

Представленные выше результаты в отличие от [8] доказывают принципиальную возможность получения контуров лесных пожаров с учетом конкретных физико-химических процессов, протекающих во фронте пожара, и диффузии окислителя и типа лесного пожара.

Математические эксперименты показали, что имеет место диффузионно-тепловая неустойчивость фронта лесного пожара, проявляющаяся в искажении первоначально прямоугольного контура лесного пожара даже при однородности лесопирологических свойств лесных массивов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. // Теплофизика лесных пожаров.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
2. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. Докл. АН СССР, 1983, 269, 4.
3. Гришин А. М., Зверев В. Г. // Физика горения и методы ее исследования.— Чебоксары: Чуваш. ун-т, 1983.
4. Гришин А. М., Зверев В. Г., Шевелев С. В. ФГВ, 1986, 22, 6.
5. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров.— Томск: ТГУ, 1981.
6. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений/Под ред. Дж. Холла, Дж. Уатта.— М.: Мир, 1979.
7. Гришин А. М., Берцун В. И., Зинченко В. И. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения.— Томск: ТГУ, 1981.
8. Доррер Г. А. ФГВ, 1984, 20, 1.

г. Томск, г. Кемерово

Поступила в редакцию 31/V 1988,
после доработки — 29/VIII 1989

УДК 534.222.2

Н. Н. Смирнов, И. Д. Дмитриенко

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ГОРЕНИЯ В СЖИМАЕМОМ ТВЕРДОМ ТОПЛИВЕ С ПРОДОЛЬНЫМИ КАНАЛАМИ

Исследуется горение твердых унитарных топлив, содержащих продольные трещины и поры. Известно, что при определенных диаметрах пор и глубине зажигания в рассматриваемых системах возможен переход медленного послойного горения с кондуктивным механизмом распространения в режим конвективного горения со скоростями, на несколько порядков превышающими скорости нормального послойного горения [1—7]. При этом воспламенение последующих слоев топлива определяется не теплопроводностью, а конвективной теплопередачей от горячих продуктов реакции, затекающих в канал.

В дальнейшем возможен переход горения с конвективным механизмом в режим, при котором поверхность канала воспламеняется потоком ударно-сжатого газа и скорость распространения пламени зависит от скорости движения ударной волны [7, 8]. Этот режим обладает характеристиками слабой (псевдонедосжатой) детонации. Возникающие в каналах в результате притока газообразных продуктов горения большие давления вызывают деформации в твердом топливе. Волны сжатия, распространяющиеся в к-фазе, обгоняют фронт конвективного горения [6] и могут приводить к захлопыванию продольных каналов и пор, что оказывает влияние на режим распространения детонации. Поэтому при описании процесса распространения конвективного фронта пламени в порах малых диаметров в сжимаемом топливе в данной работе проведено совместное рассмотрение волновой картины течения в газообразной и к-фазах с учетом продольных и поперечных деформаций, межфазного взаимодействия и энерговыделения при горении.

© 1990 Смирнов Н. Н., Дмитриенко И. Д.

Изучению процессов горения пористых топлив посвящено большое количество работ. В [1, 9—11] предложены различные модели распространения фронта пламени в зарядах пористых и с трещинами (или каналами) в случае несжимаемого топлива. По математической модели течения гетерогенной двухфазной реагирующей смеси, полученной в результате осреднения с помощью весовой функции [9], твердая фаза считалась деформируемой, но не сжимаемой, перепад давления на поверхности раздела фаз не учитывался. Попытка учесть сжимаемость твердой фазы по следующей формуле сделана в [10]:

$$\rho_2 = \rho_{20} \left[\frac{3p}{K_0} + 1 \right]^{1/3}.$$

В работах [12, 13] к-фаза предполагалась абсолютно твердой; в [2, 14] учитывалась деформируемость твердого топлива и образование перед фронтом конвективного горения зоны сильного уплотнения, но предполагалось, что к-фаза несжимаема. Результаты экспериментальных исследований по распространению конвективного горения в единичных каналах и порах даны в [3, 5]. Попытки описать процесс развития трещин, не учитывая динамику течения в трещине, представлены в [15, 16]. Расчетные и экспериментальные данные распространения конвективного горения в каналах прямоугольного сечения даны в работе [17], где твердая фаза также несжимаема, а напряжения и деформации в ней находятся из статического условия равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

после определения давления в газе p_1 . Таким образом, волна распространения напряжений в твердом топливе оказывается «привязанной» к профилю давления в газе, динамические процессы в твердой фазе не рассматриваются.

Сжимаемость твердого топлива при распространении конвективного горения впервые учтена в [6], где численно решались уравнения изменения массы, количества движения и энергии для твердой и газовой фаз, топливо предполагалось линейно-упругим.

В настоящей работе с помощью осреднения двумерных уравнений строится одномерная модель распространения конвективного горения в трещинах (каналах) в сжимаемом топливе, а также разрабатывается численный метод расчета.

Пусть имеется система плоских щелей в твердом топливе, периодически повторяющихся по координате y , щель имеет в плоскости Oxy прямоугольное сечение (рис. 1), не зависящее от координаты z . Исходя из симметрии щели и предполагая систему всех нагрузок одинаковой для каждой щели, можно рассматривать половину канала, задавая на границах:

$$y = 0: v_1 = 0, \tau_{xy} = 0,$$

$$y = H: v_2 = 0, p_{xy} = 0,$$

где v_i — компоненты скорости i -й фазы по оси Oy .

В области $x < 0$ параметры продуктов горения постоянны по пространству; на торце щели давление $p_1 = p_e(t)$ быстро возрастает, в результате чего горячие продукты затекают в канал, поверхность его нагревается, а затем при достижении на поверхности температуры воспламенения начинается горение поверхности топлива.

В сечении $x = L$ расположена абсолютно твердая стенка. Условия на торце $x = 0$ в твердом топливе:

$$p_{xx} = -p_e, p_{xy} = p_{xz} = 0, T_2 = T_e.$$

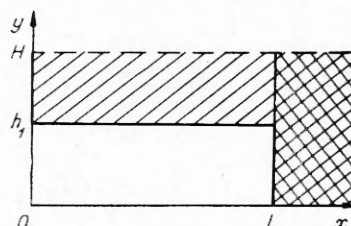


Рис. 1.

Предположим, что на торце $x = 0$ p_e и T_e равномерно распределены, тогда в твердом теле реализуется плоское деформированное состояние, и все искомые функции не зависят от координаты z . Представим форму поверхности раздела фаз в виде

$$F(x, y, t) \equiv y - h_1(x, t) = 0.$$

Если $\vec{D} = \vec{D}n$ — скорость движения поверхности раздела фаз по нормали к поверхности, ее форма определяется из дифференциального уравнения [18]

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -D(x, y, t) \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2}$$

или

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = D \sqrt{\left(\frac{\partial h_1}{\partial x}\right)^2 + 1}$$

с начальным условием $y_0 = h_1(x, t_0)$.

Пусть угол наклона поверхности раздела фаз к оси Ox мал, тогда проекции нормали \vec{n} (n_x, n_y) к поверхности раздела фаз в каждой точке поверхности вычисляются по формулам

$$n_x = -\frac{\partial h_1}{\partial x}, \quad n_y = 1. \quad (1)$$

Отбрасывая квадраты малых величин, получим

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = D. \quad (2)$$

Введем обозначения: ρ — плотность; u и v — проекции скорости на оси Ox и Oy соответственно; e — внутренняя энергия; T — температура; λ_2 и μ_2 — коэффициенты Ламэ; p_{xx}, p_{xy}, p_{yy} — компоненты тензора напряжений в твердой фазе. Индексы 1 и 2 относятся к газу и твердой фазе соответственно.

Скорость поверхности раздела фаз D складывается из скоростей твердой фазы по нормали к поверхности и горения $u_f - u_{f0}(p_1/p_0)^{\nu}$:

$$D = u_f - u_2 \frac{\partial h_1}{\partial x} + v_2. \quad (3)$$

Предположим, что деформации и перемещения малы, тогда компоненты всех тензоров и векторов в актуальной системе координат в твердом теле мало отличаются от компонентов в неподвижной системе координат по сравнению с величинами самих компонентов [18].

Двумерные уравнения массы, количества движения в проекциях на осях Ox и Oy и энергии в областях, занятых газом ($\beta = 1$) и твердым топливом ($\beta = 2$), имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\beta} u_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{\beta} v_{\beta}}{\partial y} &= 0 \quad (\beta = 1, 2), \\ \frac{\partial \rho_{\beta} u_{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\beta} u_{\beta}^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{\beta} u_{\beta} v_{\beta}}{\partial y} &= \begin{cases} \frac{\partial (\tau_{xx} - p_1)}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} & (\beta = 1), \\ \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} & (\beta = 2), \end{cases} \\ \frac{\partial \rho_{\beta} v_{\beta}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{\beta} u_{\beta} v_{\beta}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_{\beta} v_{\beta}^2}{\partial y} &= \begin{cases} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial (\tau_{yy} - p_1)}{\partial y} & (\beta = 1), \\ \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} & (\beta = 2), \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho_\beta E_\beta}{\partial t} + \frac{\partial \rho_\beta E_\beta u_\beta}{\partial x} + \frac{\partial \rho_\beta E_\beta v_\beta}{\partial y} = \\ & = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} ((-p_1 + \tau_{xx})u_1 - q_1^x + \tau_{xy}v_1) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}u_1 + (\tau_{yy} - p_1)v_1 - q_1^y) & (\beta=1), \\ \frac{\partial}{\partial x} (p_{xx}u_2 - q_2^x + p_{xy}v_2) + \frac{\partial}{\partial y} (p_{xy}u_2 + p_{yy}v_2 - q_2^y) & (\beta=2), \end{cases} \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} p_1 &= \rho_1 R T_1 (1 + a\rho_1 + b\rho_1^2); \quad E_\beta = e_\beta + \left(\frac{u_\beta^2}{2} + \frac{v_\beta^2}{2} \right); \quad e_1 = c_{v1} T_1; \\ e_2 &= Q + c_2 T_2 + \frac{1}{4\mu_2 \rho_2} (p_{xx}^2 + 2p_{xy}^2 + p_{yy}^2) - \frac{\lambda_2}{8\mu_2 (\lambda_2 + \mu_2) \rho_2} (p_{xx} + p_{yy})^2. \end{aligned}$$

Необходимо задать также уравнения состояния твердой фазы. Для получения постановки задачи в напряжениях продифференцируем закон Гука, связывающий напряжения и деформации, и используем связь деформаций с перемещениями. Таким образом получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{xx}}{\partial t} + u_2 \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + v_2 \frac{\partial p_{xx}}{\partial y} &= (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial u_2}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial v_2}{\partial y}, \\ \frac{\partial p_{xy}}{\partial t} + u_2 \frac{\partial p_{xy}}{\partial x} + v_2 \frac{\partial p_{xy}}{\partial y} &= \mu_2 \left(\frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial p_{yy}}{\partial t} + u_2 \frac{\partial p_{yy}}{\partial x} + v_2 \frac{\partial p_{yy}}{\partial y} &= (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\partial v_2}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x}. \end{aligned} \quad (5)$$

На поверхности разрыва (поверхности раздела фаз) выполнены граничные условия:

$$\begin{aligned} \rho_1 (D - u_1 n_x - v_1 n_y) &= \rho_2 u_f, \\ (-p_1 + \tau_{xx}) n_x + \tau_{xy} n_y + \rho_1 u_1 (D - u_1 n_x - v_1 n_y) &= p_{xx} n_x + p_{xy} n_y + \rho_2 u_2 u_f, \\ \tau_{xy} n_x + (-p_1 + \tau_{yy}) n_y + \rho_1 v_1 (D - u_1 n_x - v_1 n_y) &= p_{xy} n_x + p_{yy} n_y + \rho_2 v_2 u_f, \\ [(-p_1 + \tau_{xx}) n_x + \tau_{xy} n_y] u_1 + [\tau_{xy} n_x + (-p_1 + \tau_{yy}) n_y] v_1 - q_{n1} + \\ + \rho_1 E_1 (D - u_1 n_x - v_1 n_y) &= (p_{xx} n_x + p_{xy} n_y) u_2 + (p_{xy} n_x + p_{yy} n_y) v_2 + \rho_2 u_f E_2 - q_{n2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, получена замкнутая система двенадцати дифференциальных уравнений для функций $\rho_\beta(x, y, t)$, $u_\beta(x, y, t)$, $v_\beta(x, y, t)$, $e_\beta(x, y, t)$, $p_{xx}(x, y, t)$, $p_{xy}(x, y, t)$, $p_{yy}(x, y, t)$, $h_1(x, t)$. Введем осреднения для газа и твердого топлива:

$$\langle \psi \rangle_1 = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1(x,t)} \psi(x, y, t) dy, \quad \langle \psi \rangle_2 = \frac{1}{H - h_1} \int_{h_1(x,t)}^H \psi(x, y, t) dy.$$

Далее пренебрегаем диагональными компонентами тензора вязких напряжений в газе по сравнению с давлением p_1 — компонентой шарового тензора; считаем малыми осевые потоки тепла — теплоток учитывается только на межфазной границе.

Проинтегрируем дифференциальные уравнения для газа ($\beta = 1$) (4) от 0 до $h_1(x, t)$ по формулам интегрирования с переменным верхним пределом:

$$\begin{aligned} \int_0^{h_1(x,t)} \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, y, t) dy &= \frac{\partial}{\partial x} (h_1 \langle \psi \rangle_1) - \frac{\partial h_1}{\partial x} \psi(x, h_1(x, t), t), \\ \int_0^{h_1(x,t)} \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, y, t) dy &= \frac{\partial}{\partial t} (h_1 \langle \psi \rangle_1) - \frac{\partial h_1}{\partial t} \psi(x, h_1(x, t), t), \\ \int_0^{h_1(x,t)} \frac{\partial}{\partial y} \psi(x, y, t) dy &= \psi(x, h_1(x, t), t) - \psi(x, 0, t). \end{aligned}$$

Уравнения (4), (5) для твердого топлива проинтегрируем от $h_1(x, t)$ до H , используя условия (1)–(3) и граничные условия (6). Уравнение изменения массы для газа будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(h_1 \langle \rho_1 \rangle_1) + \frac{\partial}{\partial x}(h_1 \langle \rho_1 u_1 \rangle_1) = \rho_{1s}(D - u_{1s} - v_{1s}) = \rho_2 u_f,$$

где индекс s — относится к значениям на границе. Видно, что после осреднения появляются неизвестные функции типа $\langle \rho_1 u_1 \rangle_1$, а также искомые переменные ρ_{1s} , u_{1s} , v_{1s} и др., поэтому число уравнений становится меньше числа искомых функций. Для замыкания системы примем дополнительные гипотезы относительно характера распределения искомых функций по координате y :

$$v_1(x, y, t) = \begin{cases} v_1^0(x, t) \frac{y}{h_1}, & 0 \leq y < h_1, \\ v_{1s}(x, t), & y = h_1, \end{cases}$$

$$v_2(x, y, t) = v_2^0(x, t) \frac{H-y}{H-h_1}, \quad h_1 \leq y \leq H,$$

$$\tau_{xy}(x, y, t) = \tau_{xys}(x, t) \frac{y}{h_1}, \quad 0 \leq y \leq h_1,$$

$$p_{xy}(x, y, t) = \begin{cases} p_{xy}^0(x, t) \frac{H-y}{H-h_1}, & h_1 \leq y \leq H, \\ p_{xys}(x, t), & y = h_1, \end{cases}$$

$$p_{yy}(x, y, t) = p_{yy}^0(x, t) \frac{y-h_1}{H-h_1} + p_{yys}(x, t) \frac{H-y}{H-h_1}, \quad h_1 \leq y \leq H,$$

$$u_1(x, y, t) = \begin{cases} u_1(x, t), & 0 \leq y < h_1, \\ u_{1s}(x, t), & y = h_1. \end{cases}$$

Для функций $\rho_1(x, y, t)$, $\rho_2(x, y, t)$, $u_2(x, y, t)$, $p_{xx}(x, y, t)$ средние значения в сечении по координате y мало отличаются от истинных и граничных значений: $\langle \rho_1 \rangle_1 = \rho_1(x, t)$, $\langle \rho_2 \rangle_2 = \rho_2(x, t)$, $\langle u_2 \rangle_2 = u_2(x, t)$, $\langle p_{xx} \rangle_2 = p_{xx}(x, t)$.

Возможны и более сложные распределения, например

$$\psi^0(x, y, t) = \psi_1^0(x, t)y + \psi_2^0(x, t)y^2,$$

однако при этом увеличивается количество искомых функций. Определим среднюю энергию фаз следующим соотношением:

$$E_\beta(x, t) = \langle \rho_\beta E_\beta \rangle_\beta / \langle \rho_\beta \rangle_\beta \quad (\beta = 1, 2).$$

В результате осреднения двумерной системы (4), (5) и выбора гипотез для искомых функций получим одномерную систему уравнений массы, импульса, энергии для газа и твердой фазы, а также уравнения состояния твердого топлива

$$\frac{\partial}{\partial t} h_1 \rho_1 + \frac{\partial}{\partial x} h_1 \rho_1 u_1 = \rho_2 u_f, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_2 \rho_2 + \frac{\partial}{\partial x} h_2 \rho_2 u_2 = -\rho_2 u_f \quad (h_2 = H - h_1), \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_1 \rho_1 u_1 + \frac{\partial}{\partial x} h_1 \rho_1 u_1^2 + \frac{\partial}{\partial x} h_1 p_1 - p_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} = \rho_2 u_f u_{1s} + \tau_{xys}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_2 \rho_2 u_2 + \frac{\partial}{\partial x} h_2 \rho_2 u_2^2 - \frac{\partial}{\partial x} h_2 p_{xx} + p_{xx} \frac{\partial h_2}{\partial x} = -\rho_2 u_f u_2 - p_{xys}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_1 \rho_1 \frac{v_1^0}{2} + \frac{\partial}{\partial x} h_1 \rho_1 u_1 \frac{v_1^0}{2} - \frac{\partial}{\partial x} h_1 \tau_{xys} = \rho_2 u_f v_{1s} - \tau_{xys} \frac{\partial h_1}{\partial x}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_2 \rho_2 \frac{v_2^0}{2} + \frac{\partial}{\partial x} h_2 \rho_2 u_2 \frac{v_2^0}{2} - \frac{\partial}{\partial x} h_2 \frac{p_{xy}}{2} = -\rho_2 u_f v_2^0 - p_{xys} \frac{\partial h_2}{\partial x} - p_{yys} + p_{yy}^0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} h_1 \rho_1 E_1 + \frac{\partial}{\partial x} h_1 \rho_1 u_1 E_1 + \frac{\partial}{\partial x} h_1 p_1 u_1 - \frac{\partial}{\partial x} h_1 \frac{\tau_{xys} v_1^0}{3} = \\ = \rho_2 u_f E_{2s} - q_{n1} + \tau_{xys} \left(u_2 + v_2^0 \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) + p_{yys} \left(u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} + v_2^0 \right), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} h_2 \rho_2 E_2 + \frac{\partial}{\partial x} h_2 \rho_2 u_2 E_2 - \frac{\partial}{\partial x} h_2 u_2 p_{xx} - \frac{\partial}{\partial x} h_2 \frac{\tau_{xys} v_2^0}{3} = \\ = -\rho_2 u_f E_{2s} + q_{n2} - \tau_{xys} \left(u_2 + v_2^0 \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) - p_{yys} \left(u_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} + v_2^0 \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_2 p_{xx} + u_2 \frac{\partial}{\partial x} h_2 p_{xx} + p_{xx} u_f = (\lambda_2 + 2\mu_2) h_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - \lambda_2 v_2^0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} h_2 \frac{r_{xy}^0}{2} + u_2 \frac{\partial}{\partial x} h_2 \frac{r_{xy}^0}{2} + p_{xys} u_f = \mu_2 \frac{\partial}{\partial x} h_2 \frac{v_2^0}{2} - \mu_2 v_2^0 \frac{\partial h_2}{\partial x}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (p_{yy}^0 + p_{yys}) h_2 \right] + u_2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} (p_{yy}^0 + p_{yys}) h_2 \right] + \\ + u_f p_{yys} + \frac{1}{2} (p_{yys} + p_{yy}^0) v_2^0 = \lambda_2 h_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - (\lambda_2 + 2\mu_2) v_2^0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из граничных условий (6) и условия прилипания на поверхности раздела фаз

$$u_1 - v_1 n_x = u_2 - v_2 n_x$$

получим граничные значения искомых функций:

$$\begin{aligned} u_{1s} = u_2 - \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) u_f n_x, \quad v_{1s} = v_2^0 - \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) u_f, \\ p_{yys} = -p_1 + \rho_2 u_f^2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right), \\ p_{xys} = \tau_{xys} + \left(-p_1 - \rho_2 u_f^2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) - p_{xx} \right) n_x. \end{aligned}$$

Трение на межфазной поверхности τ_{xys} и скорость горения u_f определялись аналогично работам [6, 19]. Средние значения T_1 и T_2 находятся из дифференциальных уравнений энергии; тогда, подставляя выражения для теплоточков $q_{n1} = \kappa_1(T_1 - T_s)$, $q_{n2} = \kappa_2(T_s - T_2)$ в граничное условие, находим температуру поверхности топлива T_s .

Таким образом, получена система 12 дифференциальных уравнений (3), (10)–(17) для отыскания 12 неизвестных функций: ρ_1 , ρ_2 , u_1 , u_2 , v_1^0 , v_2^0 , e_1 , e_2 , p_{xx} , p_{yy}^0 , p_{xy}^0 , h_1 . Система (3), (10)–(17) может быть записана в векторном виде:

$$\frac{\partial \vec{y}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{z}}{\partial x} + z_1 \frac{\partial \vec{z}_2}{\partial x} + z_3 \frac{\partial \vec{z}_4}{\partial x} = \vec{b}.$$

Для разностной аппроксимации уравнений использовался двухшаговый метод Лакса — Вендроффа [20] в модифицированном виде:

$$\begin{aligned} \vec{y}_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\vec{y}_j^n + \vec{y}_{j+1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[\vec{z}_{j+1}^n - \vec{z}_j^n + \frac{1}{2} (\vec{z}_{1,j+1}^n + \vec{z}_{1,j}^n) (\vec{z}_{2,j+1}^n - \vec{z}_{2,j}^n) + \frac{1}{2} (\vec{z}_{3,j+1}^n + \vec{z}_{3,j}^n) (\vec{z}_{4,j+1}^n - \vec{z}_{4,j}^n) \right] + \frac{\Delta t}{4} (\vec{b}_j^n + \vec{b}_{j+1}^n), \\ \vec{y}_j^{n+1} = \vec{y}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\vec{z}_{j+1/2}^{n+1/2} - \vec{z}_{j-1/2}^{n+1/2} + \frac{1}{2} (\vec{z}_{1,j+1/2}^{n+1/2} + \vec{z}_{1,j-1/2}^{n+1/2}) (\vec{z}_{2,j+1/2}^{n+1/2} - \vec{z}_{2,j-1/2}^{n+1/2}) + \frac{1}{2} (\vec{z}_{3,j+1/2}^{n+1/2} + \vec{z}_{3,j-1/2}^{n+1/2}) (\vec{z}_{4,j+1/2}^{n+1/2} - \vec{z}_{4,j-1/2}^{n+1/2}) \right] + \\ + \frac{\Delta t}{2} (\vec{b}_{j+1/2}^{n+1/2} + \vec{b}_{j-1/2}^{n+1/2}). \end{aligned}$$

Если реализуется дозвуковой режим затекания газа в канал, то на входе в газовой фазе задаются давление p_e и температура T_{1e} , а в к-фазе — $p_{xx}(0, t)$, $T_2(0, t)$, $p_{xy}^0(0, t) = 0$. В случае, когда газ истекает из канала с дозвуковой скоростью, для него достаточно на выходе ($x = 0$) задать только одно граничное условие (например, p_e), а если реализуется сверхзвуковой режим истечения, то в задании условий при $x = 0$ в газе вообще нет необходимости. Значения всех остальных параметров на границе $x = 0$, необходимые для реализации разностной схемы, определяются из условий на характеристиках, приходящих на эту границу.

Для получения условий на характеристиках система (3), (7) — (17) была представлена в виде

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + C \frac{\partial \vec{W}}{\partial x} = \vec{g},$$

где $\vec{W} = \{\rho_1, \rho_2, u_1, u_2, v_1^0, v_2^0, e_1, e_2, p_{xx}, p_{xy}^0, p_{yy}^0, h_1\}$. Раскрывая определитель матрицы C и приравняв его к нулю

$$(u_2 - \lambda)^4 (u_1 - \lambda)^2 ((u_1 - \lambda)^2 - a_1^2) \left((u_2 - \lambda)^2 - \frac{\mu_2}{\rho_2} \right) \left((u_2 - \lambda)^2 - \frac{2\mu_2 + \lambda_2}{\rho_2} \right) = 0,$$

получим характеристические направления $\lambda_k(x, t, \vec{W}) = \frac{dx}{dt}$:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= u_1, \quad \lambda_2 = u_2, \quad \lambda_{3,4} = u_1 \pm a_1, \\ \lambda_{5,6} &= u_2 \pm \sqrt{\frac{\mu_2}{\rho_2}}, \quad \lambda_{7,8} = u_2 \pm \sqrt{\frac{2\mu_2 + \lambda_2}{\rho_2}}. \end{aligned}$$

Затем, определив собственные векторы \vec{l}^k (см. [19]), найдем условия на характеристиках

$$\vec{l}^k d\vec{W} = \vec{l}^k \vec{g} dt = f_k(x, t, \vec{W}) dt.$$

Расчеты для безразмерной системы проводились при следующих значениях определяющих параметров: $Q = 3,58 \cdot 10^6$ Дж/кг, $p_0 = 1$ атм, $\rho_{20} = 1700$ кг/м³, $\varphi = 0,6$, $u_{f0} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м/с, $E = 2,3 \cdot 10^9$ Н/м², $\nu = 0,25$, $T_0 = 295$ К, $T_s/T_0 = 2,3$, $c_2 = 1400$ Дж/(кг · град), $c_{p1} = 1000$ Дж/(кг · град), $c_{v1} = 713$ Дж/(кг · град), $H = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м, за характерные величины принимались:

$$t_0 = H/u_{f0}, \quad V_0 = \sqrt{RT_0}, \quad L_0 = V_0 t_0, \quad \rho_1^0, \quad p_0 = \rho_1^0 R T_0.$$

На рис. 2 представлены результаты расчета распространения конвективного горения в канале длиной $L = 10$ см при начальном зазоре $h_{10} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м для моментов времени $t_1 = 2,2 \cdot 10^{-5}$ с, $t_2 = 8,3 \cdot 10^{-5}$ с. При $t = 0$ происходит поджигание участка длиной $0,1L$ (т. е. $T_2 = T_s^*$ при $0 \leq x \leq 0,1L$), левый торец канала $x = 0$ открыт, а правый $x = L$ закрыт. Образующиеся при горении твердого топлива газы формируют фронт волны сжатия, который движется в глубь канала; фронт горения несколько отстает от фронта давления. Перед фронтом горения вначале образуется слой более плотного газа, по мере развития процесса фронт горения догоняет точку максимума плотности ρ_1 . Местонахождение фронта пламени на всех графиках отмечено звездочкой.

Перед фронтом горения образуется утолщение слоя топлива (больше его начальной ширины). Волна сжатия в газе и волна напряжений p_{yy}^0 в твердой фазе распространяются с одинаковой скоростью. Волна напряжений p_{xx} опережает волну p_1 в газе. Для данной постановки граничных условий уровень напряжений в волне p_{yy}^0 сравним с давлением в газе, в то время как продольные напряжения p_{xx} значительно меньше.

На рис. 2 можно проследить изменение профиля скорости газа u_1 по мере продвижения фронта горения в глубь канала. Фронт горения постепенно догоняет пик скорости. На левом торце канала $x = 0$ по мере роста давления p_1 в щели начинается истечение газа сначала с дозвуковой,

а затем со сверхзвуковой скоростью. От зоны инициирующего участка скорость фронта пламени по мере распространения горения в глубь канала сначала резко возрастает, затем стабилизируется, несколько снижаясь при подходе к твердой стенке $x = L$ из-за формирования отраженных волн p_1 .

Развитие конвективного горения при затекании газов в открытый на левом торце канал ($h_{10} = 0,25$ мм, $L = 10$ см) при росте давления в камере ($x < 0$) со скоростью $dp_e/dt = 2,5 \cdot 10^4$ МПа/с показано на рис. 3. Результаты приведены для моментов времени: $t_1 = 6,07 \cdot 10^{-5}$ с, $t_2 = 1,24 \cdot 10^{-4}$ с, $t_3 = 1,64 \cdot 10^{-4}$ с.

Из графиков видно, что в начальный момент в канал проникает ударная волна, от которой отстаёт фронт горения. При этом происходит затекание газов в канал. Затекающие горячие газы инициируют ускоренное распространение пламени. С течением времени профили давления $p_1(x)$ и скорости газа $u_1(x)$ изменяются: если при отсутствии горения свода канала графики имеют форму плато, то по мере образования газообразных продуктов горения при проникании фронта пламени в глубь канала давление газа p_1 увеличивается в зоне горения. По мере роста p_1 скорость газа u_1 на левом торце начинает падать, и при преобладающем росте давления внутри канала по сравнению с возрастанием давления в камере газ начинает истекать из канала (см. рис. 3). Увеличение p_1 в зоне горения приводит к возрастанию u_1 . Образуется вторая волна (пик скорости u_1 на рис. 3), которую догоняет фронт конвективного горения. Затем вторичная волна с фронтом горения догоняет передний фронт головной ударной волны (момент времени t_3 на рис. 3). При этом формируется самораспространяющаяся волновая структура, содержащая головную ударную волну и примыкающую к ней зону горения, причем воспламенение поверхности топлива осуществляется потоком ударно-сжатого газа, т. е. имеет место ударно-волновой, а не конвективный механизм распространения зоны реакции. При достижении фронтом правой твердой стенки ($x = L$) в канале формируется отраженная ударная волна, после чего скорость газа непрерывно уменьшается во всех сечениях. После отражения волны сжатия давление p_1 на твердой стенке становится выше, чем в канале, и формируется возвратное течение от твердой стенки.

Волна продольных напряжений p_{xx} в твердом топливе опережает волну сжатия в газе (см. рис. 3). Неравномерность распределения напряжений в твердой фазе и в газе приводит к возникновению поперечных колебаний твердой фазы (см. график $v_2(x)$ на рис. 3). Из графика $h_1(x)$ видно, что перед фронтом пламени образуется утолщение слоя топлива, причем по мере продвижения фронта горе-

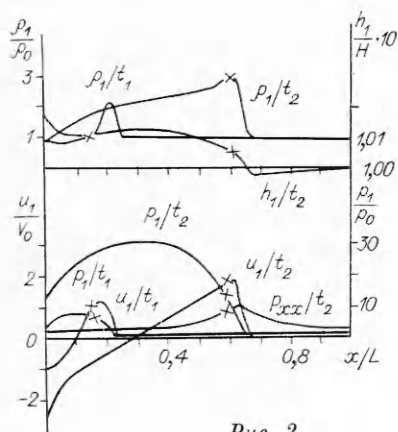


Рис. 2.

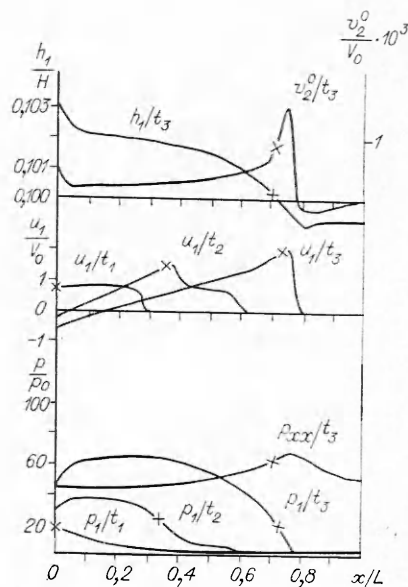


Рис. 3.

ния в глубь канала максимум этого утолщения растет. Таким образом, видна тенденция к смыканию стенок канала перед фронтом горения, на возможность частичного сужения (закрытия) канала указано в работе [17]. Скорость фронта пламени по мере проникания горячих газов в канал сначала возрастает, затем выходит на стационарный режим, а по мере формирования отраженных волн уменьшается у твердой стенки.

Были проведены расчеты для различных геометрических размеров каналов h_{10} и L . Выяснено, что в случае узких каналов ($h_{10} < 0,1 \cdot 10^{-3}$ м) затруднено затекание газов в канал и проникание волны сжатия в глубь канала из-за сильного влияния силы трения. Для более широких каналов ($h_{10} > 1 \cdot 10^{-3}$ м) скорость распространения фронта горения уменьшается, так как приток газообразных продуктов реакции от межфазной поверхности в результате горения твердого топлива меньше влияет на рост давления p_1 внутри канала из-за большего объема, занимаемого газовой фазой.

Расчеты для различных коэффициентов шероховатости поверхности канала f_c в законе трения в каналах одинаковых геометрических размеров показали, что на скорость распространения конвективного горения влияют следующие противоположно направленные факторы: 1) более быстрое распространение волны давления p_1 и соответственно большая площадь прогретой поверхности твердого топлива (при меньшем коэффициенте трения) и 2) более интенсивный разогрев поверхности (при большем коэффициенте трения).

Таким образом, в работе построена математическая модель, позволяющая провести численное исследование нестационарных процессов распространения пламени в сжимаемом пористом топливе. Полученное численное решение является приближенным решением осредненной системы двумерных дифференциальных уравнений с учетом граничных условий. Показано, что с течением времени нестационарный волновой процесс может выходить на самоподдерживающийся режим распространения, не зависящий от условий иницирования на входе (при $x = 0$) и являющийся сверхзвуковым относительно газа и дозвуковым относительно к-фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куо К. К., Вишневецки Р., Саммерфилд М. РТК, 1973, 11, 4, 34.
2. Ермолаев Б. С., Сулимов А. А., Фотеев В. А. и др. ФГВ, 1980, 16, 3, 24.
3. Беляев А. Ф., Коротков А. И., Сулимов А. А. и др. ФГВ, 1969, 5, 1, 8.
4. Беляев А. Ф., Боболев В. К. и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв. — М.: Наука, 1973.
5. Кумар М., Ковачич С. М., Куо К. К. РТК, 1981, 19, 7, 78.
6. Смирнов Н. П., Димитриенко П. Д. ФГВ, 1986, 22, 3, 59.
7. Смирнов Н. П. ФГВ, 1987, 23, 3, 58.
8. Смирнов Н. П. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика, механика, 1987, 3, 16.
9. Гоф П. С., Шварц Ф. Дж. РТК, 1979, 17, 1, 49.
10. Хофман С. Дж., Криер Х. РТК, 1981, 19, 13, 87.
11. Нигматуллин Р. И., Вайнштейн П. Б., Ахатов И. Ш. ФГВ, 1983, 19, 5, 93.
12. Краснов Ю. К., Маргулис В. М., Марголин А. Д. и др. ФГВ, 1970, 6, 3, 290.
13. Вилюнов В. П., Ушаков В. М., Шрагер Э. Р. ФГВ, 1970, 6, 3, 311.
14. Ермолаев Б. С., Посвянский В. С. // Горение конденсированных и гетерогенных систем. — Черноголовка, 1980.
15. Черепанов Г. П. ПМТФ, 1970, 2, 90.
16. Кирсанова З. В., Лейпунский О. И. ФГВ, 1970, 6, 1, 72.
17. Кумар М., Куо К. К. РТК, 1981, 19, 12, 98.
18. Седов Л. И. Механика сплошной среды. — М.: Наука, 1976.
19. Зверев И. Н., Смирнов Н. П. Газодинамика горения. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
20. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. — М.: Мир, 1972.

г. Москва

Поступила в редакцию 9/XI 1988,
после доработки — 26/VI 1989