

$R' \rightarrow 1$ . В нашем случае определяющая скорость — это скорость потока  $u_2$ , и при  $Sh_1 < 0,25$  уменьшение  $Sh_1$  при  $\Delta x/l = \text{const}$  ведет к уменьшению  $R'$  (см. рис. 5), что присуще пульсациям давления гидродинамического типа.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения. — М.: Мир, 1973. — Т. 1—3.
2. Морозов М. Г. Акустическое излучение полостей, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. ОН. Механика и машиностроение. — 1960. — № 2.
3. Rossiter I. E. Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds/Amer. Rocket Soc. — N. Y., 1966. — (ARS RM 3438).
4. Heller H., Bliss D. The physical mechanism of flow-induced pressure fluctuations in cavities and concepts for their suppression. — N. Y., 1975. — (Pap./AIAA; N 75-491).
5. Морозов М. Г. Самовозбуждение колебаний при сверхзвуковых отрывных течениях // ИФЖ. — 1974. — Т. 27, № 5.
6. Биланин, Коверт. Оценка возможных частот возбуждения для прямоугольных полостей малой глубины // РТК. — 1973. — № 3.
7. Hankey W. L., Shang J. S. Analyses of pressure oscillations in a open cavity // AIAA J. — 1980. — V. 18, N 8.
8. Антонов А. Н., Вишняков А. Н., Шалаев С. П. Экспериментальное исследование пульсаций давления в выемке, обтекаемой дозвуковым или сверхзвуковым потоком газа // ПМТФ. — 1981. — № 2.
9. Clark R. L., Kaufman L. G., Maciulailis A. Aero-acoustic measurements for Mach 0,6 to 3,0 flows past rectangular cavities. — N. Y., 1980. — (Pap./AIAA; N 80-0036).
10. Купцов В. М., Сырчин А. Ф. и др. Пульсации давления на преграде при натекании струи // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1980. — № 1.

г. Москва

Поступила 1/XII 1987 г.,  
в окончательном варианте —  
23/II 1988 г.

УДК 551.466

Ю. В. Владимиров

### ПОЛЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ОКРЕСТНОСТИ ФРОНТА, ВОЗБУЖДЕННОЕ ИСТОЧНИКОМ, ДВИЖУЩИМСЯ НАД ПЛАВНО МЕНЯЮЩИМСЯ ДНОМ

С помощью метода геометрической оптики в [1] решена задача о распространении над плавно меняющимся дном гармонических по времени и квазисинусоидальных по пространству поверхностных волн. Аналогичная задача для внутренних волн с произвольным распределением по глубине частоты Брента — Вэйсяля рассматривалась в [2]. В [3] исследовался случай локально-синусоидальных по пространству и времени внутренних волн при наличии медленно меняющихся сдвиговых течений. Трансформация волн Эйрп в плавнонеоднородном по горизонтали слое рассмотрена в [4]. Для движущегося в слое стратифицированной жидкости источника в случае постоянной глубины слоя фронты и линии равной фазы построены в [5]. Асимптотика решения для движущегося источника в окрестности фронта отдельной моды была выписана в [6].

В настоящей работе методом бегущей волны [7], который является одной из модификаций метода геометрической оптики, рассматривается задача о поле внутренних волн в окрестности фронта отдельной моды, генерируемом движущимся над плавно меняющимся дном точечным источником массы.

**1. Постановка задачи и выбор вида решения.** Рассмотрим слой жидкости с частотой Брента — Вэйсяля  $N(z)$ , ограниченный поверхностью  $z = 0$  и дном  $z = H(X, Y)$ . Точечный источник интенсивности  $Q$  движется равномерно и прямолинейно со скоростью  $V$  на глубине  $z_0$  в положительном направлении оси  $X$ . Тогда поле скоростей в приближении Буссинеска удовлетворяет следующей линеаризованной системе уравнений:

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2}{\partial T^2} \left( \Delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + N^2(z) \Delta w = Q \delta_{TT}''(X - VT) \delta(Y) \delta'(z - z_0),$$

$$\Delta u + \nabla \frac{\partial w}{\partial z} = Q \delta(z - z_0) \nabla (\delta(X - VT) \delta(Y)).$$

Здесь  $\nabla = (\partial/\partial X, \partial/\partial Y)$ ;  $\Delta = \partial^2/\partial X^2 + \partial^2/\partial Y^2$ ;  $w$  — вертикальная компонента скорости;  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$  — вектор горизонтальных скоростей. На границах слоя предполагаются выполненными условия непротекания (1.2)  $w = 0$  при  $z = 0$ ,  $w = \mathbf{u} \cdot \nabla H(X, Y)$  при  $z = H(X, Y)$ .

Введем безразмерный параметр  $\varepsilon = \lambda/L \ll 1$ , характеризующий плавность изменения глубины дна,  $\lambda$  — характерная длина волны,  $L$  — горизонтальный масштаб изменения глубины дна. Тогда в «медленных переменных»  $x = \varepsilon X$ ,  $y = \varepsilon Y$ ,  $t = \varepsilon T$  (по  $z$  медленности изменения не предполагается) уравнения движения (1.1) и граничные условия (1.2) запишем в форме

$$(1.3) \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varepsilon^2 \Delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + N^2(z) \Delta w = \varepsilon^2 Q \delta''_{tt} (x - Vt) \delta(y) \delta'(z - z_0),$$

$$\varepsilon \Delta \mathbf{u} + \nabla \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon^2 Q \delta(z - z_0) \nabla (\delta(x - Vt) \delta(y));$$

$$(1.4) \quad w = 0 \text{ при } z = 0, w = \varepsilon \mathbf{u} \cdot \nabla h(x, y) \text{ при } z = h(x, y).$$

В [6] приведено решение в случае постоянной глубины  $h$  слоя для  $w$  как сумма мод  $w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n$ . Там же выписан первый член асимптотики для  $w_n$  вблизи фронта, выражающийся через производную функции Эйри, аргумент которой зависит от первых двух коэффициентов разложения дисперсионной кривой  $k_n(\omega) = c_n^{-1} \omega + d_n \omega^3 + \dots$  в нуле, где  $k_n(\omega)$  — собственное число спектральной задачи

$$(1.5) \quad F''_{nzz}(z, \omega) + k_n^2(\omega) \left[ \frac{N^2(z)}{\omega^2} - 1 \right] F_n(z, \omega) = 0, \quad F_n(0, \omega) = F_n(h, \omega) = 0.$$

Решение системы (1.3), (1.4) также будем искать в виде суммы мод  $w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n$ ,  $\mathbf{u} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{u}_n$ . В дальнейшем все выкладки отнесем к отдельно взятой моде, опуская индекс  $n$ . Исходя из вышесказанного, а также из структуры асимптотики решения в слое постоянной глубины [6], решение системы (1.3), (1.4) будем искать в виде

$$(1.6) \quad w = \varepsilon^{2/3} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{(2/3)(k+i)} w_{ik} v_i(\varphi), \quad \mathbf{u} = \varepsilon^{1/3} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^{(2/3)(k+i)} \mathbf{u}_{ik} v_{i+1}(\varphi)$$

( $v'_i(\varphi) = v_{i-1}(\varphi)$ ,  $v_0(\varphi) = \text{Ai}'(\varphi)$  — производная функции Эйри,  $\varphi = \varepsilon^{-2/3}((t - \tau(x, y))\sigma(x, y))$ , причем аргумент  $\varphi$  считаем порядка единицы).

Поскольку будем интересоваться только первым членом асимптотики для  $w$ , то перепишем (1.6):

$$(1.7) \quad w = \varepsilon^{2/3} A(z, x, y) v_0(\varphi) + \varepsilon^{4/3} (B(z, x, y) v_0(\varphi) + C(z, x, y) v_1(\varphi)) + O(\varepsilon^2), \quad \mathbf{u} = \varepsilon^{1/3} \mathbf{u}_0(z, x, y) v_1(\varphi) + O(\varepsilon).$$

Функции  $A(z, x, y)$ ,  $\mathbf{u}_0(z, x, y)$ ,  $\tau(x, y)$ ,  $\sigma(x, y)$  подлежат определению. Подставляя (1.7) во второе уравнение (1.3) и приравнявая члены при  $\varepsilon^0$ , имеем  $\mathbf{u}_0 = A'_z(z, x, y) \nabla \tau(x, y) / (\sigma(x, y) |\nabla \tau(x, y)|^2)$ . Граничные условия для функций  $A$ ,  $B$ ,  $C$  найдем, подставляя (1.7) в (1.4):  $A = B = C = 0$  при  $z = 0$ ,  $A = B = 0$ ,  $C = A'_z \nabla \tau \nabla h / (\sigma |\nabla \tau|^2)$  при  $z = h(x, y)$ .

**2. Вывод основных уравнений.** Перейдем к нахождению уравнений для функций  $\tau(x, y)$ ,  $A(z, x, y)$  и  $\sigma(x, y)$ . Подставляя (1.7) в первое уравнение (1.3) и приравнявая члены порядка  $\varepsilon^{-2/3}$ , получим

$$(2.1) \quad A''_{zz}(z, x, y) + |\nabla \tau(x, y)|^2 N^2(z) A(z, x, y) = 0, \quad A(0, x, y) = A(h(x, y), x, y) = 0.$$

Заметим, что собственные функции  $A(z, x, y)$  определяются из (2.1) с точностью до произвольного множителя, зависящего только от  $x$  и  $y$ ,

поэтому функцию  $A(z, x, y)$  удобно представить в виде  $A(z, x, y) = \psi(x, y)f(z, x, y)$ , где  $f(z, x, y)$  является решением спектральной задачи (2.1) и удовлетворяет условию нормировки

$$(2.2) \quad \int_0^{h(x,y)} N^2(z) f^2(z, x, y) dz = 1.$$

Собственные функции  $f(z, x, y)$  и числа  $\lambda(x, y)$  задачи (2.1) предполагаются известными. Тогда для  $\tau(x, y)$  имеем уравнение эйконала

$$(2.3) \quad \left(\frac{\partial \tau}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)^2 = \lambda^2(x, y).$$

Для нахождения функций  $\psi(x, y)$  и  $\sigma(x, y)$  приравняем после подстановки (1.7) в (1.3) члены порядка  $\epsilon^0$ . Воспользовавшись равенством  $v_0^{IV}(\varphi) = -\varphi v_0'' - 3v_0'$ , получим два уравнения (на  $B$ , содержащее члены с  $v_0''$ , и на  $C$ , содержащее члены с  $v_0'$ ):

$$(2.4) \quad \sigma^2 (B_{zz}'' + \lambda^2 N^2(z) B) = 2\varphi A N^2(z) \nabla \sigma \nabla \tau + \varphi A \sigma^4 \lambda^2, \\ B = 0 \text{ при } z = 0, h(x, y);$$

$$(2.5) \quad \sigma^2 (C_{zz}'' + \lambda^2 N^2(z) C) = 2\sigma N^2(z) \nabla A \nabla \tau + \\ + A N^2(z) (2\nabla \sigma \nabla \tau + \sigma \Delta \tau) + 3A \sigma^4 \lambda^2, \\ C = 0 \text{ при } z = 0, \quad C = A_z \nabla \tau \nabla h / (\sigma \lambda^2) \text{ при } z = h(x, y).$$

Рассмотрим сначала уравнение (2.4). Умножая обе его части на функцию  $A(z, x, y)$  и интегрируя по  $z$  от 0 до  $h(x, y)$ , находим уравнение для  $\sigma$

$$(2.6) \quad 2\nabla \sigma \nabla \tau + a(x, y) \lambda^2 \sigma^4 = 0 \quad \left( a(x, y) = \int_0^{h(x,y)} f^2(z, x, y) dz \right).$$

Можно показать, что функции  $a(x, y)$  и  $\lambda(x, y)$  выражаются через коэффициенты разложения в нуле дисперсионной кривой  $k(\omega, x, y) = c^{-1}(x, y)\omega + d(x, y)\omega^3 + \dots$  спектральной задачи (1.5), в которой вместо функций  $F(z, \omega)$  и  $k(\omega)$  стоят  $F(z, \omega, x, y)$  и  $k(\omega, x, y)$ , а переменные  $x$  и  $y$  считаются зафиксированными:

$$\lambda(x, y) = c^{-1}(x, y), \quad a(x, y) = 2d(x, y)c(x, y),$$

где  $c(x, y)$  — групповая скорость при  $\omega = 0$ :  $c(x, y) = [\partial k(\omega, x, y) / \partial \omega]_{\omega=0}^{-1}$ .

Рассмотрим уравнение (2.5). Умножим обе его части на  $A(z, x, y)$  и проинтегрируем по  $z$  от 0 до  $h(x, y)$ . Учитывая условие нормировки (2.2), получим

$$(2.7) \quad -\sigma \lambda^{-2} \psi^2 [f_z'(h, x, y)]^2 \nabla \tau \nabla h = \sigma \nabla \tau \nabla \psi^2 + \\ + \psi^2 (2\nabla \tau \nabla \sigma + \sigma \Delta \tau) + 3\psi^2 \sigma^4 \lambda^2 a.$$

Дифференцируя уравнение (2.1) по горизонтальным переменным, нетрудно показать, что  $[f_z'(h, x, y)]^2 \nabla h(x, y) = -\nabla \lambda^2(x, y)$ . Тогда уравнение переноса (2.7) перепишем в виде

$$(2.8) \quad \nabla \ln \left( \frac{\psi^2}{\lambda^2 \sigma^4} \right) \nabla \tau + \Delta \tau = 0.$$

Таким образом, построение поля  $w$  (1.7) свелось к решению уравнения эйконала (2.3) и уравнений переноса (2.6) и (2.8).

**3. Решение уравнений эйконала и переноса.** Характеристическая система для (2.3) (см., например, [8]) выглядит следующим образом ( $p = \partial \tau / \partial x$ ,  $q = \partial \tau / \partial y$ ):

$$(3.1) \quad \dot{x} = c^2(x, y) p, \quad \dot{y} = c^2(x, y) q, \quad \dot{p} = -c_x'/c(x, y), \quad \dot{q} = -c_y'/c(x, y).$$

Отсюда вытекает, что  $\tau = 1$ , поэтому в качестве параметра интегрирования удобно взять эйконал  $\tau$ . Решением системы (3.1) является однопараметрическое семейство функций  $x(\tau, \tau_0)$ ,  $y(\tau, \tau_0)$ ,  $p(\tau, \tau_0)$ ,  $q(\tau, \tau_0)$ , первые две функции которого определяют на плоскости  $x, y$  луч,  $\tau_0$  — начальный эйконал, или, что то же самое, время выхода луча из источника. Предположим, что источник движется вдоль оси  $y = 0$  и проходит начало координат в момент  $\tau = 0$ . Тогда имеем начальные условия для системы (3.1):

$$(3.2) \quad x_0 = V\tau_0, y_0 = 0, p_0 = 1/V; q_0 = \pm \sqrt{1/c^2(x_0, 0) - 1/V^2}.$$

Уравнения лучей  $x = x(\tau, \tau_0)$ ,  $y = y(\tau, \tau_0)$  при фиксированном  $\tau_0$  задают конкретный луч, при фиксированном  $\tau$  — фронт волны. Предположим, что уравнения лучей разрешимы относительно  $\tau$  и  $\tau_0$ :

$$(3.3) \quad \tau = \tau(x, y), \tau_0 = \tau_0(x, y).$$

Для этого необходимо, чтобы якобиан  $D \equiv x'_\tau y'_{\tau_0} - x'_{\tau_0} y'_\tau \neq 0$ . Уравнения (3.3) для точки  $x, y$  определяют эйконал  $\tau$  (момент прихода фронта в точку  $x, y$ ) и начальный эйконал  $\tau_0$  (момент выхода луча из источника).

Уравнения переноса (2.6) и (2.8) интегрируются вдоль характеристик (3.1). Соответствующая квадратура для (2.6) имеет вид

$$(3.4) \quad \sigma(x, y) = \left[ \frac{3}{2} \int_{\tau_0(x, y)}^{\tau(x, y)} a(x(t, \tau_0), y(t, \tau_0)) dt \right]^{-1/3}.$$

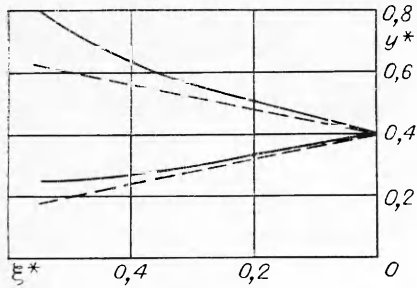
С учетом выражения вдоль луча [8]  $\Delta\tau = \nabla \ln \left( \frac{J}{c} \right) \nabla\tau (J(x, y) -$  геометрическая расходимость лучевой трубки ( $J = D/c$ )) интегрирование уравнения (2.8) дает «закон сохранения»  $c(x, y)\psi^2(x, y)J(x, y)/(\sigma^4(x, y)J(x_0, 0)) = B(x_0)$ . Здесь  $J(x, y)$  и  $J(x_0, 0)$  — геометрическая расходимость лучевой трубки на фронте и в точке выхода луча соответственно,  $J(x_0, 0) = \sqrt{V^2 - c^2(x_0, 0)}$ . Константа  $B(x_0)$  находится из решения задачи с постоянной глубиной дна  $h(x_0, 0): B(x_0) = Qc^3(x_0, 0)f'_z(z_0, x_0, 0)/[4(V^2 - c^2(x_0, 0))]$ . Выпишем окончательное выражение

$$(3.5) \quad \psi(x, y) = \frac{Q\sigma^2(x, y)(V^2 - c^2(x_0, 0))^{1/2}c^{3/2}(x_0, 0)f'_z(z_0, x_0, 0)}{2c^{1/2}(x, y)J^{1/2}(x, y)}.$$

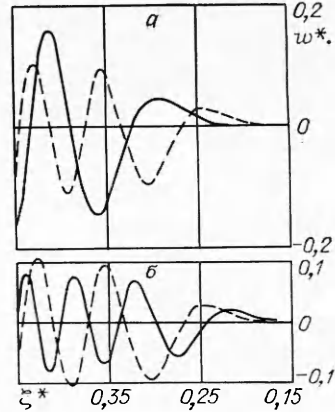
Таким образом, имеем следующую схему нахождения поля вертикальной скорости в окрестности фронта движущегося источника: а) решаем характеристическую систему (3.1) с начальными условиями (3.2); б) разрешая уравнения лучей, находим эйконал  $\tau(x, y)$  и момент выхода луча  $\tau_0(x, y)$ ; в) решая краевую задачу (2.1), получим нормированную собственную функцию  $f(z, x, y)$  и коэффициент  $a(x, y)$ ; г) интегрируя  $a(x, y)$  вдоль луча, определяем  $\sigma(x, y)$  (3.4); д) находим геометрическую расходимость  $J$ , например, численным дифференцированием; е) вычисляя по (3.5) функцию  $\psi(x, y)$  и умножая ее на  $f(z, x, y)$ , имеем амплитуду  $A(z, x, y)$ ; ж) умножая амплитуду  $A(z, x, y)$  на производную функции Эйри аргумента  $\varphi$ , получаем вертикальную скорость отдельно взятой моды.

**4. Пример.** Остановимся на случае, когда частота Брента—Вяйсяля  $N = \text{const}$ , а глубина дна зависит только от одной координаты линейным образом  $H(y) = \beta y$ . Введем систему координат с осью  $x$ , идущей вдоль «берега» ( $y = 0$ ), источник движется слева направо в положительном направлении оси  $x$  со скоростью  $V$  параллельно «берегу» на расстоянии  $y_0$  от него и на глубине  $z_0$ . Рассмотрим первую моду. Тогда уравнение (2.1) дает следующие собственную функцию  $f(z, y)$  и собственное число  $\lambda(y)$  ( $\gamma = N\beta/\pi$ ):

$$(4.1) \quad f(z, y) = \frac{\sqrt{2}}{N\sqrt{\beta y}} \sin \frac{\pi z}{\beta y}, \quad \lambda(y) = \frac{1}{c(y)} = \frac{1}{\gamma y}.$$



Р и с. 1



Р и с. 2

Выпишем характеристическую систему и начальные условия для уравнения эйконала

$$(4.2) \quad \dot{x} = \gamma^2 y^2 / V, \quad x_0 = V\tau_0, \quad \dot{y} = \pm \gamma y \sqrt{1 - (\gamma y / V)^2}, \quad y_0 = y_0.$$

Здесь и в дальнейшем верхний знак соответствует области  $y > y_0$ , нижний — области  $y < y_0$ .

Интегрируя систему (4.2), получим уравнения лучей

$$(4.3) \quad y = \frac{V}{\gamma} \operatorname{ch}^{-1} \left( \pm \operatorname{arch} \left( \frac{V}{\gamma y_0} \right) - \gamma(\tau - \tau_0) \right), \quad x = x_0 + \frac{\gamma}{V} y_0 y \operatorname{sh}(\gamma(\tau - \tau_0))$$

( $\operatorname{arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ). Лучи, заданные системой (4.3), — полуокружности радиуса  $V/\gamma$  с центрами, расположенными вдоль «берега». Эти полуокружности имеют огибающую (каустику) при  $y = V/\gamma$ . В дальнейшем рассматривается поле вне окрестности каустики и «берега».

Поскольку в данном случае картина волн стационарна в движущейся вместе с источником системе координат ( $\xi = Vt - x$ ), то фронт определяется из уравнения

$$(4.4) \quad \frac{d\xi}{dy} = \pm \frac{\sqrt{V^2 - (\gamma y)^2}}{\gamma y}, \quad \xi(y_0) = 0$$

и имеет вид

$$(4.5) \quad \xi = \pm \frac{V}{\gamma} (\alpha_1(y) - \alpha_2(y)),$$

$$\alpha_1(y) = \operatorname{arch} \left( \frac{V}{\gamma y_0} \right) - \operatorname{arch} \left( \frac{V}{\gamma y} \right), \quad \alpha_2(y) = \sqrt{1 - \left( \frac{\gamma y_0}{V} \right)^2} - \sqrt{1 - \left( \frac{\gamma y}{V} \right)^2}.$$

Уравнения лучей (4.3) разрешаются относительно  $\tau$  и  $\tau_0$ :

$$\tau = \frac{x}{V} \pm \frac{1}{\gamma} (\alpha_1(y) - \alpha_2(y)), \quad \tau_0 = \frac{x}{V} \mp \frac{1}{\gamma} \alpha_2(y).$$

Коэффициент  $a(x, y) = N^{-2}$ , отсюда

$$(4.6) \quad \sigma(y) = \left( \pm \frac{3}{2} N^{-2} \gamma^{-1} \alpha_1(y) \right)^{-1/3}.$$

Выпишем выражение для аргумента  $\varphi(\xi, y)$  производной функции Эйри:

$$(4.7) \quad \varphi(\xi, y) = \left( \frac{\xi}{V} \mp \frac{(\alpha_1(y) - \alpha_2(y))}{\gamma} \right) \left( \pm \frac{3}{2} \frac{\alpha_1(y)}{N^2 \gamma} \right)^{-1/3}.$$

Воспользовавшись теоремой Лиувилля [9], имеем геометрическую расходимость  $J = \sqrt{V^2 - \gamma^2 y^2}$ .

Таким образом, все элементы, входящие в решение для  $w$  (3.5), найдены. Приведем окончательное выражение

$$(4.8) \quad w = \frac{Q \sigma^2(y) c^{3/2}(y_0)}{2c^{1/2}(y)} \left( \frac{V^2 - c^2(y_0)}{V^2 - c^2(y)} \right)^{1/4} f'_z(z_0, y_0) f(z, y) \operatorname{Ai}'(\varphi(\xi, y))$$

(функции  $c(y)$ ,  $f(z, y)$ ,  $\sigma(y)$  и  $\varphi(\xi, y)$  определяются из (4.1), (4.6) и (4.7)).

На рис. 1, 2 даны результаты численных расчетов в безразмерных переменных  $\xi^* = \xi\gamma/V$ ,  $y^* = y\gamma/V$ ,  $z^* = z/\beta y_0$ ,  $Q^* = QN^2/V^3$ ,  $w^* = w/V$ . На рис. 1 показаны левый и правый фронты, рассчитанные по формуле (4.5) при  $y_0^* = 0,4$ . На рис. 2 сплошные линии — графики вертикальной скорости  $w^*(\xi^*)$ , построенные по формуле (4.8) для значений  $Q^* = 1$ ,  $z_0^* = 0,2$ ,  $z^* = 0,1$  и  $y^* = 0,29$  (а),  $y^* = 0,51$  (б); штриховые — вертикальная скорость при постоянной глубине  $H^* = 1$ . Видно, что слева от оси движения амплитуда волны для переменного дна меньше, чем для постоянного, а справа больше.

Автор выражает благодарность В. А. Боровикову за постоянное внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Keller J. B. Surface waves on water of non-uniform depth // J. Fluid Mech.— 1958.— V. 4, pt 6.
2. Keller J. B., Van C. Mow. Internal wave propagation in an inhomogeneous fluid of non-uniform depth // J. Fluid Mech.— 1969.— V. 38, pt 2.
3. Воронович А. Г. Распространение поверхностных и внутренних волн в приближении геометрической оптики // Изв. АН СССР. ФАО.— 1976.— Т. 12, № 8.
4. Боровиков В. А., Владимиров Ю. В. Трансформация волн Эйри в плавнонеоднородном по горизонтали океане // Волны и дифракция: Тр. IX Всесоюз. симпоз. по дифракции.— Тбилиси, 1985.— Т. 1.
5. Keller J. B., Munk W. H. Internal wave wakes of a body moving in a stratified fluid // Phys. Fluids.— 1970.— V. 13, N 6.
6. Боровиков В. А., Владимиров Ю. В., Кельберт М. Я. Поле внутренних гравитационных волн, возбуждаемых локализованными источниками // Изв. АН СССР. ФАО.— 1984.— Т. 20, № 6.
7. Льюис Р. Формальная теория бегущей волны / Квазиоптика.— М.: Мир, 1966.
8. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн.— М.: Наука, 1972.
9. Федорюк М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения.— М.: Наука, 1985.

г. Москва

Поступила 13/IV 1988 г.

УДК 533.6:535.417

А. С. Борейшо, С. И. Дуюнов, В. В. Лобачев,  
А. В. Морозов, А. Г. Попов

#### ОПТИЧЕСКОЕ КАЧЕСТВО ПОТОКОВ, ФОРМИРУЕМЫХ БЛОКАМИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЕЛ

Широкое использование для формирования газовых потоков блоков мелкомасштабных осесимметричных сопел заставляет подробно изучать газодинамическую структуру таких потоков и делает весьма актуальной задачу обеспечения их высокого оптического качества.

Анализ картины течения и полученные в [1—3] результаты свидетельствуют о регулярном характере неоднородностей в таком потоке и указывают на принципиальную возможность уменьшения фазовых искажений проходящего излучения за счет взаимной компенсации и осреднения вдоль оптического пути. Для этого необходимо определенным образом ориентировать поток относительно направления распространения излучения [1, 3].

В [1—3] приводятся результаты оптической аттестации газовых потоков, сформированных блоками осесимметричных сопел. Эти результаты заключаются в оценке интегральной неоднородности плотности  $\Delta\rho/\rho$  тем или иным способом. По величине неоднородности плотности делается вывод об оптическом качестве потока на основании пропорциональности  $\Delta\varphi$  (фазовых искажений) неоднородности  $\Delta n$  (показателя преломления, который зависит, в частности, и от плотности газа).

В [2] методом тальбот-интерферометрии оптическое качество потоков, сформированных блоками осесимметричных сопел, оценивалось по