

ности, если на пластину набегаёт поток воздуха со скоростью $u_\infty = 25$ м/с, для возбуждения волны с частотой 156 Гц при рассеянии на волнистости с $d = 0,09$ мм и периодом 4,55 см требуется звук силой 41 дБ. В случае вихревых возмущений резонансная волнистость имеет период 6,35 см.

Таким образом, рассеяние акустических и вихревых возмущений в пограничном слое на волнистой поверхности может приводить к распределённому возбуждению волн Толлмина — Шлихтинга. Расчет показывает, что даже при весьма слабой волнистости, высота которой удовлетворяет условиям однократного рассеяния, можно достигнуть интенсивности индуцированной волны, достаточной для смещения точки перехода к турбулентности. При рассеянии на синусоидальной волнистости наиболее эффективно генерируются те волны, для которых выполнены условия резонанса в нейтральной точке (при фиксированном периоде волнистости возмущения можно удовлетворить, варьируя частоту внешних возмущений). Рассеяние на хаотической волнистости определяется резонансными гармониками ее спектра.

Поступила 12 V 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Левченко В. Я., Козлов В. В. Возникновение и развитие возмущений в пограничном слое. — В кн.: Модели в механике сплошной среды. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1979.
2. Поляков Н. Ф. Ламинарный пограничный слой в условиях «естественного» перехода к турбулентному течению. — В кн.: Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1979.
3. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Генерация и развитие возмущений малой амплитуды в ламинарном пограничном слое при наличии акустического поля. — Изв. СО АН СССР, 1975, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
4. Качанов Ю. С., Левченко В. Я. и др. Преобразование внешних возмущений в волны пограничного слоя. — ЧММСС, 1978, т. 9, № 2.
5. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. М.: Наука, 1978.
6. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971.
7. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966.
8. Saric W. S., Nayfeh A. H. Nonparallel stability of boundary layer flows. — Phys. Fluids, 1975, vol. 18, N 8.
9. Craik A. D. D. Nonlinear resonant instability in boundary layers. — J. Fluid Mech., 1971, vol. 50, N 2.
10. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Экспериментальное исследование устойчивости пограничного слоя на волнистой поверхности. — Изв. СО АН СССР, 1975, № 13. Сер. техн. наук, вып. 3.
11. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981.
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
13. Jaffe N. A., Okamura T. T., Smith A. M. O. Determination of spatial amplification factors and their application to predicting transition. — AIAA J., 1970, vol. 8, N 2.
14. Klebanoff P. S., Tidstrom K. D., Sargent L. H. The three-dimensional nature of boundary layer instability. — J. Fluid Mech., 1962, vol. 12, pt 1.

УДК 532.593 : 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЖИДКОСТИ С ПУЗЫРЬКАМИ ПАРА

В. Г. Гасенко, В. Е. Накоряков, Э. М. Оренбах, И. Р. Шрейбер

(Новосибирск)

В данной работе на основе модельного уравнения для распространения волн в жидкости с пузырьками пара проведено исследование структуры и динамики волн в парожидкостной среде. Результаты расчетов сравнены с экспериментальными профилями давления.

1. В [1] предложена двухтемпературная модель распространения возмущений в жидкости, находящейся вблизи линии насыщения и содер-

жащей пузырьки пара. В предположении, что при прохождении волны условие термодинамического равновесия на границе паровой пузырек — жидкость сохраняется, в [1] получено уравнение, описывающее распространение волны давления в одну сторону:

$$(1.1) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + c_0 \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha c_0 \frac{p}{p_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \beta c_0 \frac{\partial^3 p}{\partial x^3} = \frac{3\gamma p_0}{2R\rho_2 L} q_L,$$

где $c_0 = (\gamma p_0 / \rho_0 \varphi_0)^{1/2}$ — скорость звука в парожидкостной среде; $\beta = R_0^2 / 6\varphi_0(1 - \varphi_0)$ — параметр дисперсии среды; ρ_2 — плотность пара; L — скрытая теплота парообразования; q_L — тепловой поток, направленный от пузырька в жидкость; α — параметр нелинейности в волне.

При выводе уравнения (1.1) предполагалось, что тепловой поток в пузырек q_v много меньше q_L . Это возможно сделать при $\lambda_2 \ll \lambda_1$ и $\sqrt{a_2/a_1} > 1$, где λ_1, λ_2 — коэффициенты теплопроводности жидкости и пара, a_1, a_2 — коэффициенты температуропроводности жидкости и пара.

Тепловой поток q_L в модели [1] взят в форме интеграла Дюамеля [2]:

$$(1.2) \quad q_L = - \frac{\lambda_1(T - T_s)}{R_0} - \lambda_2 \int_0^t \frac{\partial}{\partial \tau} (T - T_s) \frac{1}{\sqrt{\pi a_1(t - \tau)}} d\tau.$$

Приближение (1.2) предполагает не только слабую подвижность границы пузырька, но и тот факт, что длина тепловой волны $l_T = \sqrt{2a_1/\omega}$ много меньше расстояния между пузырьками. В случае, когда l_T порядка акустической волны l_a , на длине волны укладывается много пузырьков, модель [1] не работает. Эта ситуация отвечает задаче о скорости звука в парожидкостной среде, рассмотренной в [3], и модели распространения волн, построенной в [4]. В этом смысле предложенная модель [1] является высокочастотной.

Предполагая, что амплитуда волн небольшая и сжимаемостью пара можно пренебречь, возмущение температуры ΔT можно связать с возмущением давления по уравнению Клапейрона — Клаузиуса и тепловой поток (1.2) переписать через возмущение давления

$$q_L = \frac{a_1 c_p \rho_1 T_{s0}}{L \rho_2} \left(\frac{\Delta p}{R_0} + \int_0^t \frac{\partial p / \partial \tau}{\sqrt{\pi a_1(t - \tau)}} d\tau \right).$$

Тогда уравнение (1.1) после некоторых оценок и упрощений [1] примет вид

$$(1.3) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + c_0 \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{\Delta p}{p_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \beta c_0 \frac{\partial^3 p}{\partial x^3} = \frac{3\gamma p_0 a_1 c_p \rho_1 T_{s0}}{2R_0^2 \rho_2^2 L^2} \left(\Delta p + \frac{R_0}{\sqrt{\pi a_1}} \int_0^t \frac{\partial p / \partial \tau}{\sqrt{t - \tau}} d\tau \right).$$

Обобщение уравнения (1.3) на случай учета диссипации за счет вязкости акустического излучения сделано аналогично [5]. В левой части уравнения (1.4) появится слагаемое вида $\eta \partial^2 p / \partial x^2$, где η — коэффициент эффективной диссипации.

При введении безразмерных переменных

$$u = ((\gamma + 1)/2\gamma)c_0 \Delta p / p_0, \quad u_0 = ((\gamma + 1)/2\gamma)c_0 \Delta p_0 / p_0, \quad l = u_0 t_0,$$

$\tilde{u} = u/u_0$, $\tau = t/t_0$, $\xi = x/l$ (t_0 — характерное время) уравнение (1.3) принимает вид

$$(1.4) \quad \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tau} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + M^{-1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\sigma^2} \frac{\partial^3 \tilde{u}}{\partial \xi^3} = - \frac{\sigma^2 c_0}{4 \text{Re} M c_2^2} \tilde{u} - \\ - \frac{1}{4} \sqrt{\frac{6\varphi_0}{\pi}} \frac{\sigma^2 c_0}{\sqrt{\text{Re} M c_2^2}} \int_0^\tau \frac{\partial \tilde{u} / \partial \tau^*}{\sqrt{\tau - \tau^*}} d\tau^*,$$

где

$$\text{Re} = u_0 l / \eta; \quad \sigma^2 = l^2 u_0 / \beta c_0; \quad \text{Re} = u_0 l / a_1; \\ M = u_0 / c_0; \quad c_2^2 = L^2 \rho_2^2 / T_{s0} \rho_1^2 c_p;$$

c_2 формально совпадает с выражением для скорости звука в парожидкостной смеси в [3].

Для воды с пузырьками пара при одной атмосфере $\text{Re} \sim 10^8$, поэтому слагаемым, пропорциональным \tilde{u} , можно пренебречь. Переход к переменным $\theta = \tau \sigma$ и $\xi = \xi \sigma$ окончательно решает вопрос об основных критериях, определяющих волновой процесс в жидкости с пузырьками пара:

$$(1.5) \quad \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \theta} + M^{-1} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} - \frac{\sigma}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^3 \tilde{u}}{\partial \xi^3} = - W \int_0^\theta \frac{\partial \tilde{u} / \partial \theta^*}{\sqrt{\theta - \theta^*}} d\theta^*; \\ W = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \sqrt{\frac{3}{8\pi\varphi_0}} \text{Ja} \sqrt{\frac{\sigma}{\text{Re}}} M^3,$$

где $\text{Ja} = c_p \Delta T \rho_1 / L \rho_2$ — число Якоба.

При $W \rightarrow 0$ распространение волн в жидкости с пузырьками определяется, как и в газожидкостных системах, значениями σ и Re , а учет фазовых переходов в волне — критерием W . Критерий W меняется в зависимости от начального давления p_0 и физических параметров волны — Re .

2. Уравнения (1.4), (1.5) являются релаксационными уравнениями Бюргера — Кортевега — де-Вриза (БКдВ). Правая часть этого уравнения содержит релаксационный интеграл. В отличие от релаксационного уравнения БКдВ, полученного в [6] для моделирования волн в жидкости с пузырьками газа с учетом теплообмена, интегральное ядро «корневого», а не экспоненциального, как в случае [6]. Экспоненциальное ядро позволяет явно выделить характерное время релаксации τ_0 и с помощью дифференцирования исключить интеграл, перейдя к уравнению более высокого порядка. «Корневое» ядро отвечает бесконечному времени релаксации и не позволяет перейти к дифференциальному уравнению более высокого порядка без интеграла.

Моделирование распространения волн в жидкости с пузырьками пара проводилось на основе уравнений (1.4), (1.5) с помощью численного интегрирования применительно к экспериментам [7]. Численное интегрирование уравнения (1.4) при $\text{Re} \rightarrow \infty$ проводилось по несимметричной разностной схеме [8]:

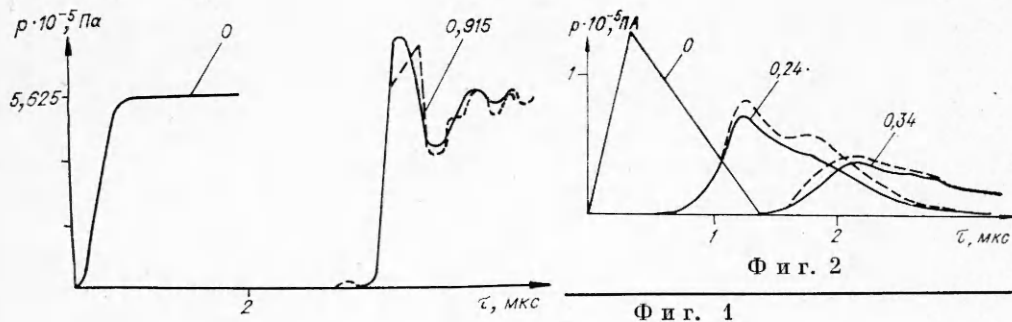
$$(2.1) \quad \tilde{u}_{i+3}^{n+1} = \tilde{u}_i^{n-1} - \frac{\Delta \tau}{\Delta \xi} ((\tilde{u}_{i+1}^n)^2 - (\tilde{u}_{i+2}^n)^2) - \frac{2\Delta \tau}{\Delta \xi^3 \sigma^2} (\tilde{u}_{i+3}^n - 3\tilde{u}_{i+2}^n + \\ + 3\tilde{u}_{i+1}^n - \tilde{u}_i^n) - \varepsilon I_{i+1,5}^n$$

где ε — коэффициент, стоящий перед интегралом в уравнении (1.4); $I_{i+1,5}^n$ — аппроксимация интеграла, которая для сеточного представления функции $\tilde{u}(\tau, \xi)$ записывается в виде

$$(2.2) \quad I_{i+1,5}^n = \frac{2}{\sqrt{\Delta \tau}} \sum_{k=1}^{n-1} (\tilde{u}_{i+1,5}^{k+1} - \tilde{u}_{i+1,5}^k) (\sqrt{n-k} - \sqrt{n-1-k}),$$

где $n = \tau / \Delta \tau$.

В уравнении (2.1) $\Delta \xi$ и $\Delta \tau$ связаны условиями устойчивости $\Delta \tau \leq \leq \Delta \xi^3 \sigma^2 / 8$ и аппроксимации $1,5 \Delta \xi / \Delta \tau = M^{-1}$.



Ф и г. 1

Схема (2.1) реализуется как явная по τ , что позволяет вычислять значения функции $\tilde{u}(\tau, \xi)$ непосредственно на четырехслойном по ξ массиве.

Численные решения уравнения (1.5) находились аналогичным образом. Проверка работы схемы проводилась в три этапа. На первом этапе полагалось $\varepsilon = 0$, в результате чего уравнение (1.5) переходит в уравнение Кортевега — де-Вриза, численные решения которого хорошо известны [9]. На втором этапе для проверки выражения (2.2) численные решения задачи

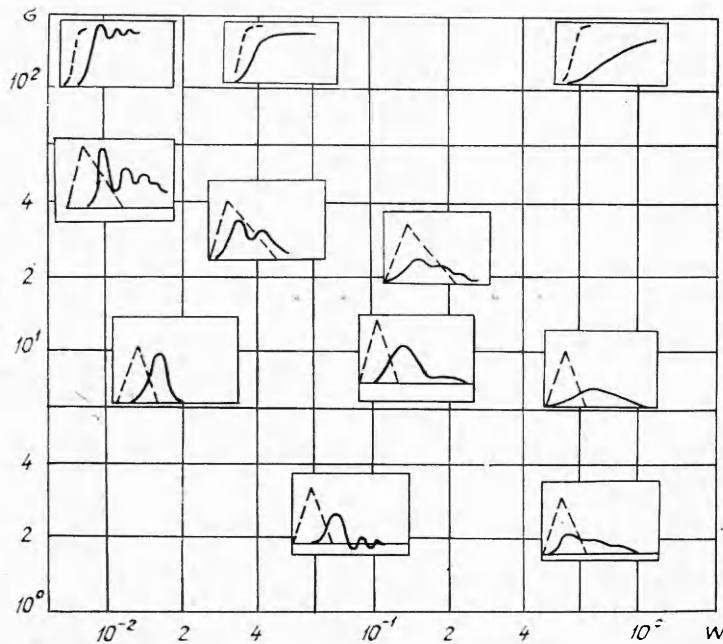
$$\frac{\partial u}{\partial t} + M^{-1} \frac{\partial u}{\partial x} = -\varepsilon \int_0^t \frac{\partial u / \partial \tau}{\sqrt{t-\tau}} d\tau, \quad u(t, 0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t = 0, \\ 1 & \text{при } t > 0 \end{cases}$$

сравнивалось с его аналитическим решением

$$u(t, x) = \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon \sqrt{\pi M x}}{2 \sqrt{t - Mx}} \right).$$

Кроме того, численное решение линеаризованного уравнения (1.5) сравнивалось с решением методом быстрого преобразования Фурье по найденному дисперсионному уравнению [8]. Во всех случаях погрешность не превышала 2%.

Значения коэффициентов уравнения (1.5) рассчитывались по начальным условиям экспериментов [7, 9], а решения уравнений выводились на расстояниях X_i , отвечающих координатам датчиков.



Ф и г. 3

3. Полученные результаты расчетов сравнивались с экспериментальными профилями давления. На фиг. 1 показаны результаты расчетов возмущения типа «ударная волна»; здесь и на других фигурах штриховыми линиями нанесены результаты экспериментов ($\sigma \rightarrow \infty$, $W = 62 \times 10^{-4}$, $M = 0,67$).

На фиг. 2 показан расчет структуры волны конечной протяженности и сравнение с результатами эксперимента ($\sigma = 26,5$, $W = 0,67$, $M = 0,67$).

Удобно результаты расчета представить в виде таблицы — карты, координаты которой являются характерными параметрами волнового процесса в жидкости с пузырьками пара W , σ (фиг. 3), подобно тому, как это сделано в [7].

Численное моделирование уравнений (1.4), (1.5) и сравнение результатов расчетов с экспериментами показали, что распространение волн небольшой интенсивности в жидкости с пузырьками пара достаточно хорошо описывается релаксационным уравнением Бюргерса — Кортевега — де-Вриза с «корневым» ядром.

Поступила 19 V 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р. Модель распространения возмущений в парожидкостной смеси. — ТВТ, 1979, т. 17, № 4.
2. Trammel G. T. Sound waves in water bubbles. — J. Appl. Phys., 1962, N 5.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953.
4. Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р. Распространение малых возмущений в парожидкостной смеси. — В кн.: Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: Наука, 1974.
5. Накоряков В. Е., Соболев В. В., Шрейбер И. Р. Волны конечной амплитуды в двухфазных системах. — В кн.: Волновые процессы в двухфазных системах. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1975.
6. Гасенко В. Г., Накоряков В. Е., Шрейбер И. Р. Приближение Бюргерса — Кортевега — де-Вриза в волновой динамике газожидкостных систем. — В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1977.
7. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. и др. Распространение возмущений конечной амплитуды в парожидкостных средах. — ПМТФ, 1982, № 3.
8. Гасенко В. Г., Оренбах З. М. Затухание нелинейных волн в парожидкостных смесях. — В кн.: Неравновесные процессы в одно- и двухфазных системах. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1981.
9. Березин Ю. А. О численных решениях уравнения Кортевега — де-Вриза. — ЧММСС, 1973, т. 4, № 2.

УДК 534.222

О СЛАБОНЕЛИНЕЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ В КОНЦЕНТРИРОВАННЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

Ю. А. Буевич, С. П. Федотов

(Свердловск)

Распространение в газовзвесах с твердыми частицами линейных акустических возмущений исследовалось неоднократно (см., например, [1], а также [2—4]), причем в большинстве случаев скорость звука определялась при помощи равновесного уравнения состояния для смеси в целом. Попытки учета неравновесных процессов динамической и тепловой релаксации, обычно осуществляемые на феноменологическом уровне при помощи введения соответствующих времен релаксации, содержатся, например, в [2—6]. В последнее время рассматривалась также проблема получения единственного эволюционного уравнения для волн малой, но конечной амплитуды; в результате получены разные варианты уравнения Бюргерса [5—7].

Значительный недостаток указанных работ состоит в том, что межфазовый обмен теплом и импульсом описывается обычно в рамках простейшего релаксационного формализма, когда используются некие априорные соотношения, недостаточная (а иногда и просто неизвестная) точность которых ограничивает реальные пределы применимости получаемых окончательных результатов [5]. Кроме того, часто пренебре-