УДК 532.527: 629.7

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЛЕТА САМОЛЕТА ЧЕРЕЗ ВИХРЕВОЙ СЛЕД

А. М. Гайфуллин, О. В. Анимица, И. С. Босняков, П. В. Кузьмин, Ю. Н. Свириденко, С. Н. Супруненко, К. Г. Хайруллин

Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского, 140180 Жуковский, Россия

E-mails: gaifullin@tsagi.ru, flight15@tsagi.ru, bossig@yandex.ru, piter\_VK@mail.ru, ysviridenko@yandex.ru, slava-PC@yandex.ru, khayrullin.kamil@gmail.com

Предлагается математическая модель расчета сил и моментов, действующих на самолет, попавший в зону влияния вихревого следа от другого самолета. С учетом случайных факторов в рамках данной модели определяются характеристики вихревого следа, а также его геометрия, которая зависит от интегральных и распределенных характеристик атмосферной турбулентности. Расчетная схема, ориентированная на использование искусственных нейронных сетей, позволяет вычислять аэродинамические характеристики самолета в режиме реального времени и моделировать полет на пилотажных стендах.

**Ключевые слова**: вихревой след, искусственные нейронные сети, аэродинамические характеристики, пилотажные стенды.

DOI: 10.15372/PMTF20190212

Введение. Интенсивный вихревой след за летательным аппаратом с крылом большого удлинения существует достаточно длительное время (порядка 1–3 мин), за которое самолет в крейсерском режиме пролетает расстояние порядка нескольких десятков километров. Интенсивность и время жизни вихревого следа в основном зависят от двух факторов: размера самолета-генератора следа и характеристик атмосферной турбулентности. Чем больше самолет, тем интенсивнее вихревой след за ним и тем больше время жизни следа. Чем интенсивнее атмосферная турбулентность, тем быстрее затухает циркуляция следа и сокращается время его жизни. Тенденция к увеличению объема авиаперевозок привела к уменьшению расстояния между эшелонами, на которых разрешено летать самолетам, и к созданию больших дальнемагистральных самолетов, вследствие чего проблема попадания самолета в вихревой след от другого самолета становится более актуальной.

Сошедший с самолета вихревой след со временем опускается вниз вместе с воздухом в "капсуле" эллиптической формы [1]. Вследствие этого самолет получает импульс, направленный вверх и уравновешивающий силу тяжести. Результаты измерений и численных расчетов показывают, что в зависимости от типа самолета скорость опускания вихрей составляет  $2 \div 3$  м/с. Вследствие взаимодействия в турбулентной атмосфере суммарная

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (грант № 14.624.21.0046, идентификатор RFMEFI62417X0046).

<sup>©</sup> Гайфуллин А. М., Анимица О. В., Босняков И. С., Кузьмин П. В., Свириденко Ю. Н., Супруненко С. Н., Хайруллин К. Г., 2019

циркуляция каждого вихря с течением времени уменьшается, что приводит к уменьшению скорости их опускания. В настоящее время в слаботурбулентной атмосфере вихревой след от большого самолета может достичь нижнего эшелона. Попадание в такой след другого самолета (такие случаи известны) может привести к нежелательным последствиям, вплоть до катастрофы. Избежать этой ситуации затруднительно, однако можно создать математическую модель такого полета для ее установки на авиационных тренажерах и пилотажных стендах [2], обучение на которых позволит летному составу приобрести навыки управления самолетом при попадании в зону влияния вихревого следа.

В работе [2] расчет характеристик вихревого следа осуществлялся без учета длинноволновой неустойчивости. Вихревой след опускался только вследствие взаимовлияния вихрей. В реальности вихревой след искривляется под действием неоднородного поля турбулентных скоростей и длинноволновой неустойчивости [3–5]. Даже при одинаковых интегральных характеристиках турбулентной атмосферы конкретные ее состояния различаются, вследствие чего геометрия вихревого следа также различна.

В настоящей работе для пилотажного стенда построена математическая модель вихревого следа и поведения второго самолета в зоне влияния вихревого следа, которая зависит от конкретной случайной реализации турбулентной атмосферы. В рамках данной модели рассчитываются характеристики и геометрия вихревого следа, силы и моменты, действующие на самолет в зоне влияния вихревого следа, динамика самолета с учетом действующих на него сил и моментов. Применение искусственных нейронных сетей позволило использовать данную математическую модель в режиме реального времени на пилотажных стендах.

Для конкретного состояния турбулентной атмосферы с заданными интегральными параметрами рассчитано движение среднемагистрального пассажирского самолета вблизи вихревого следа крупного авиалайнера А-380. Исследованы две ситуации: 1) самолет представляет собой объект с бесконечной массой, поэтому действующие на него силы не влияют на его движение; 2) самолет с заданной массой управляется с помощью автопилота. Выделяются случаи, когда моменты, действующие на самолет, превышают допустимые.

1. Инженерная модель вихревого следа за самолетом. В настоящее время для расчета вихревого следа за самолетом применяются методы, основанные на решении уравнений Рейнольдса, а также упрощенные инженерные методы, в которых используются модели и статистика, полученные на основе экспериментальных данных. Однако для моделирования в режиме реального времени на пилотажных стендах и авиатренажерах необходимо кардинально уменьшить время расчета без ухудшения точности моделирования. В настоящей работе данная задача решается с использованием технологии искусственных нейронных сетей.

В качестве базовой модели эволюции вихревого следа в крейсерском режиме полета будем использовать двухвихревую модель, разработанную в Центральном аэрогидродинамическом институте им. Н. Е. Жуковского с учетом статистических данных, полученных экспериментально, и основанную на законе сохранения импульса [6].

На расстоянии, равном  $10 \div 12$  размахам крыла, вихревой след за самолетом образует два вихря. В этом сечении тангенциальная скорость как функция расстояния до центра вихря описывается формулами [7, 8]

$$V_{\tau} = 1.4 \frac{\Gamma_{0}}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-10\left(\frac{r_{c}}{l}\right)^{0.75}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-1.2527\left(\frac{r}{r_{c}}\right)^{2}\right) \right], \quad r < r_{c},$$

$$V_{\tau} = \frac{\Gamma_{0}}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-10\left(\frac{r}{l}\right)^{0.75}\right) \right], \quad r > r_{c}, \quad b = \frac{\pi l}{4}, \quad \Gamma_{0} = \frac{4G}{\pi l \rho V},$$

где b — расстояние между вихрями; l — размах крыла самолета; G — вес самолета;  $\rho$  — плотность воздуха; V — скорость полета;  $\Gamma_0$  — начальная циркуляция вихря;  $r_c$  — радиус

ядра вихря. Для крейсерского режима полета начальный радиус ядра вихря принимался равным  $r_c = 0.01b$ .

Изменение циркуляции вихря описывается с помощью двухфазной алгебраической модели диффузии вихря в турбулентной атмосфере [7]. В соответствии с этой моделью процесс разрушения вихря имеет две фазы: медленной диффузии и последующего быстрого разрушения. В качестве момента времени переключения  $T^*$ , который разделяет эти фазы, использовался эмпирический критерий

$$T^* = \min(T_{link}, 8t_0), \qquad t_0 = 2\pi b^2/\Gamma_0,$$

где  $T_{link}$  — промежуток времени после пролета самолета через заданное сечение (сечение, в котором вихри соприкасаются) [3]. Величина  $T_{link}$  зависит от расстояния между вихрями и от характеристик турбулентности атмосферы (интенсивности пульсаций q и масштаба L).

В инженерной модели следа предполагается, что вихревая пара с циркуляциями  $\Gamma(t)$  и  $-\Gamma(t)$  опускается и сносится ветром в соответствии с законом сохранения импульса

$$\frac{dy_v}{dt} = \frac{\Gamma(t)}{2\pi b}, \qquad \frac{dz_v}{dt} = w, \tag{1}$$

где  $y_v$ ,  $z_v$  — вертикальная и горизонтальная координаты вихря; w — скорость горизонтального ветра, направление которой перпендикулярно вихревой нити. Формулы (1) описывают среднее (по реализациям) движение вихрей.

Для необходимого быстродействия модулей, используемых для математического обеспечения пилотажного стенда, на основе расчетных данных, полученных по модели вихревого следа, созданы и обучены искусственные нейронные сети (ИНС) типа многослойного персептрона. Входной вектор ИНС включает параметры компоновки самолета, генерирующего вихревой след (вес, размах крыла, начальную циркуляцию), и параметры атмосферы (интенсивность и масштаб турбулентности). Для формирования обучающего множества проведены расчеты приблизительно 9000 реализаций вихревого следа за самолетом в крейсерском режиме полета со случайным выбором начальных параметров из заданной области. При определении области параметров в координатах вес — размах использовались данные для существующих магистральных самолетов. Зависимости максимального взлетного и максимального посадочного веса от размаха крыла и квадратичные аппроксимации этих зависимостей приведены на рис. 1.

На рис. 2 приведены зависимости от времени циркуляции и вертикальной координаты вихревого следа от самолетов двух типов. Видно, что результаты аппроксимации с помощью ИНС хорошо согласуются с данными расчетов по модели.

2. Неустойчивость вихревого следа. Вихревой след за самолетом неустойчив. На указанные выше средние траектории опускания вихрей накладываются длинноволновые возмущения [1, 5]. Следует отметить, что атмосферная турбулентность обычно задается с помощью некоторых интегральных параметров: интенсивности турбулентных пульсаций, масштаба турбулентности и др. Однако даже при одинаковых интегральных параметрах состояние атмосферной турбулентности может быть различным. Далее рассматривается возможность моделирования одного из таких состояний турбулентности.

Возмущения следа задаются как отклонения невозмущенной траектории (см. п. 1) по вертикали f(t,x) и горизонтали g(t,x) для правого вихря в зависимости от времени и продольной координаты x. Полагается, что возмущения малы по сравнению с расстоянием b между вихрями ( $f(t,x) \ll b$ ,  $g(t,x) \ll b$ ) и имеют вид волны, распространяющейся со скоростью  $u_1$ :

$$g = A(x)\cos(k_x(x - u_1t) + \delta_1), \qquad f = B(x)\cos(k_x(x - u_1t) + \delta_2),$$

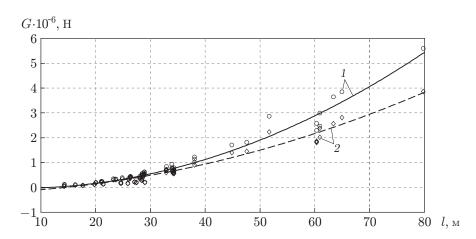


Рис. 1. Зависимости максимального взлетного (1) и максимального посадочного (2) веса от размаха крыла:

точки — данные эксперимента, линии — их аппроксимация

где A(x), B(x) — медленно растущие функции;  $k_x$  — волновое число;  $\delta_i$  — фазы волны. В работе [5] показано, что неустойчивость обусловлена наличием волн, "убегающих" от самолета со скоростью  $u_1$ , равной скорости V движения самолета. В системе координат, связанной с землей, наблюдается квазистационарная неустойчивость вихревого следа, которая проявляется в том, что волна в фиксированном месте пространства имеет одну и ту же фазу, при этом амплитуда волны меняется до тех пор, пока не произойдет перезамыкание вихрей.

Будем полагать, что поперечный размер вихря значительно меньше расстояния между вихрями и продольного радиуса кривизны вихревого образования. Течение внутри каждого вихря является осесимметричным, зависимость завихренности от радиуса — произвольной.

Развитие неустойчивостей обусловлено наличием двух факторов: самоиндуцированного движения двух вихрей и поля турбулентных скоростей. Самоиндуцированная скорость вычисляется по формуле Био — Савара.

Для описания возмущений в атмосфере используется модель однородной изотропной турбулентности. Спектр энергии пульсации задается формулой Кармана

$$E(k) = \frac{55}{27\pi} q^2 L \frac{(\alpha Lk)^4}{[1 + (\alpha Lk)^2]^{17/6}},$$
(2)

где  $k=\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}$  — волновые числа;  $\alpha\approx 1{,}339$  — постоянная Кармана. Формула (2) задает одномерное распределение по спектру [9]

$$S_{v_2 \pm v_1}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(k)(k_x^2 + k_z^2)}{4\pi k^4} 2(1 \pm \cos(k_y b)) dk_y dk_z,$$

$$S_{w_2 \pm w_1}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(k)(k_x^2 + k_y^2)}{4\pi k^4} 2(1 \pm \cos(k_y b)) dk_y dk_z.$$

В турбулентной атмосфере, помимо скорости, рассчитанной по формуле Био — Савара, левый и правый вихри приобретают дополнительные скорости, вследствие чего

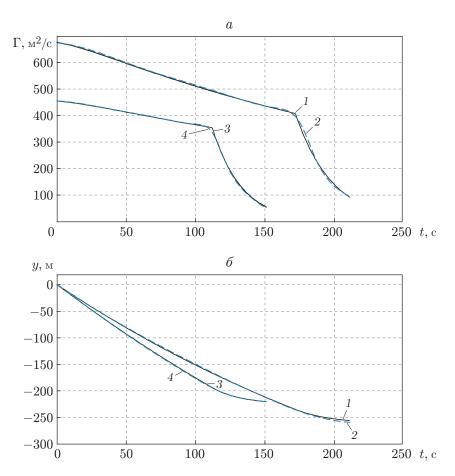


Рис. 2. Зависимости от времени циркуляции (a) и вертикальной координаты (b) вихревого следа от самолетов двух типов при q=0.5 м/с, L=700 м: сплошные линии — расчет по модели, штриховые — аппроксимация с помощью ИНС; 1, 2 — самолет A-380, 3, 4 — самолет B-767

движутся либо навстречу друг другу, либо в противоположных направлениях в горизонтальной плоскости (среднеквадратичное значение этой скорости зависит от величины  $S_{v_2-v_1}\colon \langle D_{k_x}^2\rangle = S_{v_2-v_1}\,\Delta k_x$ ), а также перемещаются как единое целое в вертикальной плоскости (среднеквадратичное значение этой скорости зависит от величины  $S_{w_2+w_1}\colon \langle C_{k_x}^2\rangle = S_{w_2+w_1}\,\Delta k_x$ ). Эти скорости вносят вклад в симметричное возмущенное движение вихрей. Кроме того, вихри в турбулентной атмосфере перемещаются как единое целое в горизонтальной плоскости ( $\langle E_{k_x}^2\rangle = S_{v_2+v_1}\,\Delta k_x$ ), а также в различных направлениях в вертикальной плоскости ( $\langle F_{k_x}^2\rangle = S_{w_2-w_1}\,\Delta k_x$ ). Эти скорости вносят вклад в асимметричное возмущенное движение вихрей.

Интенсивность турбулентных пульсаций определяет характерное время вырождения вихрей  $t \sim L/q$  [10], которое оказывается значительно больше времени жизни следа. Это позволяет приближенно рассматривать эволюцию вихревого следа в "замороженном" турбулентном поле и считать  $C_{k_x}$ ,  $D_{k_x}$ ,  $F_{k_x}$ ,  $G_{k_x}$  константами в течение времени жизни следа для заданных  $k_x$  и  $\Delta k_x$ . Именно эти величины при их известном среднеквадратичном значении во всем диапазоне  $k_x$  с шагом  $\Delta k_x$  определяют конкретную реализацию турбулентной атмосферы, а следовательно, геометрию вихревого следа.

С помощью предложенной процедуры возможна быстрая генерация траектории вихревого следа. Значения констант  $C_{kx}$ ,  $D_{kx}$ ,  $F_{kx}$ ,  $G_{kx}$  с шагом  $\Delta k_x$  задаются с помощью

генератора случайных чисел, при этом имеют нормальное распределение и дисперсию, определенную выше по их среднеквадратичным значениям.

Далее рассматривается пример работы программы в случае вихревого следа за самолетом A-380. В данном случае вихревой след задают следующие эмпирические параметры: циркуляция  $\Gamma(r_0) = 720 \text{ м/c}^2$ ,  $r_0 = b/2$ , расстояние между вихрями b = 65,2 м, скорость движения самолета 230 м/с. Распределение циркуляции по расстоянию от центра вихря задается соотношением, которое аппроксимирует эмпирические зависимости:

$$\Gamma(r) = \begin{cases} 335r^2, & r \leq 1, \\ 335r^{\ln 2, 5/\ln b}, & r > 1. \end{cases}$$

Интенсивность и масштаб турбулентности равны 0.5 м/c и 700 м соответственно. На рис. 3 приведена трехмерная картина траекторий вихревого следа на расстоянии до 25 км за самолетом. Видно, что колебания траекторий вихрей нарастают. На рис. 4 показана картина следа на расстоянии до 40 км в плоскости, ортогональной направлению движения самолета (вид сзади). Для сравнения приведены штриховые линии, расположенные под углом  $48^{\circ}$  к горизонтальной плоскости, в соответствии с теорией длинноволновой неустойчивости Кроу [3].

3. Определение сил и моментов, действующих на самолет в вихревом следе. Для расчета дополнительных сил и моментов, действующих на самолет при его попадании в зону влияния вихревого следа, использовалась программа PANSYM [11], в основу которой положен метод гидродинамических особенностей.

Расчет дополнительных сил и моментов проводился по следующему алгоритму. Сначала для выбранной компоновки самолета формировалась модель поверхности в панельном представлении, содержащая 1000—1500 панелей (рис. 5). Далее рассчитывались параметры обтекания в крейсерском режиме полета и определялись действующие на самолет аэродинамические силы и моменты. Затем проводился цикл расчетов, в которых в каждой контрольной точке панели моделировались единичные возмущения по трем компонентам скорости. С учетом возмущений в контрольных точках определялись силы и моменты и из них вычитались значения соответствующих величин, полученные для случая невозмущенного обтекания. В результате были получены матрицы влияния на дополнительные силы и моменты возмущенных скоростей в контрольных точках компоновки.

Для определения дополнительных сил и моментов вихревой след, показанный на рис. 3, 4, разбивался на ряд вихревых отрезков, при этом обеспечивалось сгущение отрезков в зоне расположения самолета. В соответствии с описанной выше моделью вихревого следа для каждого отрезка определялись размеры вязкого ядра и циркуляции. Далее определялись суммарные скосы, индуцируемые вихревой системой в контрольных точках панелей компоновки, и с использованием полученных матриц влияния вычислялись дополнительные силы и моменты. Следует отметить, что при таком алгоритме определения сил и моментов зависимость дополнительных сил и моментов от возмущений, генерируемых вихревым следом, полагается линейной.

На рис. 6 показаны возмущения моментов крена и тангажа при пролете среднемагистрального пассажирского самолета вдоль следа от самолета A-380 ниже его на 150 м. Для сравнения приведены результаты расчетов для случаев невозмущенного следа и следа с развитой синусоидальной неустойчивостью.

4. Моделирование на пилотажном стенде попадания самолета в вихревой след. Разработанные математические модели вихревого следа и поведения второго самолета в зоне влияния вихревого следа предназначены для обеспечения возможности моделирования вихревой опасности на пилотажных стендах. Предложенные программные реализации позволили использовать данные математические модели в режиме реального времени.

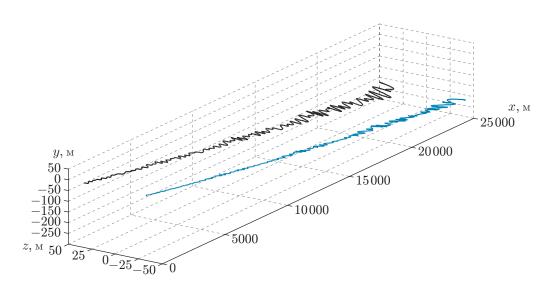


Рис. 3. Развитие синусоидальной неустойчивости в следе (вид сзади) на расстоянии от самолета до  $25~\mathrm{km}$ 

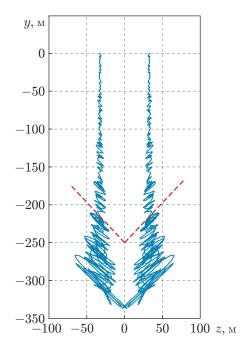


Рис. 4. Развитие синусоидальной неустойчивости в следе (вид сзади) на расстоянии от самолета до 40 км (штриховые линии — угол наклона генерированного следа [3])

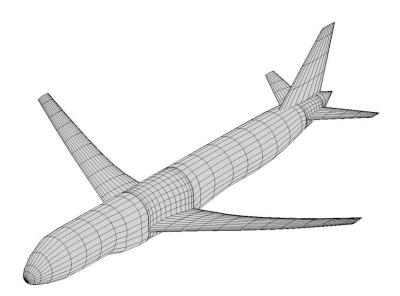


Рис. 5. Компоновка самолета в панельном представлении

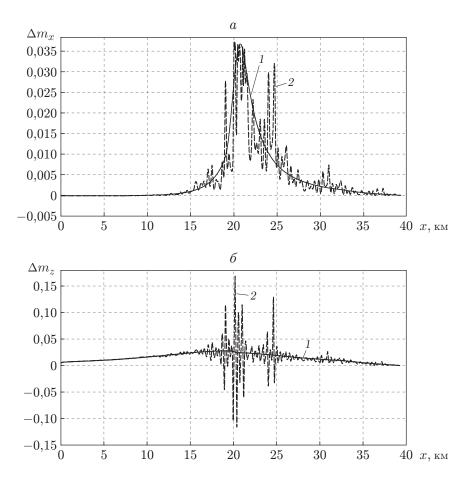


Рис. 6. Возмущения дополнительных моментов, действующих на самолет при полете вдоль вихревого следа:

a — момент крена,  $\delta$  — момент тангажа; 1 — невозмущенный вихревой след, 2 — вихревой след с синусоидальной неустойчивостью

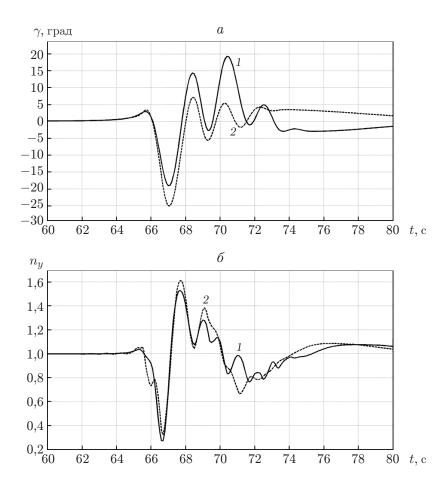


Рис. 7. Зависимости угла крена (a) и величины нормальной перегрузки (b) от времени:

1 — невозмущенный вихревой след, 2 — вихревой след с синусоидальной неустойчивостью

Для конкретных реализаций турбулентной атмосферы с заданными интегральными параметрами проведено имитационное моделирование полета среднемагистрального пассажирского самолета с попаданием в зону вихревого следа крупного авиалайнера класса А-380. Рассматривался полет самолета в автопилотном режиме со стабилизацией высоты, курса и скорости на почти встречном курсе (угол между курсами составлял 175°) на 150 м ниже самолета А-380. Высота полета составляла 10 км, скорости самолетов были равны 220 м/с. Следует отметить, что выбранный сценарий является наиболее опасным вследствие длительного нахождения самолета в зоне влияния вихревого следа.

Некоторые результаты моделирования приведены на рис. 7, где также представлены результаты для невозмущенной вихревой системы и системы с развитой синусоидальной неустойчивостью. На рис. 7,a показано изменение угла крена самолета. Видно, что в течение 1 с угол крена достигает  $-25^{\circ}$ . Изменение нормальной перегрузки  $n_y(t)$  показано на рис. 7,6. Значения минимальной и максимальной перегрузок равны 0,3 и 1,6 соответственно, что в сочетании с высокой скоростью изменения перегрузки неприемлемо для пассажирского самолета.

Заключение. Созданная в работе математическая модель для расчета сил и моментов, действующих на самолет при попадании в вихревой след другого самолета, позволяет учесть влияние дополнительных деформаций вихрей, обусловленных длинноволновой

неустойчивостью, и таким образом повысить достоверность оценки воздействия вихревых возмущений на полет самолета. Поскольку деформации вихрей имеют стохастический характер, поле возмущенных скоростей становится более сложным и непредсказуемым. Рассмотрены случаи, когда силы и моменты, действующие на самолет, не влияют на его движение и когда самолетом управляет автопилот. Вместе с тем возможно управление самолета пилотом, что позволит ему приобрести навыки управления самолетом в такой сложной и опасной ситуации. Результаты проведенных вычислительных экспериментов показывают, что дополнительные эффекты, вызванные длинноволновой неустойчивостью следа, могут оказывать существенное влияние на характер движения самолета.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Гайфуллин А. М. Вихревые течения. М.: Наука, 2015.
- 2. **Гайфуллин А. М., Свириденко Ю. Н.** Математическая модель аэродинамики самолета в вихревом следе // Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 2010. Т. 41, № 4. С. 3–16.
- 3. Crow S. C. Stability theory for a pair of trailing vortices // AIAA J. 1970. V. 8, N 12. P. 2172–2179.
- 4. Crow S. C., Bate Jr. E. R. Lifespan of trailing vortices in a turbulent atmosphere // J. Aircraft. 1976. V. 13, N 7. P. 476–482.
- 5. **Гайфуллин А. М.** Уравнения нарастания возмущений в следе за самолетом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 3. С. 122–132.
- 6. **Вышинский В. В., Судаков Г. Г.** Вихревой след самолета в турбулентной атмосфере. Жуковский: Центр. аэрогидродинам. ин-т, 2005. (Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та; Вып. 2667).
- 7. **Gerz T., Holzäpfel F., Darracq D.** Commercial aircraft wake vortices // Progr. Aerospace Sci. 2002. N 3. P. 181–208.
- 8. Shen S., Ding F., Han J., et al. Numerical modeling studies of wake vortices: Real case simulation. Reno, 1999. (Paper AIAA; N 0755).
- 9. **Kuzmin V. P.** Estimation of wake-vortex separation distances for approaching aircraft // Trudy TsAGI. 1997. V. 2627. P. 209–224.
- 10. **Турбулентность.** Принципы и применения / Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. М.: Мир, 1980.
- 11. **Свириденко Ю. Н., Инешин Ю. Л.** Применение панельного метода с симметризацией особенностей к расчету обтекания самолета с учетом влияния струй двигателя // Тр. Центр. аэрогидродинам. ин-та. 1996. Вып. 2622. С. 41–53.

Поступила в редакцию 16/X 2018 г., после доработки — 16/X 2018 г. Принята к публикации 29/X 2018 г.