например в биологии, экономике и других науках. При этом в них обходится стороной вопрос о невообразимой эффективности математики, и тогда они не обеспечивают подтверждение базовой идеи Вигнера.

Ко второй группе относятся работы, в которых опровергаются особая объективность математики и ее эффективность, например, в современной электронике. К этому направлению относится, в частности, интересная работа Д.Э. Абботта [5]. В этой работе опровергается как тезис, так и заключение утверждения (1). Структура этой работы такова:

$$\neg A \rightarrow \neg B \quad (4),$$

Поэтому напрямую она не является опровержением тезиса Вигнера.

В третьей группе работ предлагается обоснование эффективности математики в классической физике и аргументируется, что эффективность вполне постижима. Тем самым опровергается верность тезиса Вигнера о непостижимой эффективности математики по отношению к классической физике.

Отметим, что обоснование эффективности математики по отношению к классической физике не является сложной проблемой. Если обратиться к истокам математики, то первоначально она была частью физики, поэтому не вызывает сомнений адекватность классической математики по отношению к физике своего времени. После выделения математики в самостоятельную дисциплину она некоторое время продолжает развивать раннюю проблематику, которая была связана с запросами физики.

Какие еще существуют мосты, связывающие математику и физику? Одним из таких мостов является прикладная математика. Дело в том, что математические методы часто применяют при решении сложных, ответственных задач, например при разработке новой техники в различных отраслях промышленности. Некоторые формализации возникающих проблем успешно решаются известными математическими методами, однако в ряде ситуаций известные математические средства оказываются неэффективными. В таком случае возникает естественный запрос к профессиональным математикам на разработку новых математических подходов. И еще одна связь математики с физикой основана на том, что некоторые математики профессионально изучали физику, например С.П. Новиков.

Необходимо отметить, что описанные мной положения дел, которые связывают математику и физику, не могут обеспечить постоянную творческую связь математики и физики. Для эффективного применения математики в физике на постоянной основе требуются иные более естественные и основательные механизмы творческой связи этих наук. Одно из таких объяснений эффективного применения математики в современной физике было предложено Вигнером.

Подход Вигнера к объяснению эффективности математики в современной физике является оригинальным: ключ к эффективности математики он находит не в особенностях математики, а в своеобразии физических законов. Согласно Вигнеру, эффективность математики в современной физике объясняется особенностями физики, а именно тем, что в ней первостепенное значение играют инварианты. Конечно, уже в классической физике были известны инварианты, однако в физическом знании инварианты имели вспомогательное значение по сравнению с физическими законами. Необходимо отметить, что до работ Эйнштейна по теории относительности инварианты играли в физике подчиненную роль. Однако в работах в области теории относительности ситуация противоположная,

и основные результаты были получены на основе инвариантов. Сразу после создания теории относительности отношение физиков к инвариантам не изменилось, их роль в физике оставалась вспомогательной. Большое влияние на популярность инвариантов в физике оказали работы Вигнера по квантовой механике, в них законы в этой области физики формулируются с помощью инвариантов.

Отметим, что Вигнер не считал, что предложенный им механизм связи современной физики и математики носит необходимый характер. По его мнению адекватность математики в современной физике имеет статус эмпирического закона эпистемологии. Почему Вигнер наделяет этот закон эмпирическим статусом? Он предполагает, что при дальнейшем развитии физики инварианты не обязательно будут необходимы и в этом случае не будет серьезных оснований для применения математики в физических науках.

Мне нравится идея Вигнера о том, что применимость и эффективность математики в физике связаны с особенностями знания в физике, в частности с особой ролью инвариантности. Однако его объяснение не является полным: естественно считать, что эффективность применения математики определяется не только особенностями знания в применяемой области, но и особенностями используемого формального аппарата. Если говорить более подробно, то в успешных для приложений формальных дисциплинах должны быть ресурсы для разработки и развития формальных понятий, адекватных понятию инвариантности в естествознании. Отметим, что в успешных для приложений формальных дисциплинах, таких как теория вероятностей, математическая статистика, теория искусственного интеллекта, базовым понятием является понятие независимости. Возможно, понятия независимости в формальных науках и инвариантности в физике определенным образом связаны, и являются в некоторой степени адекватными. На мой взгляд, вопрос об эмпирическом статусе закона адекватности математики на основе инвариантности в физике интересен и заслуживает дискуссии.

В заключение отмечу, что в работе А. Ислами [7] опровергается гипотетическое предположение о факторах, которые способствовали формированию у Вигнера убеждения о невообразимой эффективности математики в естественных науках. Так, в статье Вигнера дается определение математики как игры символами, поэтому естественно считать, что Вигнер был формалистом, а формализм, как отмечает Ислами, не является адекватной концепцией для объясне-

ния эффективности математики в приложениях. Утверждение о недекватности концепции формализма для корректных и тем более эффективных приложений математики справедливо, однако в таком случае идея Вигнера о непостижимой эффективности математики была бы принята всеми философствующими учеными, так как все известные концепции математики неадекватны для исследования приложений математического аппарата за пределами математики [8]. Между тем далеко не все философствующие ученыe являются адептами идеи о невообразимой эффективности математики, что и подтверждает ограниченное влияние приверженности Вигнера философии формализма на формирование у него этой идеи.

Литература

1. *Вигнер Е.* Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94 (3). С. 535–546. DOI: 10.3367/UFNr.0094.196803f.0535.
2. *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
3. *Полани М.* Личностное знание. На пути к посткритической философии. М.: Прогресс, 1985.
4. *Райл Г.* Понятие сознания. М.: Идея-Пресс, 2000.
5. *Abbott D.* The reasonable ineffectiveness of mathematics // Proceedings of the IEEE. 2013. Vol. 101 (10). P. 2147–2153.
6. *Hacking I.* Representing and Intervening. Cambridge University Press, 1983.
7. *Islami A.* A match not made in heaven: on the applicability of mathematics in physics // Synthese. 2016. Vol. 44 (12). P. 4839–4861. DOI: 10.1007/s11229-016-1171-4.
8. *Wilson P.L.* What the applicability of mathematics says about its philosophy // Technology and Mathematics: Philosophical and Historical Investigations / Ed. by S.O. Hansson. Stockholm: Springer, 2018. P. 345–372.

References

1. *Wigner, E.* (1968). Nepostizhimaya effektivnost matematiki v estestvennykh naukakh [The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences]. Uspekhi fizicheskikh nauk [Advances in Physical Sciences], 94 (3), 535–546. DOI: 10.3367/UFNr.0094.196803f.0535. (In Russ.).
2. *Kolmogorov, A.N.* (1974). Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey [The Basic Concepts of Probability Theory]. Moscow, Nauka Publ.
3. *Polanyi, M.* (1985). Lichnostnoe znanie: Na puti k postkriticheskoy filosofii [Personal Knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy]. Moscow, Progress Publ. (In Russ.).
4. *Ryle, G.* (2000). Ponyatie soznaniya [The Concept of Mind]. Moscow, Ideya-Press Publ. (In Russ.).

5. *Abbott, D.* (2013). The reasonable ineffectiveness of mathematics. *Proceedings of the IEEE*, 101 (10), 2147–2153.
6. *Hacking, I.* (1983). *Representing and Intervening*. Cambridge University Press.
7. *Islami, A.* (2016). A match not made in heaven: on the applicability of mathematics in physics. *Synthese*, 44 (12), 4839–4861. DOI: 10.1007/s11229-016-1171-4.
8. *Wilson, P.L.* (2018). What the applicability of mathematics says about its philosophy. In: S.O. Hansson (Ed.). *Technology and Mathematics: Philosophical and Historical Investigations*. Stockholm, Springer, 345–372.

Информация об авторе

Резников Владимир Моисеевич. Институт философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8); Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (630090, Новосибирск, ул. Пирогова? 2).
mathphil1976@gmail.com)

Information about the author

Reznikov, Vladimir Moiseevich. Institute of Philosophy and Law, SB RAS (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090, Russia). Novosibirsk National Research State University (2, Pirogov St., Novosibirsk, 630090, Russia).

Дата поступления 11.11.2024