

**И. В. Минин, О. В. Минин***(Новосибирск)***КОРРЕКЦИЯ ДИСПЕРСИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ  
ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ  
ВЫБОРОМ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ  
ДИФРАКЦИОННОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА**

Рассмотрены особенности распространения фемтосекундных импульсов через фокусирующий дифракционный оптический элемент. Показано, что уменьшить временную задержку между импульсным и фазовым волновыми фронтами можно, если выполнять дифракционный оптический элемент на оптимальной криволинейной поверхности.

**Введение.** Вследствие разности фазовой и групповой скоростей при распространении фемтосекундных импульсов через фокусирующий элемент (линзу) существует временная задержка между импульсным и фазовым волновыми фронтами [1]. Заметим, что при рассмотрении вопросов распространения таких импульсов следует учитывать их малую длительность и конечность величины скорости света. Под импульсным фронтом понимается [1] поверхность, совпадающая с пиком импульса в фиксированный момент времени. В линзах указанная временная задержка обусловлена дисперсией материала [2], а в дифракционных оптических элементах (ДОЭ) – их хроматическими свойствами. Одним из методов частичной компенсации дисперсионных искажений фемтосекундных импульсов может служить комбинация «дифракционный оптический элемент + диэлектрическая линза» [3, 4]. В данной работе рассматриваются только фокусирующие ДОЭ.

В работе [1] на основе принципа Ферма в параксиальном приближении показано, что задержка между фазовым и импульсным волновыми фронтами для ДОЭ (амплитудной зонной пластины) может быть вычислена как

$$\Delta T(r) = \frac{r_0^2 - r^2}{2cf^2} \lambda \frac{df}{d\lambda}, \quad (1)$$

где  $r$  – радиальная координата в плоскости зонной пластины;  $r_0$  – радиус зонной пластины;  $f$  – фокусное расстояние;  $df/d\lambda$  – продольная хроматическая aberrация зонной пластины. В (1) задержка для крайнего луча принята равной нулю ( $r = r_0$ ).

В этой же работе показано, что для типичных значений продольной хроматической аберрации в оптических системах импульсный фронт пространственно опережает фазовый фронт на 2–20 % от величины расстояния, пройденного в дисперсионной среде. Это приводит к искажению формы импульса в области фокусировки, и для фемтосекундных импульсов такими большими задержками нельзя пренебрегать [1].

**Оценка возможности коррекции дисперсионных искажений фемтосекундных импульсов.** Рассмотрим распространение фемтосекундных импульсов через плоский ДОЭ (зонную пластину).

Геометрия прохождения лучей через дифракционный оптический элемент, приведенная на рис. 1, а, такова, что для осевого луча, который проходит минимальное расстояние (равное фокусному расстоянию), задержка между импульсным и фазовым волновыми фронтами максимальна, в то время как для крайнего луча, который проходит максимальное расстояние, временная задержка равна нулю.

Пространственная зависимость времени задержки между фазовым и импульсным фронтами представляет собой отношение разности хода волн между крайним и произвольным лучами, проходящими через зонную пластину, к скорости света. Это следует из геометрии задачи. Исходя из этого задержка между импульсным и фазовым волновыми фронтами может быть определена как

$$\Delta T(r) = -\frac{L(r_0) - L(r)}{c} = -\frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} - \sqrt{f^2 + r^2}}{c}. \quad (2)$$

Здесь  $L(r_0)$ ,  $L(r)$  – оптические длины лучей от точки геометрического фокуса до края апертуры ДОЭ и точки с координатой  $r$  соответственно.

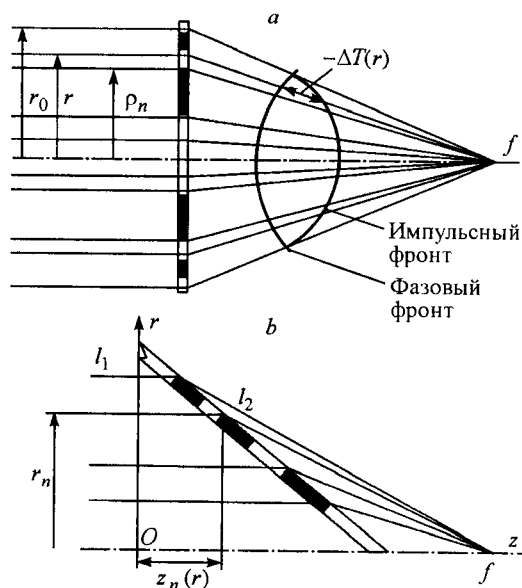


Рис. 1. Прохождение импульса через амплитудный фокусирующий дифракционный оптический элемент: на плоской поверхности (а); на конической поверхности (опорный радиус принят равным нулю) (б)

В параксиальном приближении при плоской падающей волне и при  $r_0 \ll f$  выражение (2) переходит в известное соотношение [1]

$$\Delta T(r) = -\frac{r_0^2 - r^2}{c(\sqrt{f^2 + r_0^2} + \sqrt{f^2 + r^2})} \approx -\frac{r_0^2 - r^2}{2fc}. \quad (3)$$

Здесь учтено, что радиусы зон Френеля  $\rho_n$  определяются по формуле  $\rho_n \approx \sqrt{n\lambda f}$  (т. е.  $\frac{df}{d\lambda} \approx -\frac{f}{\lambda}$ ).

Одним из методов компенсации задержки может быть использование дифракционной оптики на неплоских поверхностях [4].

Действительно, следуя геометрическому расчету ДОЭ, выполненного на произвольной поверхности вращения [5], можно записать (рис. 1, b):

$$l_1 + l_2 = l_3 + n\lambda/2, \quad (4)$$

где  $l_1$  – оптический путь луча, параллельного оптической оси и проходящего через границу  $n$ -й зоны Френеля;  $l_2$  – оптический путь того же луча, преломленного на поверхности ДОЭ и направленного к фокусу;  $l_3$  – оптический путь опорного луча (обычно  $l_3 = f$ );  $n$  – порядковый номер зоны Френеля;  $\lambda$  – длина волны излучения. Тогда

$$z_n(r) + \sqrt{r_n^2 + (f - z_n(r))^2} = f + n\lambda/2. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что зависимость фокусного расстояния неплоского ДОЭ от длины волны есть [5]:

$$f(\lambda) = z_n(r) + \frac{r_n^2 - (n\lambda/2)^2}{n\lambda}, \quad (6)$$

где  $z_n(r)$  – аппликата края  $n$ -й зоны Френеля на поверхности ДОЭ;  $r_n$  – проекция  $z_n(r)$  на плоскость  $XOY$ .

Дифференцируя (6) по  $\lambda$ , определяем хроматическую aberrацию для неплоского ДОЭ как

$$\frac{df}{d\lambda} = -\left(\frac{f(\lambda) - z_n(r)}{\lambda} + \frac{n}{4}\right).$$

С учетом (1) в параксиальном приближении можно записать

$$\Delta T(r) = -\frac{r_0^2 - r^2}{2cf^2} \left( f(\lambda) - z_n(r) + \frac{n\lambda}{4} \right) \approx -\frac{r_0^2 - r^2}{2f(\lambda)c} \left( 1 - \frac{z_n(r)}{f(\lambda)} \right). \quad (7)$$

Сравнивая (7) и (3), видим, что выбором формы поверхности ДОЭ и ее ориентации в пространстве возможна компенсация величины задержки между волновым и импульсным фронтами.

**Определение оптимальной формы поверхности ДОЭ.** Очевидно, что при любой поверхности дифракционного оптического элемента минималь-

ный оптический путь соответствует центральному лучу с координатой  $r = 0$ ,  $L(0) = f$ , а максимальный оптический путь – крайнему лучу с координатой  $r = r_0$ ,  $L(r_0) = z(r_0) + \sqrt{(f - z(r_0))^2 + r_0^2}$ .

Минимальный оптический путь для крайнего луча соответствует прямой:  $L_{\min}(r_0) = \sqrt{f^2 + r_0^2}$ . Отсюда следует, что поверхность дифракционного оптического элемента должна быть выпуклой к фокусу, поэтому минимизировать задержку в точке  $r = 0$  не удастся при любой поверхности ДОЭ меньше чем на  $\Delta T(0)_{\min} = \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f}{c}$ . В то же время отсюда следует, что для

ДОЭ с непрозрачной центральной зоной минимальная задержка будет составлять  $\Delta T_n(0)_{\min} = \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} - \sqrt{f^2 + \lambda f n}}{c}$ .

Определим оптимальный профиль поверхности дифракционного оптического элемента [6]. Запишем выражение для оптического пути, проходимого лучом с произвольной координатой  $r$  (см. рис. 1) до точки  $f$ :

$$L(r) = z(r) + \sqrt{(f - z(r))^2 + r^2},$$

или

$$L(r) = f - \frac{r}{\operatorname{tg}(\varphi(r))} + \frac{r}{\sin(\varphi(r))} = f + r \frac{1 - \cos(\varphi(r))}{\sin(\varphi(r))}, \quad (8)$$

где  $z(r)$  – произвольная поверхность вращения;  $\varphi(r)$  – угол, под которым луч приходит в фокус.

Задержка времени распространения определяется по формуле

$$\Delta T(r) = \frac{L(r_0) - L(r)}{c}. \quad (9)$$

Продифференцировав (9) по  $r$ , с учетом (8) найдем экстремумы функции из условия  $\frac{d(\Delta T(r))}{dr} = 0$ . После преобразований получаем

$$1 + \frac{r\varphi'(r)}{\sin(\varphi(r))} = 0. \quad (10)$$

Разделяя переменные  $\frac{d\varphi}{\sin(\varphi)} = -\frac{dr}{r}$  и интегрируя полученное выражение,

с учетом выражений  $\cos(\varphi) + 1 \geq 0$  и  $\cos(\varphi) - 1 \leq 0$  для любых  $\varphi$  получим

$$\varphi(r) = \arccos\left(\frac{Cr^2 - 1}{Cr^2 + 1}\right), \quad (11)$$

где  $C = \frac{1}{r_0^2} \frac{1 + \cos(\varphi_0)}{1 - \cos(\varphi_0)}$  – константа, а  $\varphi_0 = \arctg(r_0/f)$ .

Соответственно форма оптимальной поверхности ДОЭ  $z(r)$  будет определяться выражением

$$z(r) = f - \text{tg}(\varphi(r)) = f - (r/f). \quad (12)$$

Легко видеть, что выражение (12) накладывает ограничение на относительную величину  $r/f$ , соответствующее каноническому уравнению

$$(f/r_0)^2$$

конуса второго порядка с вершиной в точке  $(x_0, y_0, z_0)$ :

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2} = 0,$$

где  $x_0 = y_0 = 0$ ,  $a = b = 1$ ,  $z_0 = f$ ,  $c = f/r_0$ .

Следовательно, поверхность дифракционного оптического элемента при различных значениях относительного отверстия имеет форму конуса с вершиной в точке фокуса.

**Результаты моделирования.** Для демонстрации частичной компенсации эффекта задержки между импульсным и волновым фронтами на рис. 2 приведены зависимости величин задержки для плоского и конического ДОЭ от радиальной координаты. Параметры дифракционного оптического элемента: длина волны излучения 3 мм, диаметр 30 мм, фокусное расстояние  $f = 0,7D$ .

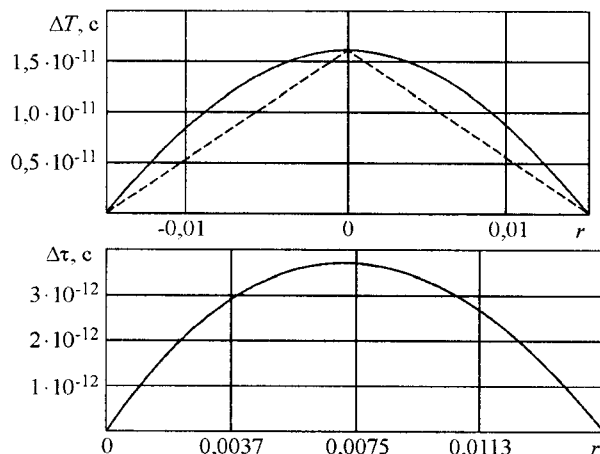


Рис. 2. Задержка между фазовым и импульсным волновыми фронтами:  $\Delta T(r)$  – временная задержка для плоского дифракционного оптического (сплошная кривая) и конического (пунктирная) элементов. Нижний график отражает разницу  $\Delta \tau(r)$  между задержками  $\Delta T(r)$  для плоского и конического ДОЭ по радиусу (показана половина графика ввиду его симметрии)

Из анализа приведенных зависимостей видно, что выполнение ДОЭ на конической поверхности позволяет снизить величину задержки между импульсным и волновым фронтами на 20–40 %.

**Закключение.** Таким образом, в данной работе показано, что введение неплюсской поверхности ДОЭ позволяет снизить величину дисперсионных искажений фемтосекундных импульсов по сравнению с ДОЭ на плоской поверхности. При этом оптимальная форма поверхности ДОЭ соответствует конической.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bor Z. Distortion of femtosecond laser pulses in lenses // Opt. Lett. 1989. **14**. P. 119.
2. Horvath Z. L., Benko Zs., Koracs A. P. et al. Propagation of femtosecond pulses through lenses, gratings and slits // Opt. Eng. 1993. **32**, N 10. P. 2491.
3. Piestun R., Miller D. A. B. Spatiotemporal control of ultrashort optical pulses by refractive-diffractive-dispersive structured optical elements // Opt. Lett. 2001. **26**, N 17. P. 1373.
4. Минин И. В., Минин О. В., Лунев А. В. Оптимизация дисперсии фемтосекундных импульсов в дифракционной оптике // Росс. науч.-техн. конф. «Наука. Промышленность. Оборона». Новосибирск: НГТУ, 2003. С. 53.
5. Минин И. В., Минин О. В. Дифракционная квазиоптика и ее применения. Новосибирск: СибАГС, 1999.
6. Минин И. В., Минин О. В. Радиовизионные системы терагерцового диапазона информационной и антитеррористической безопасности // Общеросс. науч.-техн. конф. «Первые рудолтовские чтения». С.-Пб.: БГТУ им. Д. Ф. Устинова, 2003. С. 37.

*E-mail: iapp@sibmail.ru*

*Поступила в редакцию  
15 августа 2003 г.*