

## АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЧАСТИЦ НЕСФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ В ПОТОКЕ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

В. М. Бойко, С. В. Поплавский

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск, s.poplav@itam.nsc.ru

Методом многокадровой теневой визуализации исследовалась ранняя стадия скоростной релаксации частиц несферической формы в потоке за проходящей ударной волной. Предложена процедура обработки данных по перемещению свободного тела для определения его ускорения, которая в сочетании с используемой диагностикой является своеобразными бесконтактными аэродинамическими весами. Впервые получены данные по сопротивлению тел неправильной формы в потоке за ударной волной при характерных для пылевых взрывов числах Маха  $0,5 \div 1,5$  и Рейнольдса  $\approx 10^5$ . Установлено, что сопротивления несферического плохобтекаемого тела и сферы в этих условиях близки и в 2–3 раза превышают сопротивление сферы при стационарном обтекании.

Ключевые слова: ударные волны, пылевзвеси, скоростная релаксация, аэродинамическое сопротивление.

### ВВЕДЕНИЕ

Ударные волны, будучи неотъемлемым атрибутом всех взрывных процессов, в двухфазных средах характеризуются существенными особенностями. В частности, межфазный обмен импульсом в ходе скоростной релаксации фаз и связанные с ним явления нестационарности ударной волны зависят от аэродинамических свойств частиц конденсированной фазы [1–3]. Вопрос о влиянии формы частиц на эти процессы особенно актуален для органических пылей растительного и минерального происхождения, так как их частицы имеют неправильную форму типа кристаллов со случайным числом и формой граней, что хорошо видно на рис. 1.

Экспериментальные данные по коэффициенту аэродинамического сопротивления таких частиц отсутствуют, поскольку для традиционной аэродинамики объекты такой формы не представляют интереса. Для большого класса технических устройств, в которых имеют место двухфазные течения в соплах и струях и где по технологическим или иным соображениям применяются только сфероидизированные металлические и полимерные порошки, вполне оправданно используются макроскопические представления по аэродинамике сферы. Что же касается природных органических

пылей, то для них типичны частицы разнообразных несферических (неправильных) форм, а сферические, напротив, — редкое исключение. При этом в численных моделях двухфазных течений все пыли считаются состоящими из частиц сферической формы с гладкой поверхностью. Вопрос о том, насколько это близко к истине (или насколько несферичность влияет на физические параметры межфазных обменных процессов), до сих пор не только не исследовался, но и не возникал. Это связано с тем, что даже для сферических частиц до недавнего времени отсутствовали данные по сопротивлению в условиях неустановившегося обтекания, а в вычислениях использовались различные корреляционные зависимости, полученные в условиях, близких к стационарным [4–8].

Отметим, что стационарными эти условия можно считать лишь в сравнении с ударными волнами. В практике и экспериментах свободные частицы в силу своей инерционности всегда находятся в условиях скоростной неравновесности с газом либо из-за макроскопических перестроек потока — ускорения или торможения газовой фазы, как, например, в ракетных соплах [4, 5], либо из-за турбулентности потока, либо из-за скоростной релаксации самих частиц при внезапном попадании в стационарный поток [6, 7]. Диапазон относительных чисел Маха и Рейнольдса для определения коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_x$  наиболее полно охвачен в работе [8], но и в

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номера проектов 01-01-00776 и 03-01-00453).

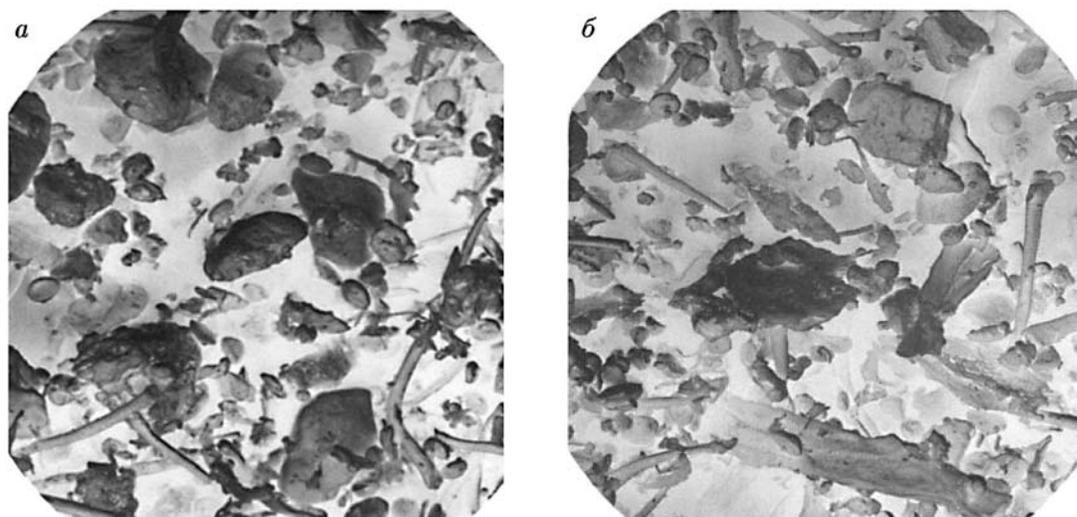


Рис. 1. Микрофотография (электронный микроскоп) частиц угольной пыли (*a*) и муки (*b*) ( $\times 200$ )

ней взаимодействие частиц с проходящей ударной волной не рассматривалось.

Ввиду актуальности задач распространения ударных волн в пылегазовых смесях в последнее десятилетие появился целый ряд публикаций по аэродинамическому сопротивлению  $C_x$  сферических частиц в потоках за ударной волной [9–12]. Было установлено, что в таких условиях значение  $C_x$  существенно (в несколько раз) выше, чем в случае стационарного обтекания, хотя общая тенденция небольшого уменьшения  $C_x$  с ростом числа Рейнольдса  $Re$  та же, что и для стационарных случаев (по крайней мере, в диапазоне  $10^3 < Re < 10^5$ ). Для определения  $C_x$  чаще всего используется подход, предложенный в [9]: 1) многокадровым оптическим методом с заданным временным интервалом регистрируют последовательное положение свободного тела, ускоряющегося в потоке за проходящей ударной волной; 2) обработкой изображений получают массив данных по перемещению тела в известные моменты времени; 3) аппроксимируют траекторию некой функцией (в [12], например, рекомендуется использовать полином 3-й степени); 4) дважды дифференцируя полученную функцию перемещения, находят скорость и ускорение тела, необходимые для вычисления  $C_x$  из уравнения движения.

Этот подход, не вызывающий сомнений в части постановки эксперимента, оставляет

ряд вопросов в части обработки данных. Известно, например, что выбор аппроксимирующей функции существенно влияет на конечный результат вычислений, и тем более если при обработке данных выполняется численное дифференцирование, а в данном случае — двойное. Тогда непонятно, почему используется полином, а не точная функция перемещения, которая получается интегрированием уравнения движения частицы в потоке за ударной волной (см., например, [1]). Если все-таки используется полином, то почему 3-й степени, ведь после двойного дифференцирования это ограничивает приближение функции ускорения линейной зависимостью, что далеко не так. В [13], например, для вычисления  $C_x$  по данным пространственно-временной зависимости перемещения тела на баллистической трассе тоже применялся полином, но более корректно. Во-первых, полином был получен разложением точной функции перемещения, в этом случае коэффициенты полинома приобретают вид конкретной комбинации физических параметров процесса. Во-вторых, порядок полинома не ограничивался искусственно, а определялся заданной погрешностью вычисления  $C_x$ .

В связи с вышеизложенным представляется актуальным, во-первых, детально проанализировать известные методы обработки экспериментальных данных применительно к

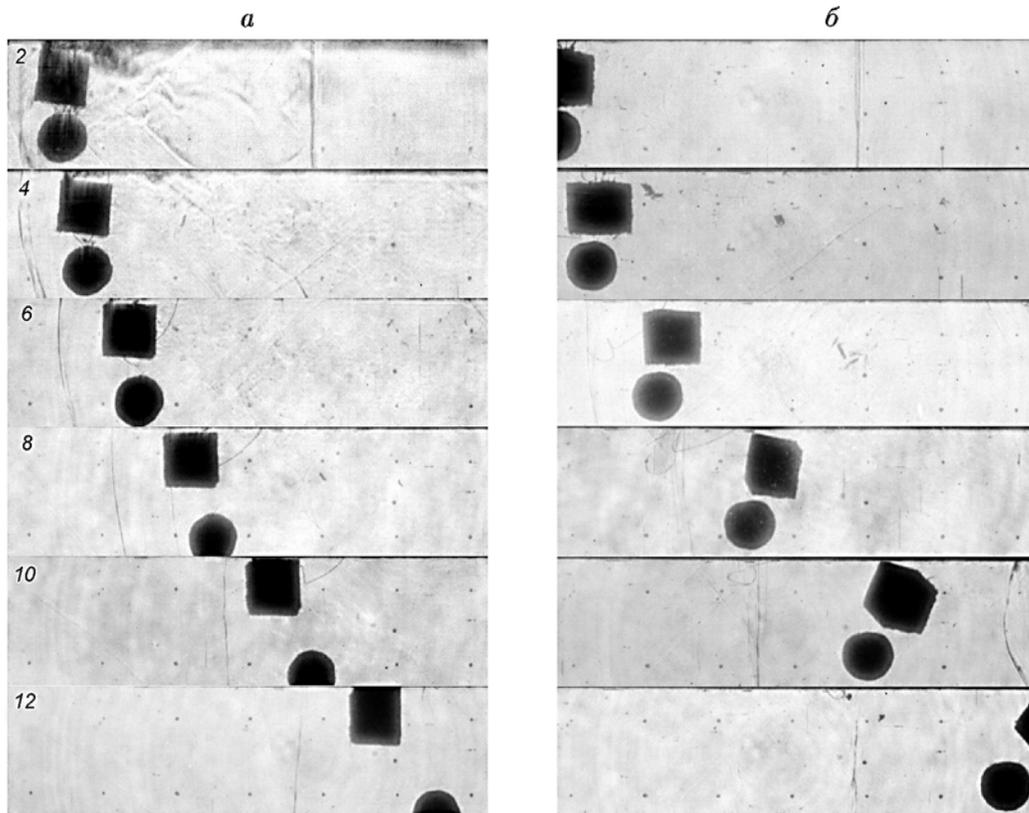


Рис. 2. Сравнительная динамика куба и сферы одинакового размера и одной плотности материала при различной ориентации куба к направлению потока:

*a* — куб расположен гранью к потоку, *б* — куб расположен ребром к потоку

ускорению частиц в потоке за ударной волной с целью определения оптимальных и эффективных алгоритмов и, во-вторых, с помощью этих алгоритмов по пространственно-временным данным исследовать сопротивление некоторого модельного тела неправильной формы в режимах, характерных для пылевых взрывов, и путем сравнения его динамики со сферой выявить влияние формы частиц на коэффициент сопротивления.

### ЭКСПЕРИМЕНТ И ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В данной работе динамика частиц несферической формы изучалась на примере куба размером  $\approx 5$  мм. Куб выбран с тем, чтобы (при наличии у него выраженных ребер и граней, характерных для частиц органических пылей) обеспечить повторяемость условий эксперимента в части формы тела. Однако динамика даже столь простого тела существенно

отличалась от опыта к опыту в зависимости от его начального положения в потоке. На рис. 2 показаны две выборки из серий теневых снимков, полученных в одинаковых условиях в экспериментах на ударной трубе (кадры с четными номерами следуют через 80 мкс). На кадрах 2 виден фронт проходящей ударной волны. Фронт и поток за ним двигаются слева направо, увлекая свободные тела — куб и сферу. Для уменьшения относительной погрешности измерения перемещения (путем увеличения абсолютного перемещения) тела изготавливались из легкой древесины плотностью  $\approx 120$  кг/м<sup>3</sup>. Для уменьшения взаимного влияния телá принесены в пространстве в направлении наблюдения на  $3/2$  размера тела.

На рис. 2, *a* куб расположен гранью практически перпендикулярно к потоку, но его ускорение меньше, чем при натекании потока на ребро или вершину куба (рис. 2, *б*). Это можно объяснить тем, что при изменении положения куба аэродинамическая сила в боль-

шей мере зависит от площади миделевого сечения, чем от коэффициента аэродинамического сопротивления. Забегая вперед, отметим, что коэффициент аэродинамического сопротивления куба в случае «а» ( $C_x = 1,75$ ) действительно больше, чем в случае «б» ( $C_x = 1,5$ ), но площадь миделя в этих двух случаях отличается значительно больше — в  $\sqrt{3}$  раз. Таким образом, геометрический фактор при вращении неправильного тела оказывает большее влияние на поступательную динамику, чем аэродинамический (для куба это соотношение  $\approx 3/2$ ). Само же вращение тела в потоке — это более типичное поведение, чем в случае «а», и в большинстве случаев приводит к некоторому устойчивому положению тела относительно вектора скорости потока. Многочисленные наблюдения показали, что для куба это состояние соответствует расположению большой диагонали параллельно вектору скорости.

Ввиду неоднозначности поведения куба в зависимости от начальной ориентации относительно вектора скорости потока и с целью исключения возможного влияния второго тела была выполнена серия экспериментов с одиночными несферическими телами. В условиях, типичных для ранней стадии развития пылевого взрыва, т. е. при числах Маха потока  $M = 0,5 \div 1,5$  и неустановившемся характере обтекания, исследовался коэффициент аэродинамического сопротивления  $C_x$  свободно ускоряющихся несферических тел, а также сферы — в качестве эталона для данных условий. Для таких экспериментов был предложен следующий метод определения  $C_x$ . Коэффициент  $C_x$  — это отношение аэродинамической силы  $F_a$  к силе, которую мог бы вызвать динамический напор при действии на площадь миделевого сечения  $s$ :

$$C_x = \frac{F_a}{s(\rho u^2/2)},$$

где  $\rho$  — плотность газа,  $u$  — скорость. При известной массе тела  $m$  вместо измерения силы можно использовать ускорение  $a$  свободного тела в потоке:

$$C_x = \frac{2ma}{s\rho u^2} = \frac{2m}{s\rho} \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{u^2}{a}. \quad (1)$$

Величина  $\lambda$  (по размерности — длина) определяется из эксперимента по известной скорости набегающего потока и среднему ускорению тела  $a$ . Для количественного определения ускорения используется многокадровая регистрация

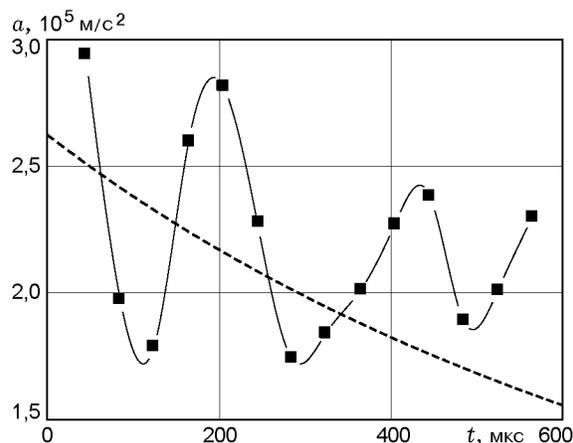


Рис. 3. Ускорение частицы при внезапном попадании в поток за ударной волной:

$M = 1,3$ ,  $Re = 1,8 \cdot 10^5$ ; штриховая линия — ожидаемая функция ускорения

перемещения тела (точнее, результат двойного численного дифференцирования перемещения). Предлагаемый подход стал возможен благодаря применению многокадровой теневой фоторегистрации на базе лазерного стробоскопического источника света и получения массива данных по перемещению с помощью специального комплекса программных средств обработки теневых фотографий [14].

Процедура аппроксимации результатов двойного численного дифференцирования исходных массивов данных по перемещению в сочетании с используемой диагностикой дает тот же результат, что и аэродинамические весы, но этот метод является бесконтактным. На рис. 3 приведен типичный график ускорения сферической частицы в потоке за проходящей ударной волной. Точки на этом графике получены двойным численным дифференцированием данных по перемещению. Пульсация ускорения (а значит, и аэродинамической силы) с характерной частотой  $\approx 5 \cdot 10^3$  Гц, по-видимому, связана с пульсацией размера отрывной зоны при неустановившемся характере обтекания частицы и ускорении  $a \approx 10^5$  м/с<sup>2</sup>.

#### Ранняя стадия скоростной релаксации газа и свободного тела

Показанные на рис. 3 пульсации ускорения, ограничение числа точек и проблемы с численным дифференцированием функции, заданной в виде дискретного набора точек с некоторой измерительной погрешностью, не всегда

позволяют определить ускорение с удовлетворительной точностью. Для таких случаев были разработаны методы работы с исходными массивами данных или с их не более чем первой производной. Это приводит к новому выражению коэффициента аэродинамического сопротивления в терминах параметров скоростной релаксации. Вычислительная часть предлагаемого метода основана на возможности аппроксимации экспериментальных данных по положению частицы  $S_i$  в моменты  $t_i$  некоторой функцией  $S(t)$ . Такой же подход возможен и для массива данных по скорости тела  $V_i = (S_{i+1} - S_i)/(t_{i+1} - t_i)$ . Это позволяет определять величину  $\lambda$  (а по ней и  $C_x$ ) без измерения ускорения. Необходимый для этого аналитический вид функций перемещения  $S(t)$  и скорости  $V(t)$  для ранней стадии скоростной релаксации выводится ниже.

При больших числах Рейнольдса, не учитывая гравитационную составляющую, уравнение движения свободного тела, внезапно попавшего в поток, можно записать следующим образом:

$$m \frac{dV}{dt} = C_x s \frac{\rho(u - V)^2}{2} \quad (V = 0 \text{ при } t = 0).$$

В предположении постоянства  $C_x$  и после сведения постоянных параметров в один параметр

$$\lambda = 2m/s\rho C_x \quad (2)$$

уравнение движения приводится к виду

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\lambda}(u - V)^2 \quad (V = 0 \text{ при } t = 0).$$

Ему удовлетворяет выражение для скорости частицы

$$V(t) = u \left( 1 - \frac{1}{1 + t/\tau} \right), \quad (3)$$

которое после интегрирования дает функцию перемещения

$$S(t) = \lambda[t/\tau - \ln(1 + t/\tau)], \quad (4)$$

а после дифференцирования — функцию ускорения

$$a(t) = \frac{u}{\tau} \frac{1}{(1 + t/\tau)^2}. \quad (5)$$

Функции (3) и (4) используются нами для аппроксимации экспериментальных данных по

динамике частицы на ранней стадии релаксации. Величины  $\lambda$  и  $\tau$  находятся из условия наилучшей аппроксимации, например, методом наименьших квадратов или более современными методами. Очевидно, что если определен параметр релаксации  $\lambda$ , то  $C_x$  вычисляется из формулы (2):

$$C_x = 2m/s\rho\lambda. \quad (6)$$

Это и есть определение  $C_x$  в терминах скоростной релаксации. Формально определение (6) совпадает с (1), но, будучи полученно вместе с кинематическими функциями (3)–(5), позволяет определять величину  $\lambda$  не через ускорение тела, а как размерный коэффициент в функции перемещения (4). Согласно методу наименьших квадратов в случае функции (4) искомая величина  $\lambda$  (при известной скорости  $u$ ) является корнем уравнения

$$\sum_i \left\{ S_i - \left[ ut_i - \lambda \ln \left( 1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right) \right] \right\} \times \left[ \frac{t_i u / \lambda}{1 + ut_i / \lambda} - \ln \left( 1 + \frac{u}{\lambda} t_i \right) \right] = 0. \quad (7)$$

При наличии других неизвестных параметров (например, скорости потока  $u$ ) может быть получена и решена система таких уравнений с частными производными по соответствующим параметрам (например, по  $\lambda$  и  $u$ ):

$$\sum_i^n [S_i - S(t_i; u, \lambda)] \frac{\partial S(t_i; u, \lambda)}{\partial u} = 0, \quad (8)$$

$$\sum_i^n [S_i - S(t_i; u, \lambda)] \frac{\partial S(t_i; u, \lambda)}{\partial \lambda} = 0.$$

Поскольку в ходе ускорения тела его сопротивление изменяется, найденное значение  $\lambda$  следует рассматривать как результат осреднения за время наблюдения, а также осреднения по пространству. Чем меньше выборка из всего вектора данных, т. е. чем короче трек частицы, тем локальнее измерение, но менее представительна статистика. Налицо неопределенность, свойственная любым времяпролетным методам измерения скорости: чем выше пространственное разрешение метода, тем ниже его точность. Отметим, наконец, что уравнение (7), как правило, имеет не единственное решение. В некотором приближении верное решение можно выбрать исходя из физических условий эксперимента. Но существует

и более общий, полностью формализованный подход, основанный на работе исключительно с экспериментальными массивами данных по перемещению тела. О нем и говорится в следующем параграфе.

### Приближенное решение

Для быстрых инженерных расчетов, а также для предварительной оценки области решения уравнения (7) был найден приближенный аналитический вид параметра  $\lambda$ . Он позволяет вычислять коэффициент  $C_x$  непосредственно по массивам данных  $(S_i, t_i)$  без решения трансцендентного уравнения (7) или системы уравнений типа (8). Это особенно актуально в многопараметрических задачах, имеющих не единственное решение. Поскольку рассматривается ранняя стадия скоростной релаксации ( $t/\tau < 1$ ), справедливо разложение

$$\ln\left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \cong \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{t}{\tau}\right)^3 - \dots$$

Тогда функцию перемещения (6) можно заменить приближенной функцией

$$S(t; u, \tau) = \frac{1}{2} \frac{u}{\tau} t^2 - \frac{1}{3} \frac{u}{\tau^2} t^3 + \frac{1}{4} \frac{u}{\tau^3} t^4 - \dots \quad (9)$$

Вводя новые параметры  $x_1 = u/2\tau$ ,  $x_2 = u/3\tau^2$ ,  $x_3 = u/4\tau^3 \dots$  и подставляя в (8) новую аппроксимирующую функцию

$$S^*(t; x_1, x_2, \dots, x_m) = x_1 t^2 - x_2 t^3 + \dots \pm x_m t^{m+1}$$

(«+» для нечетного числа  $m$ , «-» для четного;  $m < n$  — числа точек в массиве), получаем систему из  $m$  линейных уравнений. Это не что иное, как задача о нахождении коэффициентов знакопеременного полинома (9), при которых он аппроксимирует массив экспериментальных данных  $(S_i, t_i)$  с минимальным среднеквадратичным отклонением. Ввиду громоздкости общего вида для примера ограничимся случаем двух членов разложения:

$$\begin{aligned} x_1 \sum_i^n t_i^4 - x_2 \sum_i^n t_i^5 &= \sum_i^n S_i t_i^2, \\ x_1 \sum_i^n t_i^5 - x_2 \sum_i^n t_i^6 &= \sum_i^n S_i t_i^3. \end{aligned}$$

Решение этой системы, равно как и линейных систем более высокого порядка, может

быть выражено в алгебраической форме через некоторые статистические суммы исходных экспериментальных массивов данных. Для приведенной системы, например, имеем

$$x_1 = \frac{c + bx_2}{a}, \quad x_2 = \frac{f - bc/a}{b^2/a - e},$$

где  $a = \sum_i^n t_i^4$ ,  $b = \sum_i^n t_i^5$ ,  $c = \sum_i^n S_i t_i^2$ ,  $e = \sum_i^n t_i^6$ ,  $f = \sum_i^n S_i t_i^3$ , откуда приближенные значения релаксационных параметров процесса выражаются через коэффициенты полинома

$$\tau^* = \frac{2}{3} \frac{x_1}{x_2}, \quad \lambda^* = \frac{8}{9} \frac{x_1^3}{x_2^2}. \quad (10)$$

Эти величины в случае  $t_n/\tau^* \ll 1$  могут использоваться как конечный результат для определения  $C_x$ .

### Двухпараметрическая задача

В ряде случаев скорость потока  $u$  неизвестна и ее приходится определять (или уточнять), наряду с параметрами релаксации, статистической обработкой данных по перемещению. В описанном выше подходе приближенная скорость газа  $u^*$  уже определена, поскольку  $u^* = \lambda^*/\tau^*$ . В общем же случае вместо уравнения (7) решается система (8) с конкретным видом функции перемещения. Известно, однако, что для двухпараметрической задачи значительно ужесточаются требования к погрешности исходного массива. Поэтому наряду с мерами по повышению точности измерений используется прием, позволяющий при обработке данных перейти от двухпараметрической аппроксимации к независимому нахождению двух параметров, явно выраженных в алгебраическом виде из соотношений (3)–(5). Прием основан на том, что каждый из искомых параметров входит в соответствующую аппроксимирующую функцию как множитель, благодаря чему от него можно избавиться, перейдя от вектора данных  $F_i$  к матрице  $F_{ij} = F_i/F_j$ ,  $i < j$ . Тогда из (3) следует, что релаксационный параметр  $\tau$  может быть независимо получен статистической обработкой множества значений элементов матрицы:

$$\tau_{ij} = t_j \frac{1 - V_{ij}}{V_{ij} t_{ij} - 1}, \quad V_{ij} = \frac{V_i}{V_j}, \quad t_{ji} = \frac{t_j}{t_i}. \quad (11)$$

Здесь скорость  $V_i$  — это новый массив данных, полученный численным дифференцированием исходного массива данных по перемещению. Аналогично избавившись от релаксационного параметра  $\lambda$  непосредственно в уравнении движения и заменив в нем левую часть численным значением ускорения  $a_i$ , полученным путем численного дифференцирования массива  $V_i$ , можно определить скорость газа, осредняя множество значений в матрице

$$u_{ij} = V_j \frac{\sqrt{a_{ij}} - V_{ij}}{\sqrt{a_{ij}} - 1}, \quad a_{ij} = \frac{a_i}{a_j}. \quad (12)$$

Таким образом, если находить параметры релаксации по исходному массиву перемещения, то необходимо решать двухпараметрическую задачу аппроксимации, а с использованием первых двух производных этого массива параметры находятся независимо. Важно, что в том и в другом случае предлагаемая техника позволяет с удовлетворительной точностью получить оценку релаксационного параметра  $\lambda = u\tau$  для некоторого массива  $S_i$ , если для него выполняется условие  $t_n/\tau \ll 1$ . Если это не так и постоянная времени релаксации  $\tau$  сравнима с временем наблюдения  $t_n$ , то можно ограничиться выборкой  $S_1, \dots, S_m$  такой, чтобы выполнялось условие  $t_m/\tau \ll 1$ . Важно также, чтобы сама постановка эксперимента и физическая картина взаимодействия тела с потоком соответствовали уравнению движения (2). В ряде задач уже на стадии записи уравнения движения и получаемой из него функции скорости приходится искать другие подходы. Для функции перемещения, отличной от (3), уравнение (7) будет иметь другой вид, не годятся разложение в ряд (9) и полученные из него приближенные параметры релаксации (10), иначе будет выглядеть переход от векторов данных к их матричным представлениям (11) и (12), но сами эти подходы остаются в силе и могут применяться для любого вида функций перемещения, скорости и ускорения.

### Анализ полученных результатов

Описанные методы обработки экспериментальных данных по перемещению свободных тел в потоке за ударной волной позволили определить коэффициент аэродинамического сопротивления: а) либо средний за время наблюдения по всему массиву данных, б) либо локальный по выборке. Так на рис. 4 точки 1 и 2 полу-

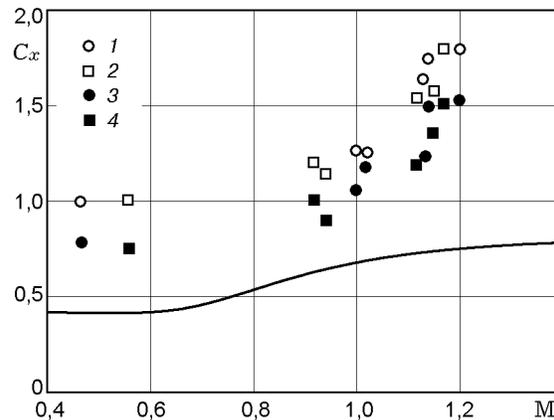


Рис. 4. Коэффициент аэродинамического сопротивления куба и сферы в потоке за ударной волной:

1, 2 — сфера и куб с учетом воздействия фронта ударной волны; 3, 4 — без учета воздействия; сплошная кривая — коэффициент  $C_x$  для сферы при  $Re \approx 10^5$  и установившемся обтекании [2]

чены по всему массиву данных, включая раннюю стадию релаксации, когда влияние фронта на ускорение существенно, а точки 3 и 4 получены для более поздней стадии.

Для куба установлено, что существует устойчивое положение относительно вектора скорости потока, в котором момент аэродинамической силы относительно центра массы отсутствует. То есть центр массы тела и центр аэродинамической силы, действующей на тело, либо совмещены в пространстве, либо лежат в указанной последовательности на одной прямой, совпадающей с вектором этой силы. Это положение устанавливается в первые 200 ÷ 400 мкс пребывания тела в потоке, а зарегистрированная угловая скорость в период установления может достигать значения  $3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ . Многочисленные наблюдения показали, что устойчивое положение куба в потоке соответствует его максимальному миделевому сечению.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью теневой многокадровой регистрации на основе лазерного стробоскопического источника света впервые получены количественные данные по динамике тел несферической формы, свободно ускоряющихся в потоке за ударной волной. Разработана процедура аппроксимации результатов двойного численного дифференцирования массивов данных по

перемещению свободного тела, которая в сочетании с используемой диагностикой является своеобразными бесконтактными аэродинамическими весами. Получены данные по сопротивлению несферических тел и сферы на ранней стадии скоростной релаксации в потоке за ударной волной. Установлено, что сопротивление несферического тела и сферы в этих условиях близки и в 2–3 раза превышают таковое для сферы при стационарном обтекании.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Бойко В. М., Папырин А. Н., Поплавский С. В.** О механизме воспламенения пылей в проходящих ударных волнах // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 3. С. 143–148.
2. **Бойко В. М., Фомин В. М., Киселев В. П. и др.** О некоторых особенностях течения газа при взаимодействии ударной волны с облаком частиц // Докл. АН. 1995. Т. 340, № 2. С. 188–190.
3. **Sommerfeld M.** The unsteadiness of shock waves propagating through gas-particle mixtures // Experiments in Fluids. 1985. N 4. P. 197–206.
4. **Carlson D. J., Hoglund R. F.** Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA Journal. 1964. V. 2, N 11. P. 1980–1984.
5. **Selberg B. P., Nicholls J. A.** Drag coefficient of small spherical particles // AIAA Journal. 1968. V. 6, N 3. P. 401–408.
6. **Bailey A. B., Hiatt J.** Sphere drag coefficient for a road range of Mach and Reynolds numbers // AIAA Journal. 1972. V. 10, N 11. P. 1436–1440.
7. **Bailey A. B., Starr R. F.** Sphere drag at transonic speeds and high Reynolds numbers // AIAA Journal. 1976. V. 14, N 11. P. 1631–1632.
8. **Henderson C. B.** Drag coefficient of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA Journal. 1976. V. 14, N 6. P. 707–708.
9. **Igra O., Takayama K.** Shock tube study of the drag coefficient of a sphere in a non-stationary flow // Proc. Roy. Soc. London. 1993. N A442. P. 231–347.
10. **Britan A., Elperin T., Igra O., Jiang J. P.** Acceleration of a sphere behind planar shock waves // Proc. of the 20th Intern. Symp. on Shock Waves, Pasadena, USA, 1995. V. II. P. 1285–1290.
11. **Suzuki T., Sakamura Y., Adachi T., et al.** Shock tube study of particles motion behind planar shock waves // Proc. of the 22nd Intern. Symp. on Shock Waves, London, GB, 1999. V. II. P. 1411–1416.
12. **Devals C., Jourdan G., Estivalezes J.-L., et al.** Shock tube spherical particle accelerating study for drag coefficient determination // Shock Waves. 2003. V. 12. P. 325–331.
13. **Мишин Г. И.** Простой метод расчета коэффициента сопротивления по данным пространственно-временной зависимости // Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений / Под ред. Ю. А. Дунаева. М.: Наука, 1967. С. 190–192.
14. **Boiko V. M., Gilyov V. M., Ocheretny S. G., Poplavski S. V.** Software complex for velocity field measurement on the basis of multiframe shadow pictures of two-phase flow // ICMAR: Proc. Pt 3 / A. M. Kharitonov (Ed.). Novosibirsk, 1998. P. 78–83.

*Поступила в редакцию 24/XII 2003 г.*