

ЗАЖИГАНИЕ ТВЕРДОГО ВЕЩЕСТВА ЧЕРЕЗ ОТСЛАИВАЮЩУЮСЯ ПРЕГРАДУ

А. Г. Князева

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634021 Томск

В простейшей постановке проанализирована задача о зажигании твердого вещества тепловым потоком через отслаивающуюся преграду. Получено приближенное аналитическое решение задачи, из которого следует, что зависимость времени зажигания твердого вещества (с газообразным продуктом реакции) становится немонотонной, если толщина преграды мала. Качественные выводы согласуются с результатами численного счета.

ВВЕДЕНИЕ

Как правило, при определении характеристик зажигания твердых веществ в сопряженной постановке предполагается, что тепловой контакт между инертной или реагирующей преградой и реагентом (топливом) идеальный. В то же время, как показывают экспериментальные наблюдения [1–3], вследствие шероховатостей поверхностей (возможно, из-за наличия слоя клея и выделения продуктов газификации) преграда неплотно прилегает к поверхности топлива и может отслаиваться от нее в процессе зажигания. Слой клея или прослойка из газообразных продуктов реакции могут быть дополнительным препятствием на пути потока тепла в топливо. Кроме того, давление продуктов может существенно изменить форму тонкой преграды и привести к ее разрыву еще до того, как суммарное тепловыделение от химических реакций превысит внешний приход тепла. Исследуем влияние неидеальности теплового контакта на характеристики зажигания, учитывая описанные процессы.

ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Простейшая постановка задачи о зажигании энергетического материала через инертную преграду в рамках тепловой теории может быть сформулирована следующим образом.

Пусть поверхность полубесконечного слоя конденсированного вещества, в котором протекает экзотермическая химическая реакция, отделена от внешнего источника тепла инертной преградой толщиной l (рис. 1). Направим ось Ox от поверхности преграды вглубь топлива. Тогда распределение температуры в системе при условии постоянства температуры на

внешней поверхности преграды можно описать сопряженной задачей теплопроводности с условиями сопряжения при $x = l$:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}, \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + Q_2 \varphi(T_2), \quad x > l, \quad (2)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l}, \quad (3)$$

$$T_1(l, t) = T_2(l, t), \quad (4)$$

и с условием

$$T_1 = T_s \quad \text{при} \quad x = 0. \quad (5)$$

На бесконечном удалении от поверхности $x = 0$ и поверхности контакта двух сред $x = l$ считаем справедливым условие отсутствия потока тепла

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = 0, \quad x \rightarrow \infty. \quad (6)$$

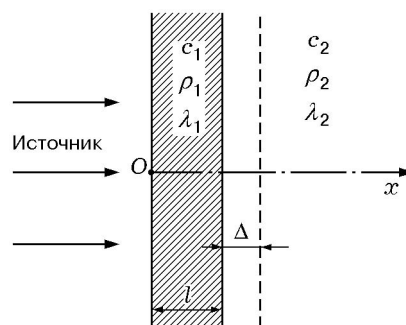


Рис. 1. Иллюстрация к общей постановке задачи

В начальный момент времени температура веществ одинакова во всех точках и равна начальной температуре:

$$T_1 = T_2 = T_0, \quad t = 0. \quad (7)$$

Требуется определить характеристики зажигания — температуру и время возбуждения химической реакции.

В (1)–(7) приняты следующие обозначения: T — температура; x — пространственная координата; t — время; Q — теплота реакции; c_k , ρ_k , λ_k — удельная теплоемкость, плотность и теплопроводность веществ; индекс $k+1$ относится к преграде, $k=2$ — к реагенту. Функция тепловыделения от химической реакции имеет вид

$$\varphi(T_2) = k_2 \exp\left(-\frac{E_2}{RT_2}\right) \quad (8)$$

(где E_2 — энергия активации химической реакции, k_2 — предэкспоненциальный множитель, R — универсальная газовая постоянная) и соответствует простейшей брутто-реакции



нулевого порядка.

Предполагается, что теплофизические параметры веществ неизменны и взяты при некоторой характерной для процесса температуре. Это предположение и функция $\varphi(T)$ в виде (8), вполне приемлемые для стадии зажигания твердых веществ, когда выгорание мало и за рассматриваемое время существенно не влияет на процесс, часто используются в тепловой теории зажигания [4] для получения простейших оценок. Математическая формулировка задачи в виде (1)–(7) соответствует предположению об идеальности теплового контакта между веществами.

ПРОСЛОЙКА ПОСТОЯННОЙ ТОЛЩИНЫ

В первом приближении неидеальность теплового контакта в рассматриваемой задаче можно учесть следующим образом. Будем считать, что между экраном и топливом в течение всего рассматриваемого времени существует тонкая инертная прослойка бесконечно малой теплоемкости. В этом случае в задаче о зажигании горячей пластиной граничное условие для температуры на контакте принимает вид [3]

$$T_2(l, t) - T_1(l, t) = \Delta \frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l}, \quad (9)$$

где Δ — толщина инертной прослойки, λ — ее теплопроводность. Аналитическое решение задачи, построенное в [3] с использованием квазистационарного критерия Зельдовича, указывает, что если преграда термически тонкая (что соответствует условию $\gamma \ll 1$, где $\gamma = l/\sqrt{\kappa_1 t_*}$, $\kappa_1 = \lambda_1/c_1\rho_1$), то тепловые сопротивления преграды и инертной прослойки суммируются. В результате приходим к равенству

$$\frac{t_q}{t_q^0} = 1 + \frac{\theta_0 \lambda_2}{\sqrt{\pi \kappa_2 t_q^0}} \left[\frac{l}{\lambda_1} + \frac{\Delta}{\lambda} \right], \quad (10)$$

где t_q , t_q^0 — времена зажигания через преграду и без нее, $t_q^0 = (\theta_0^2/2\pi)t_*$, $\theta_0 = E_2(T_* - T_0)/RT_*^2$ [4], $t_* = (c_2 RT_*^2 \exp(E_2/RT_*))/E_2 Q_2 k_2$ — период адиабатической индукции при температуре T_* . В задаче о зажигании горячей пластиной $T_* = T_s$.

Если источником тепла является лучистый поток постоянной интенсивности, а преграда прозрачна, то прозрачность прослойки становится принципиальной [5]. Граничное условие на контакте для потоков имеет вид

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=l} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l} = q_0; \quad (11)$$

условие на внешней поверхности —

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = 0. \quad (12)$$

Абсолютно прозрачная прослойка между веществами может снизить отток тепла в преграду, а абсолютно непрозрачная — стать дополнительным препятствием на пути потока тепла в топливо. В первом случае имеем граничное условие для температуры на контакте вида (9), во втором случае — условие

$$T_2(l, t) - T_1(l, t) = \Delta \frac{\lambda_2}{\lambda} \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=l}. \quad (13)$$

В частном случае $\gamma \ll 1$ приближенное решение задачи о зажигании потоком, построенное в [5] с использованием адиабатического критерия, приводит к равенству

$$\frac{t_a}{t_a^0} = 1 + \gamma K_\varepsilon \sqrt{\frac{\pi}{t_a^0}} \left[1 \pm \left(\sqrt{\pi t_a^0} \right)^{-1} \frac{h_0 K_\varepsilon}{1 + K_\varepsilon} \right] \sqrt{\frac{t_a^0}{t_a}}, \quad (14)$$

где знак «минус» соответствует абсолютно прозрачной прослойке, а «плюс» абсолютно непрозрачной; $h_0 = \Delta\lambda_2/\lambda\sqrt{\kappa_2 t_*} \ll 1$; t_a, t_a^0 — времена зажигания через преграду и без нее, $t_a^0 = (\theta_0/2)t_*$; времени подключения химических реакций при зажигании без преграды [4] соответствует температура T_* ,

$$T_* - T_0 = \frac{2}{\pi} \frac{q_0^2}{\lambda_2 \rho_2} \frac{\exp(E_2/RT_*)}{Q_2 k_2}; \quad (15)$$

$K_\varepsilon = \sqrt{c_1 \rho_1 \lambda_1 / c_2 \rho_2 \lambda_2}$ — тепловая активность вещества преграды по отношению к реагенту.

Если преграда непрозрачна, то имеем условия (11), (13) и

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0. \quad (16)$$

В этом случае в (14) выбираем знак «плюс», но в скобках множителем при h_0 будет не K_ε , а K_ε^2 .

Заметим, что в случае термически тонкой преграды задачу (1)–(7) можно еще более упростить [6]. Прогрев термически тонкой преграды или преграды с большой теплопроводностью по сравнению с топливом происходит быстро, так что распределением температуры в ней можно пренебречь. В этом случае можно проинтегрировать уравнение (1) в пределах от 0 до l с учетом нужных граничных условий. Помещая начало координат на поверхность реагента, найдем, например, для задачи о зажигании потоком с идеальным тепловым контактом граничное условие

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_0 - c_1 \rho_1 l \frac{\partial T_1}{\partial t} \Big|_{x=0}, \quad (17)$$

$$T_2 = T_1.$$

При наличии дополнительной тонкой прослойки постоянной толщины граничное условие аналогично (17).

В реальной ситуации расстояние между экраном и реагентом меняется от нуля до полного отслоения от топлива по мере выделения газообразного продукта. Для оценки роли этого процесса в динамике рассмотрим зажигание высокоэнергетического материала лучистым потоком в следующей постановке.

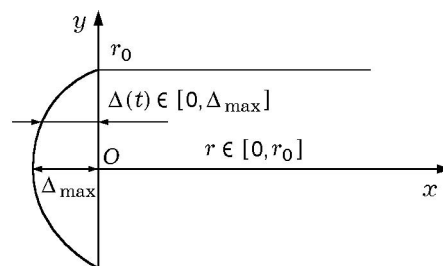


Рис. 2. Иллюстрация к постановке динамической задачи

ОТСЛАИВАЮЩАЯСЯ ПРЕГРАДА*

Пусть поверхность цилиндрического образца, имеющего радиус r_0 и длину, много большую толщины теплового пограничного слоя x_* , характерного для задач зажигания, покрыта тонкой оболочкой (или экраном, или преградой), отделяющей топливо от внешнего источника. В начальный момент времени тепловой контакт между веществами идеальный, а в дальнейшем под действием давления газообразных продуктов экзотермического разложения топлива оболочка отслаивается и отходит от поверхности топлива на расстояние $\Delta = \Delta(t, r)$, $0 < r < r_0$ (рис. 2). Считая, что оболочка свободно опирается по контуру, выпишем уравнение для ее перемещения в отрицательном направлении оси Ox под действием давления p [7]:

$$\Delta = \frac{p}{64D} \left(\frac{5 + \nu}{1 + \nu} r_0^4 - 2 \frac{3 + \nu}{1 + \nu} r_0^2 r^2 + r^4 \right), \quad (18)$$

где $D = El^3 / [(1 - \nu^2)/12]$ — жесткость оболочки, E — модуль упругости (модуль Юнга), ν — коэффициент Пуассона. Максимальный прогиб оболочки, естественно, будет в центре:

$$\Delta_{\max} = \frac{5 + \nu}{1 + \nu} \frac{pr_0^4}{64D}. \quad (19)$$

Наибольшие растягивающие напряжения возникают также в центре у нижней поверхности экрана, а эквивалентное напряжение, т. е. напряжение, которое следует создать в растянутой оболочке, чтобы ее состояние было равносильно с заданным напряженным состоянием, определяется выражением

* Подобная формулировка задачи несколько раз обсуждалась с И. Г. Диком, но не была доведена до конца. Автор возвращается к этой проблеме, так как аналогичные ситуации встречаются не только при исследовании зажигания и горения твердых топлив.

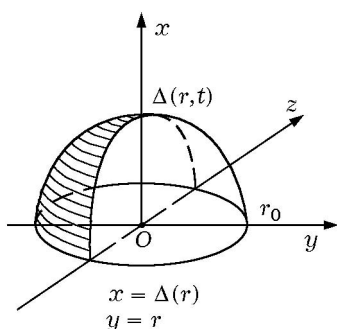


Рис. 3. Пояснения к определению площади поверхности пленки и объема, ограниченно пленкой

$$\sigma_1 = \frac{3}{8}(3 + \nu) \frac{pr_0^2}{l^2}. \quad (20)$$

В качестве условия разрыва экрана примем достижение такого значения σ_1 , что

$$\sigma_1 \geq \sigma_*,$$

где σ_* — предел текучести материала экрана на растяжение.

Давление и плотность газа под оболочкой считаем связанными простейшим уравнением состояния

$$p = \frac{\rho_g}{\mu_g} RT_g, \quad (21)$$

где ρ_g, μ_g — плотность и молярная масса газообразных продуктов, причем в силу принятых допущений $T_g = T_2$.

Уравнение (18) есть уравнение огибающей поверхности, площадь которой s_1 и объем под которой v_g , занимаемый газом, нужно найти (рис. 3). Для тела, которое получается вращением кривой, заданной в виде $x = \Delta(r), y = r$, вокруг оси Ox , площадь поверхности определяется формулой [8]

$$s_1 = 2\pi \int_0^{r_0} r \sqrt{1 + \left(\frac{\partial \Delta(r)}{\partial r}\right)^2} dr, \quad (22)$$

причем $s_1 = s_1(t)$, так как $\Delta = \Delta(t, r)$, а в начальный момент времени $s_1(0) = s_0$, где s_0 — площадь обращенной к источнику поверхности поджигаемого образца. Объем, ограниченный этой кривой, есть

$$v_g = \pi \int_0^{r_0} r^2 \left(\frac{\partial \Delta}{\partial r}\right) dr. \quad (23)$$

С другой стороны, объем, занимаемый газом, следует из очевидного равенства

$$v_g = \frac{m_g}{\rho_g}, \quad (24)$$

где m_g — масса газообразного продукта, образовавшегося в результате реакции разложения твердого топлива. Полагая, что реакция разложения протекает по первому порядку, т. е.

$$\varphi = \varphi(T_2, \eta) = k_2(1 - \eta) \exp\left(-\frac{E_2}{RT_2}\right), \quad (25)$$

дополним нашу систему уравнением кинетики

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \varphi(T_2, \eta), \quad (26)$$

и массу образовавшегося газа найдем из уравнения

$$\frac{dm_g}{dt} = s_0 \rho_2 \int_0^\infty \varphi(T_2, \eta) dx. \quad (27)$$

Здесь η — глубина превращения.

Уравнение теплопроводности (2) с химическим источником, вообще говоря, теперь становится двумерным, т. е. дополняется слагаемым

$$\lambda_2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T_2}{\partial r},$$

но при условии $r_0 \gg x_* = \sqrt{\kappa_2 t_*}$, где $\kappa_2 = \lambda_2 / c_2 \rho_2$, тепловую задачу можно снова считать одномерной с граничным условием в точке $x = 0$, аналогичным условию (17) для термически тонкого экрана. Для непрозрачных продуктов реакции имеем

$$\begin{aligned} -s_0 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \\ &= q_0 s_0 - (s_1 l c_1 \rho_1 + v_g \rho_g c_g) \frac{\partial T_2}{\partial t} \Big|_{x=0}, \end{aligned} \quad (28)$$

причем $s_1 = s_1(t), v_g = v_g(t)$.

В нашей задаче, состоящей из уравнений (2), (18), (21)–(24), (26) и (27) для неизвестных $T_2, \eta, m_g, v_g, s_1, \Delta, p, \rho_g$ с граничными условиями (28), (6) и начальными условиями

$$t = 0: \quad T_2 = T_0, \quad m_g = 0, \quad \eta = 0, \quad \Delta = 0,$$

$$p = 0, \quad \rho_g = 0, \quad s_1 = s_0,$$

перейдем к безразмерным переменным

$$\theta_2 = \frac{T_2 - T_*}{RT_*^2} E_2, \quad \eta, \quad M = \frac{mg}{m_*}, \quad V = \frac{vg}{v_*}, \quad \tau = 0: \quad \theta_2 = -\theta_0, \quad M = 0, \quad \eta = 0, \quad (38)$$

$$P = \frac{p}{p_*}, \quad d = \frac{\rho g}{\rho_2}, \quad \sigma = \frac{s_1}{s_*}, \quad h = \frac{\Delta}{x_*},$$

$$\xi = \frac{x}{x_*}, \quad \tau = \frac{t}{t_*}, \quad z = \frac{r}{r_0},$$

где $m_* = \rho_2 x_* s_0$, $v_* = s_0 x_*$, $p_* = RT_* \rho_2 / \mu g$, $s_* = s_0$, а выражения для T_* , t_* , x_* приведены выше. Тогда математическая формулировка задачи примет вид

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \xi^2} + \Phi(\theta_2, \eta), \quad \xi > 0; \quad (29)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma_r \Phi(\theta_2, \eta), \quad (30)$$

$$\Phi(\theta_2, \eta) = (1 - \eta) \exp \frac{\theta_2}{1 + \beta \theta_2};$$

$$\frac{dM}{d\tau} = \gamma_r \int_0^\infty \Phi(\theta_2, \eta) d\xi; \quad (31)$$

$$P = d(1 + \beta \theta_2); \quad (32)$$

$$h = Pg \kappa^{-2} \delta^{-3} [a - bz^2 + z^4], \quad z \in [0, 1]; \quad (33)$$

$$\sigma = 2 \int_0^1 z \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2} \kappa dz; \quad (34)$$

$$V = \int_0^1 z^2 \left| \frac{\partial h}{\partial z} \right| dz = \frac{M}{d}; \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \xi = 0: \quad -\frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} &= Q - [\sigma(\tau) \delta K_c + \\ &+ V(\tau) d(\tau) B_c] \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = \\ &= Q - [\sigma(\tau) \delta K_c + M(\tau) B_c] \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau}; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\xi \rightarrow \infty: \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} = 0; \quad (37)$$

$$V = 0, \quad h = 0, \quad P = 0, \quad d = 0, \quad \sigma = 1,$$

где

$$\gamma_r = \frac{c_2 RT_*^2}{E_2 Q_2}, \quad B_c = \frac{c_g}{c_2}, \quad a = \frac{5 + \nu}{1 + \nu},$$

$$b = 2 \frac{3 + \nu}{1 + \nu}, \quad Q = \frac{q_0 E_2 x_*}{RT_*^2 \lambda_2},$$

$$g = \frac{3}{16} \frac{RT_*}{E} \frac{\rho_2}{\mu g} (1 - \nu^2) = \beta \frac{3}{16} \frac{\rho_2}{\mu g} \frac{E_2}{E} (1 - \nu^2),$$

$$\kappa = \left(\frac{x_*}{r_0}\right)^2 \ll 1,$$

$$\delta = l/x_*, \quad K_c = c_1 \rho_1 / c_2 \rho_2, \quad \beta = RT_* / E_*,$$

$$\theta_0 = E_2 (T_* - T_0) / RT_*^2.$$

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Так как функция $h(z)$ задана явно, можно провести некоторые аналитические оценки. Действительно, имеем

$$\frac{\partial h}{\partial z} = -2Abz + 4Az^3,$$

где $A = Sg \kappa^{-2} \delta^{-3}$. Следовательно, из (35) находим

$$V = AC_0, \quad (39)$$

$$C_0 = \frac{b}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \frac{7 + \nu}{1 + \nu}.$$

Из (35) и (32) следует

$$P = \frac{M}{V} (1 + \beta \theta_2).$$

Подставляя последнюю формулу в (29), найдем объем и давление газа под пленкой:

$$V^2 = M(1 + \beta \theta_2) g \kappa^{-2} \delta^{-3} C_0, \quad (40)$$

$$P^2 = M(1 + \beta \theta_2) \frac{\kappa^2 \delta^3}{g C_0}, \quad (41)$$

в зависимости от температуры и глубины пре-
вращения. Площадь поверхности пленки в за-
висимости от θ_2 и η определим в явном виде для
двух предельных случаев. Если $g(\delta\kappa)^{-3} \gg 1$,
то

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2} \kappa \approx \left|\frac{\partial h}{\partial z}\right| \kappa,$$

следовательно,

$$\sigma(\tau) \approx \sqrt{\kappa} A \frac{23 + 7\nu}{4(1 + \nu)}.$$

Используя (41), найдем

$$\sigma \approx \frac{\sqrt{g}}{\delta\sqrt{\delta\kappa}} \sqrt{M(1 + \beta\theta_2)} C_1, \quad (42)$$

$$C_1 = \frac{23 + 7\nu}{4(1 + \nu)} \frac{1}{C_0}.$$

В случае $g(\delta\kappa)^3 \ll 1$ имеем

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2} \kappa \approx 1 + \left(\frac{\partial h}{\partial z}\right)^2 \frac{\kappa}{2},$$

что позволяет представить явное выражение
для площади поверхности в форме

$$\sigma(\tau) \approx 1 + \frac{g}{\kappa\delta^3} M(1 + \beta\theta_2) C_2, \quad (43)$$

$$C_2 = \left(2 - \frac{8}{3}b + b^2\right) \frac{1}{C_0}.$$

В любом случае площадь поверхности
пленки тем больше, чем выше температура,
меньше модуль упругости пленки (который
входит в знаменатель параметра g) и меньше
ее толщина. Постоянные C_1 и C_2 зависят лишь
от величины коэффициента Пуассона.

Для нормальных режимов зажигания ха-
рактерно $\gamma_r \ll 1$, $\beta \ll 1$. Очевидно, что на ста-
дии зажигания можно принять $M \sim \gamma_r$. Тогда,
используя приближенный метод решения зада-
чи, аналогичный [5, 6], найдем для $g(\delta\kappa)^{-3} \ll 1$

$$\frac{\tau_a}{\tau_a^0} \approx 1 + \left[\delta K_c \left(1 + \frac{g\gamma_r}{\kappa\delta^3} C_2\right) + B_c \gamma_r\right] \sqrt{\frac{2\pi}{\theta_0} \frac{\tau_a^0}{\tau_a}}. \quad (44)$$

В другом предельном случае получим

$$\frac{\tau_a}{\tau_a^0} \approx 1 + \left[K_c \frac{g\gamma_r}{\kappa\delta} C_1 + B_c \gamma_r\right] \sqrt{\frac{2\pi}{\theta_0} \frac{\tau_a^0}{\tau_a}}. \quad (45)$$

Последняя формула соответствует очень тон-
ким пленкам, но не дает предельного перехода
ни при $\delta \rightarrow 0$, ни при $\gamma_r = 0$.

Из (44) следует достаточно очевидный вы-
вод: зависимость времени зажигания от тол-
щины оболочки теперь будет немонотонной.
Чем тоньше оболочка и больше выгорание ве-
щества, тем существеннее эффект отслаивания
оболочки от топлива. Роль малого параметра
 h_0 , в отличие от статической постановки, здесь
играет параметр γ_r .

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Численное решение задачи (29)–(31), (34),
где h , P заданы явно, с условиями (36), (37) и

$$\tau = 0: \quad \theta_2 = -\theta_0, \quad M = 0, \quad \eta = 0,$$

проведено по неявной разностной схеме мето-
дом прогонки. Масштабная температура T_* в
общем случае может быть определена в ходе ре-
шения задачи, но может быть задана и заранее
из физических соображений. Как и выше, при-
ем ее равной температуре подключения хи-
мических реакций при зажигании без преграды
(формула (15)), т. е. $\theta_0/2 = Q^2/\pi$. Это позволя-
ет сократить число варьируемых параметров.

В расчетах использованы два критерия за-
жигания. Согласно первому τ_i — это время,
по истечении которого суммарное тепловыде-
ление от химических реакций превысит приход
тепла от внешнего источника. Согласно второ-
му критерию время зажигания соответствует
условию

$$\theta_{\max}(0, \tau_i) > \theta_0,$$

где θ_{\max} — максимальная температура в реа-
генте. Известно [4, 9, 10], что при зажигании
поток без преграды или через преграду с
идеальным тепловым контактом температура
 θ_{\max} находится на поверхности реагента. При
анализе этой задачи замечено, что к моменту
зажигания, определенному по любому из кри-
териев, максимальная температура находится
в объеме, что показано на рис. 4. Даже при

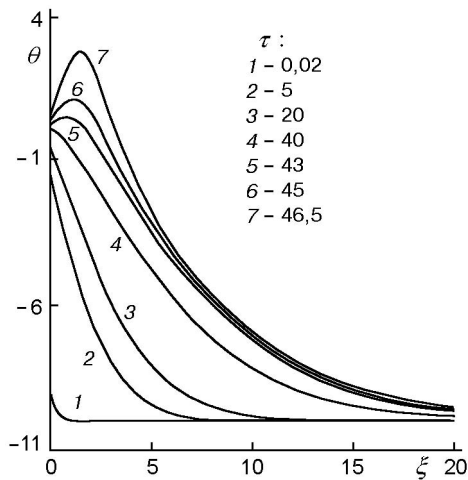


Рис. 4. Распределение температуры в прогретом слое твердого топлива при зажигании через отслаивающуюся преграду:
 $\theta_0 = 10, \delta = 0,15, B_c = 0,2, K_c = 2, C = 1, \beta = 0,05, \gamma_r = 0,02$

малых значениях глубины превращения вследствие давления газообразных продуктов оболочка отходит от топлива, что приводит к появлению дополнительного оттока тепла из реакционной зоны, вследствие чего рост температуры поверхности замедляется.

На рис. 5 представлена зависимость времени зажигания, определенного по первому критерию, от толщины преграды при различных значениях комплекса $C = g/\kappa C_0$. Видно, что с появлением эффекта неидеальности теплового контакта зависимость $\tau_i(\delta)$ становится немонотонной. Минимум кривой смещается в сторону меньших значений δ с уменьшением C и γ_r . В случае термически толстой преграды этот эффект вряд ли может быть замечен.

Интересно, что простейшая модель описывает еще один эффект, наблюдавшийся в экспериментах [1-3, 11]. Так, критерий разрыва пленки под действием продуктов газификации, представленный выше, может быть записан следующим образом:

$$P/(\delta \kappa)^2 > 8\sigma_*/3(3 + \nu)p_*$$

Полагая, что $\sigma_* = E/30$, с учетом найденных выше выражений для давления и плотности газа имеем

$$M(1 + \beta\theta) \geq \frac{1}{3600} \frac{1 - \nu^2}{3 + \nu} \frac{\delta}{g} C_0.$$

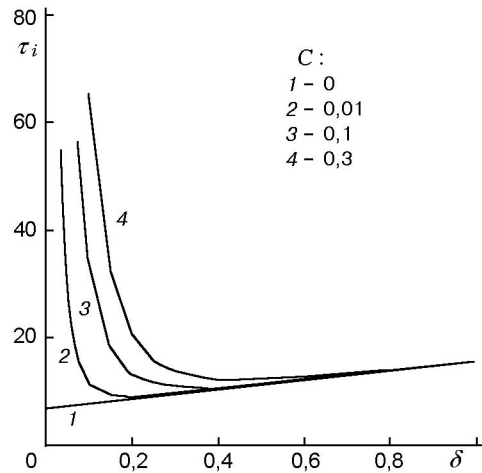


Рис. 5. Зависимость времени зажигания от толщины преграды:
 $\theta_0 = 10, B_c = 0,2, K_c = 2, \beta = 0,05, \gamma_r = 0,02$

Следовательно, чем тоньше пленка и меньше модуль упругости, тем при меньшей температуре и меньшем выгорании произойдет разрыв пленки, что, вообще говоря, очевидно. Условие разрыва пленки может быть выполнено до момента зажигания. Учитывая, что резкое увеличение времени зажигания происходит лишь при очень малых значениях толщины преграды и малых значениях глубины превращения в поверхностном слое топлива, приходим к заключению, что этот эффект может быть более важен для процессов зажигания и горения, чем влияние величины γ_r на характеристики зажигания.

Отметим еще, что численная оценка времени зажигания по второму критерию превышает время зажигания, определенное с помощью первого критерия, что и продемонстрировано в [6]. Кроме того, второй критерий более чувствителен к выгоранию, чем первый.

Таким образом, в работе

- предложена модель зажигания твердого топлива через отслаивающуюся преграду;
- построено приближенное аналитическое решение задачи, в том числе приведены формулы для оценки времени зажигания и найден критерий разрыва пленки;
- показано, что зависимость времени зажигания от толщины преграды немонотонная, что связано с ростом давления газообразных продуктов реакции под пленкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Князева А. Г., Дик И. Г., Кузнецов В. Т.** Зажигание конденсированных веществ через экран // Горение конденсированных систем. Черноголовка, 1989. С. 45–47.
2. **Дик И. Г., Князева А. Г.** Зажигание конденсированного вещества через преграду с различными физико-химическими характеристиками // Макроскопическая кинетика и химическая газодинамика. Томск, 1989. С. 127–132.
3. **Князева А. Г., Дик И. Г.** Зажигание горячей пластиной конденсированного вещества с инертным экраном между ними // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 2. С. 8–18.
4. **Вилунов В. Н.** Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
5. **Князева А. Г., Дик И. Г.** Приближенный расчет характеристик зажигания в условиях сопряженного теплообмена. Томск, 1989. Деп. в ВИНТИ, № 6441-В89.
6. **Дик И. Г., Зурер А. Б., Князева А. Г.** О зажигании конденсированного вещества импульсным тепловым потоком через непрозрачный экран с большой теплопроводностью // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 6. С. 3–9.
7. **Феодосьев В. И.** Сопrotивление материалов. М.: Наука, 1986.
8. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1966. Т. 2.
9. **Дик И. Г., Князева А. Г.** Зажигание конденсированного вещества, экранированного полупрозрачной теплопроводящей пластиной // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 3. С. 9–16.
10. **Князева А. Г.** Приближенные оценки характеристик зажигания топлива лучистым потоком через преграду с различными свойствами // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 1. С. 26–41.
11. **Князева А. Г.** Зажигание непрозрачных конденсированных веществ через преграду: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 1989.

Поступила в редакцию 8/VII 1999 г.