

УДК 539.376; 539.42

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМ ИНСТИТУТЕ МЕХАНИКИ МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА им. М. В. ЛОМОНОСОВА (к юбилею Ю. Н. Работнова)

А. М. Локощенко

Научно-исследовательский институт механики  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 119992 Москва  
E-mail: loko@imec.msu.ru

Приведены основные результаты экспериментально-теоретических исследований процессов ползучести и длительной прочности металлов, полученные сотрудниками Научно-исследовательского института механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова. Эти результаты развивают и уточняют предложенную Ю. Н. Работновым кинетическую теорию ползучести и длительной прочности. Изучены некоторые проблемы, возникающие при формулировке различных видов кинетических уравнений и описании экспериментальных данных для материалов, которые могут рассматриваться как статистически однородные (при изучении процесса деформирования и разрушения таких материалов не требуется исследовать развитие отдельных трещин). Описаны основные особенности моделей ползучести металлов при постоянных и переменных напряжениях, при одноосном и сложном напряженном состоянии, сформулированных с учетом одного или двух параметров поврежденности. Рассмотрены критериальный и кинетический подходы, используемые при определении длительной прочности в условиях сложного напряженного состояния. Описаны способы моделирования поведения металлов в агрессивной среде. Показаны возможности применения предложенных моделей при решении технологических задач.

**Ключевые слова:** ползучесть, длительная прочность, поврежденность, растяжение, сжатие, кинетические параметры, виброползучесть, моделирование, критериальный подход, кинетический подход, оболочки, осадка, мембраны.

### ВВЕДЕНИЕ

В 2014 г. исполняется 100 лет со дня рождения выдающегося советского ученого, академика Юрия Николаевича Работнова, создавшего несколько принципиально новых научных направлений. Особое место занимают результаты его исследований процессов ползучести и длительной прочности материалов. К середине XX в. в этой области был получен значительный объем экспериментальных результатов, однако они имели разрозненный характер. Ю. Н. Работнов является одним из создателей математической теории ползучести, позволившей обобщить имеющиеся экспериментальные данные.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00528).

© Локощенко А. М., 2014

В монографии [1] Ю. Н. Работнова подведен итог экспериментальных и теоретических исследований ползучести, проводившихся в течение более 50 лет. Основное внимание уделено теории ползучести металлов. Ю. Н. Работнов проанализировал результаты многочисленных отечественных и зарубежных исследований, сформулировав теорию ползучести в форме механического уравнения состояния с параметрами состояния, определяемыми соответствующей системой кинетических уравнений. Были выявлены основные возможности моделирования процесса ползучести, возникающие при введении таких параметров состояния, как деформация ползучести  $p$ , поврежденность  $\omega$ , рассеянная работа и др. Позднее используемые уравнения были уточнены и обобщены, что позволило получить более полное описание наблюдаемых в экспериментах явлений и уточнить области применимости различных вариантов кинетических уравнений.

В [2] проведен анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований процессов ползучести и длительной прочности металлов. Показано, что до появления монографии Ю. Н. Работнова [1] не удавалось сформулировать общую теорию, учитывающую основные эффекты ползучести и длительной прочности и достаточно точно описывающую имеющиеся экспериментальные данные.

В настоящей работе приведены основные результаты экспериментально-теоретических исследований процессов ползучести и длительной прочности, полученные сотрудниками Научно-исследовательского института механики Московского государственного университета (НИИ механики МГУ). До 2002 г. эти исследования проводились под руководством члена-корреспондента РАН С. А. Шестерикова, с 2003 г. по настоящее время — под руководством автора данной работы. Ниже рассмотрены некоторые проблемы, возникающие при формулировке различных вариантов кинетических уравнений и описании экспериментальных данных для материалов, которые могут рассматриваться как статистически однородные (при изучении процесса деформирования и разрушения таких материалов не требуется исследовать развитие отдельных трещин).

## 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ И ВЫПУЧИВАНИЯ В РАННИХ РАБОТАХ С. А. ШЕСТЕРИКОВА

В работах [3–11] подробно проанализировано явление потери устойчивости и выпучивания в условиях ползучести, сформулирован критерий устойчивости, позволяющий оценивать поведение элементов конструкций в условиях ползучести при неопределенном малом начальном прогибе. Проведен анализ области применимости линеаризованной постановки и критериев устойчивости в зависимости от степени упрочнения, описан приближенный способ решения задач неустановившейся ползучести, с помощью которого исследован процесс выпучивания идеализированного стержня. Анализ общих соотношений ползучести с учетом мгновенных пластических деформаций позволил выделить ряд особенностей этих зависимостей. Изучено влияние мгновенной нелинейной деформации на процесс выпучивания стержней. Выделен класс однопараметрических систем, для которых решение задачи о нахождении критического прогиба и критического времени существенно упрощается. Подробно рассмотрены процессы потери устойчивости и выпучивания пластин, решен ряд задач для прямоугольных пластин, определены наиболее вероятные формы выпучивания.

## 2. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ ОДНООСНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ

2.1. *Особенности описания кривых ползучести с учетом стадии разупрочнения.* При использовании предложенной в [1] методики введения  $\omega$  в виде комплекса  $\sigma/(1-\omega)$  в случае

выделения на кривой ползучести при постоянном напряжении участков установившейся и ускоренной ползучести граница между ними строго определена, что существенно ограничивает возможность описания реально наблюдаемых кривых ползучести. В [12, 13] предложено модифицированное соотношение Работнова, в котором в качестве эффективного напряжения используется отношение  $\sigma/(1 - \omega^r)$ , где показатель степени  $r > 0$  определяет нелинейный характер влияния накопленной поврежденности на процесс ползучести. В [13] показано, что при определенных значениях  $r$  известные экспериментальные кривые ползучести достаточно точно описываются на всех участках вплоть до момента разрушения. Используемые в [13] соотношения позволяют описать весь процесс ползучести с учетом бесконечной скорости деформации ползучести и конечной деформации в момент разрушения.

Если в момент разрушения скорость не претерпевает существенных изменений (не возрастает на несколько порядков), то более эффективной является замена множителя  $(1 - \omega)^{-n}$  на множитель  $\exp(m\omega)$  [14]. В этом случае использование параметра  $m$  также позволяет достаточно точно описать кривые ползучести, а кинетическое уравнение для  $\dot{\omega}$  может содержать любое выражение для эффективного напряжения.

В [15] предложена аппроксимация кривой ползучести, включающей три участка, соответствующие трем стадиям ползучести, а также итерационная методика вычисления всех необходимых материальных констант.

*2.2. Формулировка соотношений ползучести с учетом нескольких параметров состояния.* В данном случае наиболее перспективной оказалась гипотеза наличия двух кинетических параметров поврежденности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , для которых уравнения могут быть записаны в виде [16]

$$\dot{\omega}_1 = f_1(\sigma, T, \omega_1, \omega_2), \quad \dot{\omega}_2 = f_2(\sigma, T, \omega_1, \omega_2) \quad (1)$$

(точка обозначает дифференцирование по времени  $t$ ). Соотношения (1) являются дополнением к механическому уравнению состояния, которое в данном случае может быть представлено в виде

$$\dot{p} = \Phi(p, \sigma, T, \omega_1, \omega_2). \quad (2)$$

Подобно тому как при использовании одного параметра  $\omega$  условием разрушения считается достижение некоторого критического значения  $\omega$ , которое можно принять равным единице, в случае двухпараметрической системы предельное состояние можно определить условием [16]

$$\max\{\omega_1, \omega_2\} = 1. \quad (3)$$

Такое представление процесса накопления повреждений позволяет описать ряд наблюдаемых в экспериментах явлений. Так, в случае если уравнения (1) записаны в форме независимой простейшей системы

$$\dot{\omega}_1 = A_1[\sigma/(1 - \omega_1)]^{n_1}, \quad \dot{\omega}_2 = A_2[\sigma/(1 - \omega_2)]^{n_2}, \quad (4)$$

нетрудно показать, что кривая длительной прочности в логарифмических координатах имеет вид ломаной, при этом угол наклона отрезков определяется показателями  $n_1$  и  $n_2$ . Точка пересечения двух прямых определяет напряжение  $\sigma_0$ , при котором величины  $\omega_1$  и  $\omega_2$  за одно и то же время достигают критического значения.

Важное следствие из представления (4) отмечено при исследовании длительной прочности в случае ступенчатого изменения напряжения во времени (в том числе неоднократного). В ряде экспериментов, осуществляемых по такой программе, наблюдается систематическое отклонение от единицы суммы парциальных времен

$$A = \int_0^{t^*} \frac{dt}{t^*(\sigma)}$$

( $t^*$  — момент времени, в который происходит разрушение). В [16] показано, что принцип линейного суммирования парциальных времен ( $A = 1$ ) нарушается в том случае, если значение  $\sigma_0$  находится в области изменения значений напряжения  $\sigma$ , при которых разрушение происходит на отрезке  $[0, t^*]$ , и при этом выполняется неравенство  $1 < A < 2$ . Если значение  $\sigma_0$  лежит выше или ниже диапазона значений  $\sigma$ , то  $A \equiv 1$ .

Анализ системы (1) в общем случае без конкретизации функций  $f_1$  и  $f_2$  не представляет интереса. В [17] выполнен анализ системы (1) с учетом взаимного влияния  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Результаты численных расчетов показали, что параметр  $A$  при этом может быть отличен от единицы даже в том случае, если значение  $\sigma_0$  не принадлежит интервалу изменения напряжения  $\sigma$ .

В [18] проведено моделирование длительной прочности при ступенчатом нагружении, когда кинетические уравнения (4) дополняются не условием (3), а условием разрушения

$$\omega_1(t^*) + \omega_2(t^*) = 1.$$

Показано, что в этом случае  $A \neq 1$  при произвольных напряжениях  $\sigma_1(t)$  и  $\sigma_2(t)$  ( $\sigma_1 \neq \sigma_2$ ), при этом также выполняется неравенство  $1 < A < 2$ .

2.3. *Моделирование немонотонной зависимости предельной деформации ползучести от напряжения.* Исследуем влияние вида соотношений, описывающих ползучесть, на характеристики предельных деформаций  $p^* = p(t^*)$  при разрушении. Особенностью зависимостей  $\dot{p}$  и  $\dot{\omega}$  от напряжения  $\sigma$  является то, что обычно они имеют вид степенных функций. Нетрудно показать, что в этом случае предельная деформация  $p^*$  ( $\omega = 1$ ) оказывается монотонной функцией напряжения. В то же время из результатов экспериментов следует, что при некоторых испытаниях металлов в условиях ползучести до разрушения в исследуемом диапазоне значений постоянного растягивающего напряжения  $\sigma$  наблюдается немонотонное изменение величины предельной деформации ползучести  $p^*$ , соответствующей моменту разрушения  $t^*$ . В [14, 19, 20] отмечено, что моделирование немонотонной зависимости  $p^*(\sigma)$  возможно при использовании различных функциональных соотношений для учета влияния напряжения на скорость ползучести и скорость накопления поврежденности.

В [20] для описания процесса ползучести вплоть до разрушения при постоянном напряжении  $\sigma$  и определения деформации  $p^*$  используются упрощенное выражение (2) со степенной зависимостью скорости ползучести от напряжения

$$\dot{p} = A \left( \frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^n \tag{5}$$

и три варианта кинетического уравнения для  $\dot{\omega}$ :

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= B_1 \frac{\text{sh}(\sigma/c)}{(1 - \omega)^n}, & \dot{\omega}_2 &= B_2 \frac{\sigma^{0,5n} \exp(\sigma/c)}{(1 - \omega)^n}, \\ \dot{\omega}_3 &= B_3 \left( \frac{\sigma}{\sigma_b - \sigma} \right)^k \frac{1}{(1 - \omega)^n}, & n &> k > 0, \quad 0 < \sigma < \sigma_b. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь  $\sigma_b$  — условный предел кратковременной прочности при температуре испытаний [21]. Проинтегрируем отношения  $\dot{p}/\dot{\omega}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). В результате в соответствии с (5), (6) получаем следующие зависимости предельной деформации  $p_i^*$  от напряжения  $\sigma$ :

$$p_1^* = \frac{A}{B_1} \frac{\sigma^n}{\text{sh}(\sigma/c)}, \quad p_2^* = \frac{A}{B_2} \frac{\sigma^{0,5n}}{\exp(\sigma/c)}, \quad p_3^* = \frac{A}{B_3} \sigma^{(n-k)} (\sigma_b - \sigma)^k. \tag{7}$$

При относительно малых значениях напряжения  $\sigma$  все зависимости  $p_i^*(\sigma)$  в (7) являются возрастающими, при достаточно больших значениях  $\sigma$  — убывающими. Следовательно, при некотором промежуточном значении напряжения  $\sigma$  предельная деформация максимальна. Изменяя вид уравнений (6), (7), можно показать, что при некотором промежуточном значении напряжения предельная деформация будет минимальной.

2.4. *Учет поврежденности, вызванной мгновенным нагружением материала.* При замене уравнения состояния (2) и стандартного кинетического уравнения соотношениями, учитывающими “мгновенную” поврежденность материала, появляется возможность описания качественно новых эффектов ползучести материалов. Одним из вариантов таких соотношений являются соотношения Броберга [22], которые можно записать в виде

$$\dot{\varepsilon} = G'(s)\dot{s} + F(s), \quad \dot{\omega} = g'(s)\dot{s} + f(s), \quad (8)$$

где  $s = \sigma/(1 - \omega)$  — эффективное напряжение. Если величины  $f$ ,  $F$ ,  $g$ ,  $G$  являются монотонно возрастающими функциями своих аргументов, то соотношения (8) описывают процесс деформирования и разрушения нелинейной упруговязкой среды. В случае “мгновенного” нагружения разрушение (фактически потеря несущей способности) происходит в тот момент, когда  $\omega$  достигает некоторого критического значения  $\omega^* < 1$  при конечной деформации. Величина  $\omega^*$  определяется видом функций  $g$ ,  $G$ , при этом она всегда меньше единицы. Аналогично определяется предельное напряжение  $\sigma^*$ . Если “мгновенно” приложено напряжение  $\sigma < \sigma^*$ , то соотношения (8) описывают процесс неустановившейся ползучести, заканчивающийся разрушением. Очевидно, что значение предельной поврежденности зависит от приложенного напряжения  $\sigma$  и полностью определяется “мгновенными” характеристиками. Естественно, что время, необходимое для разрушения, определяется как функцией  $g$ , так и функцией  $f$ .

В [23] проведен анализ системы уравнений (8), описывающей длительную прочность при постоянном напряжении. Оказалось, что если соотношения (8) записать в виде

$$\dot{\varepsilon} = As^{m_1}\dot{s} + Bs^{m_2}, \quad \dot{\omega} = Cs^{n_1}\dot{s} + Ds^{n_2},$$

где в силу условия конечности деформации при разрушении на значения показателей степени  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  накладываются определенные ограничения, то при различных соотношениях этих показателей степени в задаче длительной прочности возможна немонотонная зависимость деформации разрушения от напряжения.

В случае ступенчатых режимов нагружения из системы (8) при указанных выше ограничениях, налагаемых на функции, входящие в эту систему, следует, что при увеличении напряжения сумма парциальных времен меньше единицы, а при уменьшении — больше единицы. Данный результат обусловлен введением характеристики “мгновенной” поврежденности и “залечиванием” этой поврежденности при частичном снятии нагрузки. Полученный вывод о различных отклонениях суммы парциальных времен  $A$  от единицы при догрузке и частичной разгрузке соответствует известным экспериментальным данным. В [24] этот результат получен при замене кинетического уравнения (8) на соотношение

$$d\omega = \varphi'(\sigma) d\sigma + f(\sigma) dt.$$

В данном случае выражение для суммы парциальных времен  $A$  принимает вид

$$A = 1 - \frac{f(\sigma_1)t_1[\varphi(\sigma_2) - \varphi(\sigma_1)]}{[1 - \varphi(\sigma_1)][1 - \varphi(\sigma_2)]},$$

где напряжение  $\sigma_1$  приложено при  $t < t_1$ , а напряжение  $\sigma_2$  — при  $t > t_1$  (вплоть до разрушения);  $f(\sigma)$ ,  $\varphi(\sigma)$  — возрастающие функции напряжения.

2.5. *Оценка деформационного ресурса материала.* Среди основных требований, предъявляемых к механическим характеристикам материалов, большое значение имеют как обеспечение высокого предела прочности, так и достижение достаточно большого ресурса деформационной способности материала.

В [25] приведены результаты экспериментального исследования деформирования до разрушения алюминиевого сплава марки 01570 при температуре 500 °С. В этих испытаниях, проводившихся при постоянной скорости логарифмической деформации  $\dot{\varepsilon}_0$ , получена немонотонная зависимость предельной логарифмической деформации  $\varepsilon^*$  от величины  $\dot{\varepsilon}_0$ , имеющая максимум при некотором значении  $\dot{\varepsilon}_0$ . При этом отношение длины  $l^*$  образца при разрушении к начальной длине  $l_0$  находится в диапазоне  $l^*/l_0 = 2,5 \div 16,0$ .

Для моделирования полученных результатов испытаний в [20] использовано кинетическое уравнение в следующей форме:

$$\dot{\omega} = C \sqrt{\dot{\varepsilon}_0} \exp(\beta \dot{\varepsilon}_0^n), \quad \omega|_{t=0} = 0, \quad \omega|_{t=t^*} = 1.$$

В этом случае зависимость предельной деформации  $\varepsilon^*$  от скорости  $\dot{\varepsilon}_0$  принимает вид

$$\varepsilon^* = \sqrt{\dot{\varepsilon}_0} [C \exp(\beta \dot{\varepsilon}_0^n)]^{-1}.$$

При малых значениях  $\dot{\varepsilon}_0$  зависимость  $\varepsilon^*(\dot{\varepsilon}_0)$  является возрастающей, при относительно больших значениях  $\dot{\varepsilon}_0$  — убывающей. Следовательно, существует промежуточное значение  $\dot{\varepsilon}_0$ , при котором зависимость  $\varepsilon^*(\dot{\varepsilon}_0)$  имеет максимум. В [20] получены хорошо согласующиеся экспериментальные и теоретические зависимости  $\varepsilon^*(\dot{\varepsilon}_0)$ .

2.6. *Дробно-степенная модель установившейся ползучести.* Для функции  $f$  обычно принимается либо степенная зависимость от напряжения, либо экспоненциальная зависимость (типа гиперболического синуса). Соотношения такого вида недостаточно точно описывают наблюдаемые в экспериментах изменения параметров ползучести во всем диапазоне напряжений.

Под руководством С. А. Шестерикова выполнен цикл работ, в которых предложен принципиально новый вид уравнения установившейся ползучести  $\dot{p} = f(\sigma)$  [21, 26–33].

Рассмотрим отличающийся от обычно используемых при описании кривых ползучести вариант зависимости  $f(\sigma)$ , в которой аргумент  $\sigma$  заменен на дробно-степенную функцию  $\sigma$ :

$$f(\sigma) = A \left( \frac{\sigma - \sigma_{00}}{\sigma_b - \sigma} \right)^n. \quad (9)$$

Здесь  $\sigma_{00}$  — предел ползучести, характеризующий некоторое предельное напряжение, ниже которого ползучесть отсутствует;  $\sigma_b$  — напряжение, при котором имеет место практически неограниченный рост скорости деформаций ползучести (условный предел прочности).

Очевидно, что в простейшем случае ( $n = 1$ ) соотношение (9) принимает вид

$$f(\sigma) = A \frac{\sigma - \sigma_{00}}{\sigma_b - \sigma}. \quad (10)$$

С помощью соотношения (10) проведена обработка большого количества экспериментальных данных. Оказалось, что с точностью до наблюдаемого в экспериментах разброса с помощью соотношения (10) можно описать кривые ползучести при постоянной температуре  $T$  во всем диапазоне напряжений. Это особенно важно, поскольку Ю. Н. Работнов отмечал, что при использовании степенной или экспоненциальной зависимости для описания кривых ползучести в широком диапазоне значений  $\sigma$  необходимо вводить зависимость показателя степени или коэффициента в экспоненте от напряжения [1]. Следует отметить, что соотношение (10) применимо при малых значениях напряжений, поскольку во многих

работах отмечается линейный характер зависимости скорости ползучести от напряжения в этом диапазоне.

При различных сопротивлениях растяжению и сжатию применяются соотношения [29]

$$\dot{p} = \frac{A\sigma\sigma_b}{(\sigma_b - \sigma)(\sigma'_b + \sigma)}, \quad \dot{p} = \frac{A\sigma}{\sqrt{(\sigma_b - \sigma)(\sigma'_b + \sigma)}}$$

( $\sigma_b, \sigma'_b$  — пределы прочности при растяжении и сжатии соответственно). В [29, 31] данный подход обобщен на случай сложного напряженного состояния.

Для одновременного описания первой и второй стадий процесса ползучести полную деформацию ползучести следует представить в виде суммы двух деформаций [30–32]:

$$p = p_1 + p_2.$$

Здесь  $p_1$  — деформация, характеризующая процесс упрочнения;  $p_2$  — нелинейно-вязкая деформация, при этом

$$\dot{p}_1 = \varphi(\sigma, p_1, T), \quad \dot{p}_2 = f(\sigma, T).$$

В [27] показано, что при использовании простейших соотношений деформация  $p_1$  пропорциональна  $t^{1/3}$  (формула Эндрейда).

Для описания третьей стадии ползучести можно использовать соотношения [31, 32]

$$\dot{p} = A \frac{\sigma}{\sigma_b f(\omega) - \sigma}, \quad \dot{\omega} = B \left( \frac{\sigma}{\sigma_b f(\omega) - \sigma} \right)^n.$$

С помощью предложенных соотношений решен ряд задач: изгиб с растяжением стержня, деформирование толстостенной трубы под действием внутреннего давления [29, 30, 33] и др.

*2.7. Метод определения поврежденности путем измерения электрического сопротивления образца.* Для определения поврежденности, накапливаемой в процессе высокотемпературной ползучести, обычно используется физический или металлографический метод. В обоих случаях требуется прекратить испытание, а затем охладить и разгрузить образец. В случае применения металлографического метода нужно также разрезать образец и исследовать полученные шлифы. В [34, 35] предложен метод измерения структурных изменений в металле непосредственно в процессе высокотемпературной ползучести без охлаждения и разгрузки образцов. Для реализации этого метода проводилось измерение электрического сопротивления  $R(t)$  цилиндрических образцов при одноосном растяжении, полученные данные сравнивались с результатами измерения длины  $l(t)$  испытываемых образцов при тех же значениях времени  $t$ .

В НИИ механики МГУ проведены испытания медных образцов при температуре 400 °С и напряжениях 40 ÷ 70 МПа [36]. При обработке результатов испытаний образцов рассматривались две меры деформации: обычная логарифмическая мера деформации ползучести  $p(t)$ , полученная на основе результатов автоматической записи удлинения образца в процессе ползучести, и мера  $p_R(t)$ , для определения которой использовались результаты измерения электрического сопротивления образцов в предположении отсутствия микрповреждений в образцах. Анализ кривых ползучести  $p(t)$  и  $p_R(t)$  показал, что при всех значениях номинального напряжения  $\sigma$  зависимость  $p_R(t)$  возрастает быстрее, чем  $p(t)$ . При достаточно больших напряжениях (в рассматриваемом диапазоне), когда процесс ползучести происходит в основном за счет сдвиговых деформаций, значения  $p_R(t)$  несущественно превышают значения  $p(t)$ . Различие кривых  $p_R(t)$  и  $p(t)$  возрастает при меньших напряжениях, при которых имеют место развитие пор и трещин вдоль межзеренных границ, охрупчивание и межзеренное разрушение.

В [35] под поврежденностью  $\omega(t)$  понимается отношение приращения электросопротивления, обусловленного образованием пор и микротрещин, их накоплением и слиянием в процессе ползучести, к электросопротивлению ненагруженного образца при температуре  $T$ . Для исследования структуры испытанных образцов металлографическим способом проводилось их разрезание по осевому сечению в средней части каждой ступени с целью приготовления микрошлифов. Под поврежденностью  $\Omega$  понимается отношение суммарной длины участков поперечных границ между зернами, занятых порами и микротрещинами, к длине всех поперечных границ между зернами [37]. Следует отметить, что обе меры предельной поврежденности структуры  $\omega^*$  и  $\Omega^*$ , измеряемые разными способами, почти во всем диапазоне напряжений  $\sigma_0$  изменяются пропорционально.

На кривых зависимостей времени до разрушения и предельной поврежденности  $\omega^*$  и  $\Omega^*$  от номинального напряжения  $\sigma_0$  имеется характерный для ряда металлов излом при одном и том же значении  $\sigma_0 = 56$  МПа. Этот излом разделяет области напряжений с различными видами разрушения.

Таким образом, в рассматриваемом диапазоне исследуемых напряжений  $\sigma = 40 \div 70$  МПа можно выделить участки с преимущественно межзеренным разрушением ( $\sigma = 40 \div 56$  МПа) и участки с преимущественно внутризеренным разрушением ( $\sigma = 56 \div 70$  МПа).

2.8. *Связанное моделирование скорости установившейся ползучести и длительной прочности металлов.* В [38, 39] разработаны методы связанного математического моделирования скорости установившейся ползучести и длительной прочности металлов при растяжении. В качестве базовых зависимостей скорости установившейся ползучести  $\dot{p}$  и времени до разрушения  $t^*$  от напряжения  $\sigma$  использованы две нелинейные дробно-степенные функции [40] с четырьмя материальными постоянными. Вычисление этих постоянных основано на оптимальном решении двух нелинейных систем уравнений методом минимизации квадратичных невязок. Предложены методы вычисления этих материальных постоянных, с помощью которых получены аналитические зависимости  $\dot{p}(\sigma)$  и  $t^*(\sigma)$ , оптимально аппроксимирующие результаты испытаний металлов при постоянной температуре и различных напряжениях. Предложен метод кусочно-линейной аппроксимации результатов испытаний на длительную прочность с помощью двухзвенной ломаной. При этом положение точки излома и другие характеристики ломаной определяются из условия наилучшего расположения ломаной относительно экспериментальных точек. Этот метод позволяет учитывать разные механизмы накопления поврежденности стали при различных значениях напряжений.

2.9. *Влияние концентрации напряжений на длительную прочность.* В НИИ механики МГУ образцы для испытаний были изготовлены из одного стержня. Рабочие части образцов первой группы представляли собой цилиндры кругового сечения, на образцах другой группы имелись осесимметричные поперечные кольцевые выточки полукруглого сечения [41]. Сравнивались времена до разрушения  $t^*$  этих образцов при условии, что средние напряжения в минимальном сечении образцов второй группы совпадают с напряжениями в образцах первой группы. Результаты анализа показывают, что наличие концентраторов напряжений приводит к увеличению времени до разрушения  $t^*$ . Наиболее существен этот эффект при относительно малых напряжениях, при которых наличие выточки приводит к увеличению времени  $t^*$  более чем в два раза.

Для объяснения причин увеличения времени до разрушения используется основанная на учете микронеоднородности материала гипотеза “слабого звена”. При растяжении образца переменного сечения вероятность того, что наиболее слабое сечение имеет минимальную площадь, очень мала. Поэтому разрушение образца с выточкой должно происходить в наиболее узком сечении или вблизи него в более поздний момент времени по сравнению со случаем разрушения образца постоянного поперечного сечения, что и наблюдается в экспериментах.

Проведено также экспериментальное исследование влияния рабочей длины растягиваемых образцов на длительную прочность. Из одного стержня были изготовлены цилиндрические образцы с одним и тем же диаметром 5 мм и различной длиной рабочей части  $l_0 = 10 \div 100$  мм. В результате испытаний на длительную прочность при одних и тех же значениях температуры  $T$  и напряжения  $\sigma$  получена монотонно убывающая зависимость времени разрушения  $t^*$  от величины  $l_0$  (в рассматриваемом диапазоне  $l_0$  среднее время  $t^*$  изменяется почти в два раза). Полученный результат объясняется наличием микронеоднородности структуры реальных образцов. С увеличением рабочей длины повышается вероятность появления в образце более слабых сечений, поэтому более длинные образцы должны разрушаться быстрее. С использованием дополнительных данных о масштабном эффекте подтверждена правильность предложенного объяснения подкрепляющего влияния концентрации напряжений.

2.10. *Виброползучесть при одноосном и сложном напряженном состоянии.* Под виброползучестью понимается резкое ускорение процесса ползучести в условиях, при которых к статическому напряжению добавляется циклическая составляющая с малой амплитудой (не превышающей величину порядка 1 % статического напряжения). В НИИ механики МГУ проведены испытания трубчатых образцов из алюминиевых сплавов марок Д16Т и АД1 при температурах от 20 до 200 °С [42, 43], которые показали, что добавление к постоянному растягивающему напряжению растягивающих и сжимающих напряжений, возникающих при продольных вибрациях, не приводит к изменению характера кривой ползучести. При добавлении к постоянному растягивающему напряжению крутильных вибраций или при добавлении к постоянному касательному напряжению продольных вибраций наблюдается виброползучесть, характеризуемая увеличением скорости ползучести в несколько раз. Во всех случаях возникновения виброползучести наблюдается уменьшение ее скорости по мере нагружения — “насыщение”.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что виброползучесть не описывается стандартной теорией упрочнения или течения. Предложенное в [44] описание процесса виброползучести не имеет универсального характера, так как в этом случае необходимо разделять процессы нагрузки и разгрузки.

В [45] с помощью кинетической теории Работнова проведено моделирование ранее полученных экспериментальных результатов. При этом использовалась модифицированная теория упрочнения

$$p_{\text{и}}^{\alpha} \dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{f(\sigma_{\text{и}})}{\sigma_{\text{и}}} [1 + (\beta_1 - \beta_2 p_{\text{и}})q] s_{ij}, \quad f(\sigma_{\text{и}}) = A \sigma_{\text{и}}^n, \quad \beta_1 > 0, \quad \beta_2 > 0.$$

Здесь  $s_{ij}$  — компоненты девиатора напряжений;  $\dot{p}_{ij}$  — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести;  $\sigma_{\text{и}}$ ,  $p_{\text{и}}$  — интенсивности напряжений и деформаций ползучести соответственно;  $n$ ,  $A$ ,  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — материальные константы;  $q(t)$  — кинетический параметр, зависящий от времени  $t$ . Для определения зависимости  $q(t)$  предложено использовать соотношение

$$q = \frac{|\sigma_{\text{max}}^{(0)} \times \sigma_{\text{max}}^{(1)}|}{\sigma_{\text{и}}^2},$$

в числителе которого содержится абсолютная величина векторного произведения максимальных главных напряжений до момента приложения вибрационной составляющей тензора напряжений ( $\sigma_{\text{max}}^{(0)}$ ) и после ее приложения ( $\sigma_{\text{max}}^{(1)}$ ). В [45] показано, что предложенная модель описывает обе особенности экспериментальных данных: появление виброползучести только в случае сложного напряженного состояния и ее “насыщение” при увеличении длительности испытаний.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ В АГРЕССИВНЫХ СРЕДАХ

3.1. *Приближенное решение уравнения диффузии. Вероятностная модель.* Описаны методы моделирования высокотемпературного деформирования и длительного разрушения металлов при одновременном воздействии внешних механических нагрузок (в условиях одноосного и сложного напряженных состояний) и агрессивной окружающей среды [46–57]. Предложено приближенное решение уравнения диффузии, основанное на выделении в рассматриваемом теле невозмущенной и возмущенной областей и на определении движения границы между этими областями. Показана высокая точность рассмотренного приближения. Исследовано взаимодействие диффузионного фронта и фронта разрушения в процессе ползучести. С учетом увеличения со временем толщины поверхностного разрушающегося слоя описан масштабный эффект длительной прочности.

Рассмотрена вероятностная модель ползучести и длительной прочности, при этом считается, что материал состоит из большого количества структурных элементов [58–61]. Для описания явления длительной прочности используется понятие вероятности разрушения отдельных элементов, с помощью которого выводится кинетическое уравнение для плотности неразрушенных структурных элементов. Для частного случая нагружения цилиндрической оболочки рассмотрены условия возникновения и развития фронта разрушения. Вероятностная модель применена для описания ползучести и длительной прочности типовых элементов конструкций, находящихся в агрессивных средах.

3.2. *Влияние масштабного фактора на длительную прочность.* При создании конструкций, предназначенных для работы в течение длительного времени при высоких температурах, целесообразно уменьшить их массу за счет использования тонкостенных элементов. Однако при уменьшении поперечных размеров этих элементов возможно появление масштабного эффекта, который необходимо учитывать при проектировании различных конструкций.

Существующие стандарты устанавливают ограничения на минимальные размеры испытываемых образцов. Согласно этим документам при использовании цилиндрических образцов для определения характеристик ползучести диаметр этих образцов  $d$  должен составлять не менее 5 мм (в случае определения характеристик длительной прочности  $d \geq 3$  мм). Однако на практике нередко применяются элементы конструкций толщиной не более 1 мм. Результаты экспериментальных исследований показывают, что уменьшение поперечных размеров образцов приводит к нежелательному результату: скорость ползучести увеличивается, а время до разрушения  $t^*$  уменьшается. Поэтому использовать при расчетах тонкостенных конструкций характеристики ползучести и длительной прочности, полученные в результате стандартных испытаний, невозможно, и актуальность исследования масштабного фактора и необходимость замены стандартов не вызывают сомнений.

В работах [48, 49] отмечается, что в процессах длительного разрушения металлов важную роль играют поверхностные слои образцов, находящиеся в условиях, отличных от условий, в которых находятся основные, внутренние слои. Как известно, в процессе ползучести разрушение начинается в момент появления первых трещин в поверхностных слоях образцов даже в тех случаях, когда напряжение распределяется однородно по их сечению (например, при одноосном растяжении). Моделирование этого явления основано на определении толщины поверхностного разрушенного слоя.

Для аналитического описания влияния поперечных размеров растягиваемых образцов на длительную прочность в [62] использована теория Ю. Н. Работнова [1], при этом введены два изменяющихся во времени параметра: толщина разрушенного поверхностного слоя образца  $\delta(t)$  и распределенная по оставшейся части этого образца поврежденность  $\omega(t)$ .

Согласно указанной теории [1] длительная прочность определяется в результате решения системы двух кинетических уравнений

$$\dot{\omega} = \dot{\omega}(\sigma, \delta), \quad \dot{\delta} = \dot{\delta}(\sigma, \omega, \delta), \quad \omega|_{t=0} = 0, \quad \delta|_{t=0} = 0, \quad \omega|_{t=t^*} = 1.$$

В [62] рассматриваемая система кинетических уравнений используется для аналитического описания масштабного эффекта в цилиндрических и тонких плоских образцах.

В [63, 64] рассматривается более простой способ учета масштабного эффекта длительной прочности при описании экспериментальных данных. В этом случае возрастающая функция  $\delta(t)$  заменена на некоторое среднее по времени значение толщины разрушенного поверхностного слоя  $\delta_0$ , которое не зависит от внешней нагрузки. Величина  $\delta_0$  вычисляется из условия, согласно которому характеристики длительной прочности, определенные для неразрушенной центральной части поперечного сечения, не зависят от геометрии и размеров образцов. Таким образом, семейство кривых длительной прочности, соответствующих образцам с различными характеристиками поперечного сечения, при учете толщины разрушенного поверхностного слоя во всех образцах сливается в единую кривую длительной прочности.

#### 4. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ О ПОЛЗУЧЕСТИ СТЕРЖНЕЙ И ОБОЛОЧЕК

4.1. *Сплющивание длинной цилиндрической оболочки под действием внешнего равномерно распределенного давления.* Тонкая длинная цилиндрическая оболочка часто используется в качестве элемента сложных конструкций. В тех случаях, когда такая оболочка находится под действием внешнего равномерно распределенного давления при комнатной температуре, необходимо знать предельное давление, которое может выдержать оболочка. Если такая оболочка находится под действием внешнего давления при высоких температурах, анализ ее поведения в основном сводится к определению времени, в течение которого она может выдержать заданное давление. Как правило, цилиндрические оболочки имеют настолько большую длину по сравнению с размерами поперечного сечения, что влиянием краевых условий можно пренебречь. В этом случае исследуется поведение колец единичной ширины. Представляет интерес определение зависимости времени до сплющивания кольца от формы и размеров его начальных несовершенств.

При исследовании поведения кольца с начальными несовершенствами под действием внешнего равномерно распределенного давления использовались различные подходы. Рассмотрены задачи о деформировании колец из склерономных и реономных материалов при малых и больших перемещениях, при различных видах начальных несовершенств и т. д.

В работе [65] предложен подход для исследования деформирования кольца в том случае, когда его перемещения имеют величину порядка среднего радиуса. С этой целью срединная линия кольца аппроксимируется кривой, полученной сопряжением двух дуг окружности, зависимости радиусов которых от времени определяются при решении задачи. В этой постановке исследуется деформирование кольца вплоть до сплющивания. С. А. Шестериков и его ученики В. И. Ванько, А. М. Локоценко, В. В. Кашелкин и др. решили большое количество задач о выпучивании оболочек при различных геометрических и физических условиях. При исследовании колец из склерономного материала получены решения для линейно- и нелинейно-упругих материалов [66, 67], идеального упругопластического материала [68, 69], материала с линейным упрочнением [70]. Изучено сплющивание колец, находящихся в условиях установившейся [71–74] или неустойчивой [75–77] ползучести, при учете степенной или дробно-степенной зависимости интенсивности скоростей деформаций ползучести от интенсивности напряжений. В ряде работ рассматриваются оболочки конечной длины [78, 79]. Характеристики начального несовершенства задаются для кольца как с двумя осями симметрии (овал), так и с одной осью симметрии (локальная

вмятина) [72]. В [80] исследуется выпучивание оболочек с продольными ребрами. В некоторых задачах интегрирование напряжений вдоль поперечного сечения кольца приводит к громоздким выражениям, в этих случаях используется предложенная Ю. Н. Работновым двухслойная модель кольца.

При исследовании ползучести овального кольца вводятся две малые величины: отношение толщины кольца к его среднему радиусу и начальное несовершенство типа овальности. В зависимости от соотношения этих величин получены различные приближенные зависимости времени до сплющивания от начальной величины овальности [72]. При исследовании ползучести кольца с локальной вмятиной срединная линия аппроксимируется кривой, полученной сопряжением трех дуг окружности; получено условие, при котором форма исходного несовершенства оказывает существенное влияние на время сплющивания.

Анализ известных результатов испытаний оболочек в условиях установившейся ползучести под действием внешнего гидростатического давления показал, что значения времен сплющивания, полученные с использованием разработанного метода, хорошо согласуются с экспериментальными данными [81, 82].

4.2. *Задачи об изгибе балок и цилиндрических оболочек при ползучести с учетом разносопротивляемости материала растяжению и сжатию.* В отличие от [83] в [84–86] для учета разносопротивляемости материала растяжению и сжатию принимается сингулярная дробно-степенная модель, в которой используются различные значения пределов кратковременной прочности при растяжении и сжатии. Эта модель ограничивает уровень рассматриваемых напряжений предельными величинами.

Исследован чистый изгиб балок с различными формами поперечных сечений в процессе установившейся ползучести. Проведен анализ процесса накопления поврежденности в изгибаемой балке в процессе ползучести. Показано, что с течением времени внутри балки происходит перераспределение напряжений и как следствие смещение нейтральных линий, которые характеризуются нулевыми напряжениями и деформациями ползучести соответственно. В [86] исследуется чистый изгиб балок при дополнительном учете влияния агрессивной среды на характеристики ползучести и длительной прочности. Моделирование процесса ползучести основано на использовании кинетической теории Ю. Н. Работнова, содержащей два структурных параметра: поврежденность и концентрацию химических веществ окружающей среды в балке.

В [87–90] в различных постановках рассматриваются задачи о деформировании цилиндрических оболочек при чистом изгибе в условиях ползучести. В [87] получено условие потери устойчивости, в [90] приведены результаты экспериментального исследования ползучести оболочек при добавлении к изгибным напряжениям малых изгибных и крутильных вибраций.

## 5. ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Выше в основном рассматривались характеристики ползучести и длительной прочности при одноосном напряженном состоянии. Объем экспериментальных данных, используемых для описания сложного напряженного состояния, очень ограничен, однако имеются возможности для построения обобщающих теорий. При описании длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния обычно используются критериальный и кинетический подходы.

5.1. *Критериальный подход.* В НИИ механики МГУ в течение 50 лет проводится систематическое исследование ползучести и длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния [12, 91–108]. В качестве эквивалентных напряжений  $\sigma_e$

рассмотрены четыре базовые комбинации главных напряжений: максимальное главное напряжение  $\sigma_{e1}$ , интенсивность напряжений  $\sigma_{e2}$ , их полусумма  $\sigma_{e3}$ , разность максимального и минимального главных напряжений  $\sigma_{e4}$ . Предложен количественный метод выбора вида эквивалентного напряжения  $\sigma_e$ . Рассмотрены три меры суммарного разброса экспериментальных и теоретических значений времени до разрушения. Изучены особенности неоднородного напряженного состояния в толстостенных трубчатых образцах, находящихся под действием внутреннего давления. Показано, что рассмотренные способы приближенной замены возникающего в таких образцах неоднородного напряженного состояния однородным позволяют использовать одно и то же эквивалентное напряжение. В результате статистической обработки всех известных экспериментальных данных определены эквивалентные напряжения, которые следует использовать в расчетах длительной прочности при различных видах напряженного состояния. Показано, что в случае применения статистических методов при плоском напряженном состоянии условие минимального суммарного разброса позволяет выбрать в качестве эквивалентного напряжения величину  $\sigma_{e3}$  при  $\sigma_1 > 0$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 < 0$  и величину  $\sigma_{e4}$  при  $\sigma_1 \geq \sigma_2 > \sigma_3 = 0$ . В качестве критерия длительной прочности при описании известных экспериментальных данных следует использовать степенную модель или один из вариантов дробно-степенной модели.

Заметим, что в ряде испытаний отдельные экспериментальные данные имеют характер случайных выбросов. Предложен метод исключения таких данных из рассмотрения. Применение указанного метода при анализе известных испытаний после исключения этих данных не привело к изменению выбора эквивалентного напряжения  $\sigma_e$  при различных видах сложного напряженного состояния. При анализе экспериментальных данных с помощью соотношений для  $\sigma_e$  с дополнительной константой значение этой константы практически не зависит от выбора меры суммарного разброса экспериментальных и теоретических значений времени до разрушения. Показано, что данные выражения имеют незначительные преимущества по сравнению с четырьмя базовыми выражениями для  $\sigma_e$ , рассмотренными выше.

В НИИ механики МГУ впервые исследована проблема предварительной анизотропии образцов, испытываемых в условиях длительной прочности при сложном напряженном состоянии: введен коэффициент прочностной анизотропии, проведены вычисления этого коэффициента для материалов, используемых в известных сериях испытаний, выполнена экспериментальная проверка полученных результатов [106–108].

**5.2. Кинетический подход.** Очевидно, что наиболее простые соотношения имеют место при использовании скалярного параметра поврежденности. Однако дефекты, определяющие накопление повреждений: полости, микропоры, микротрещины — ориентированы нагрузками, под действием которых эти дефекты возникают. Как известно, обычно микротрещины развиваются в направлении, приблизительно перпендикулярном направлению действия максимального главного напряжения. Увеличение этих микротрещин приводит к разрушению связей зерен в поликристалле, в результате чего происходит разрыв. Для описания такого типа разрушений недостаточно использовать скалярный параметр поврежденности, необходимо вводить векторный или тензорный параметр поврежденности. Ниже рассмотрены варианты кинетической теории с векторным параметром поврежденности или с комбинацией скалярного и векторного параметров.

В [109] в качестве параметра поврежденности принимается величина  $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$ , величины  $\omega_i$  связаны с главными напряжениями  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) зависимостями

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \begin{cases} f(\sigma_i, \omega_i), & \sigma_i > 0, \\ 0, & \sigma_i \leq 0, \end{cases}$$

описывающими накопление проекций вектора поврежденности  $\omega$  на направления действия главных напряжений в процессе ползучести. Величина вектора поврежденности удовлетворяет условиям  $\omega(0) = 0$ ,  $\omega(t^*) = 1$ .

В цикле работ [110–114] выполнено обобщение модели [109]. С этой целью введен коэффициент прочностной анизотропии материала и учтены компоненты вектора поврежденности, накапливаемой в процессе кратковременного квазистатического нагружения, а также взаимная зависимость компонент  $\omega_i$ . В [110–113] используется введенный в [107] коэффициент прочностной анизотропии  $\alpha_0$ , определяемый для трубчатых образцов как отношение осевого и поперечного нормальных напряжений, приводящих при растяжении в этих направлениях к разрушению за одно и то же время  $t^*$ . В [108] приведены значения  $\alpha_0$ , полученные при анализе серии испытаний с использованием различных критериев длительной прочности. Впервые с помощью предложенной в [112] модели описана экспериментально полученная [110] зависимость времени до разрушения при стационарном сложном напряженном состоянии от программы кратковременного нагружения. Отмечено, что при одних и тех же значениях  $\sigma_{\max}$  и  $\sigma_{\text{и}}$ , т. е. при одних и тех же значениях эквивалентного напряжения  $\sigma_e$  и различных видах напряженного состояния, значения времени до разрушения  $t^*$  могут существенно различаться [112]. В ряде испытаний установлено, что изменение знака касательных напряжений приводит к увеличению времени до разрушения в несколько раз. Этот результат можно описать с помощью кинетического уравнения для анизотропного материала [113]

$$\frac{d\omega}{dt} = f(\sigma_{\max}) \cdot \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}}.$$

В некоторых работах рассматривается сочетание скалярного и векторного параметров поврежденности. В [115] отмечено, что в процессе ползучести при сложном напряженном состоянии фактически появляется анизотропия свойств накопленной поврежденности, и предложена модель, в которой используется комбинация скалярного и векторного подходов. Скалярный параметр может быть использован для моделирования поведения материалов, в которых развиваются сферические поры или максимальное главное напряжение значительно больше остальных главных напряжений; в случае развития трещиновидных дефектов процесс длительного разрушения следует описывать с помощью векторного подхода.

## 6. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

6.1. *Экспериментально-теоретическое исследование осадки круговых цилиндров в процессе ползучести.* Рассмотрена осадка сплошных и полых круговых цилиндров, находящихся между двумя абсолютно жесткими плитами. Исследуются особенности деформирования таких цилиндров в условиях установившейся ползучести при разных программах нагружения и различных краевых условиях [116–118]. Основное внимание уделяется анализу осадки сплошных цилиндров с учетом возникновения бочкообразной формы и без его учета. Получено условие для программы нагружения, при котором достигается минимальное значение энергии деформации.

Теоретический анализ осадки сплошных цилиндров дополнен соответствующим экспериментальным исследованием [119–121]. Разработан бесконтактный метод измерений поля перемещений осаживаемого цилиндра при высокой температуре с использованием специальной оптической системы, фоторегистратора и программного комплекса. С помощью разработанного программного обеспечения по изменениям расстояний между реперными линиями в процессе осаживания цилиндра вычислялись компоненты тензора деформаций ползучести на внешней поверхности деформированного цилиндра. Анализ результатов испытаний цилиндров из алюминиевого сплава марки Д16Т при температуре 400 °С

показал, что экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами теоретического решения.

6.2. *Ползучесть длинной узкой мембраны в стесненных условиях.* Исследован процесс деформирования длинной узкой прямоугольной мембраны, расположенной внутри клиновидной или криволинейной матрицы, под действием равномерного поперечного давления [122–125]. При этом предполагается, что мембрана закреплена вдоль ее длинных сторон. Рассмотрены различные условия на границе мембраны и матрицы: прилипание, идеальное скольжение и скольжение с трением. Для описания деформирования мембраны используется степенная или сингулярная дробно-степенная модель установившейся ползучести материала. Напряженное состояние мембраны можно считать безмоментным. Поскольку длина мембраны значительно превышает ее ширину, можно считать, что реализуется случай плоской деформации.

В [124, 125] решение задачи описывает три стадии деформирования. Для исключения бесконечных напряжений в начальный момент времени  $t$  (первая стадия) предполагается, что мембрана обладает упругими свойствами. Упругое деформирование мембраны при сложном напряженном состоянии описывается с помощью закона Гука с учетом несжимаемости ее материала. На второй стадии (стадии свободного деформирования) моделируется деформирование мембраны в условиях ползучести вплоть до момента, в который она касается стенок матрицы. Процесс ползучести в условиях стесненного деформирования мембраны (третья стадия) исследуется при различных граничных условиях. Получены условия заполнения пространства внутри мембраны или разрушения мембраны на любой стадии деформирования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены основные результаты исследований процессов ползучести и длительной прочности металлов, полученные сотрудниками НИИ механики МГУ начиная с 1957 г. За это время проведено большое количество экспериментальных исследований характеристик металлов при одноосном и сложном напряженных состояниях, в том числе при учете влияния агрессивной среды. Предложены новые методы измерения поврежденности металлов, изучены условия появления виброползучести, впервые исследован масштабный фактор длительной прочности, впервые найдена зависимость характеристик длительной прочности при плоском напряженном состоянии от программы кратковременного нагружения и т. д. При моделировании полученных экспериментальных результатов, как правило, используется обобщение кинетической теории ползучести и длительной прочности, разработанной Ю. Н. Работновым в середине XX в. При этом особое внимание уделяется анализу связи макроскопических деформационных характеристик с особенностями структурных изменений в металлах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
2. Шестериков С. А., Локоценко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: ВИНТИ, 1980. С. 3–104. (Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела; Т. 13).
3. Работнов Ю. Н., Шестериков С. А. Устойчивость стержней и пластинок в условиях ползучести // Прикл. математика и механика. 1957. Т. 21, № 3. С. 406–412.
4. Rabotnov Yu. N., Shesterikov S. A. Creep stability of columns and plates // J. Mech. Phys. Solids. 1957. V. 6. P. 27–34.

5. **Шестериков С. А.** О критерии устойчивости при ползучести // Прикл. математика и механика. 1959. Т. 23, № 6. С. 1101–1106.
6. **Шестериков С. А.** Динамический критерий устойчивости при ползучести стержней // ПМТФ. 1961. № 1. С. 66–71.
7. **Шестериков С. А.** Устойчивость прямоугольных пластинок при ползучести // ПМТФ. 1961. № 3. С. 93–100.
8. **Шестериков С. А.** Выпучивание при ползучести // Прикл. математика и механика. 1961. Т. 25, № 4. С. 754–755.
9. **Шестериков С. А.** Устойчивость пластинок при ползучести по теории течения // ПМТФ. 1961. № 5. С. 100–108.
10. **Шестериков С. А.** Выпучивание при ползучести с учетом мгновенных пластических деформаций // ПМТФ. 1963. № 2. С. 124–129.
11. **Шестериков С. А.** Приближенный метод расчета на выпучивание при ползучести // ПМТФ. 1963. № 5. С. 151–153.
12. **Локощенко А. М., Мякотин Е. А., Шестериков С. А.** Ползучесть и длительная прочность стали 12Х18Н10Т в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1979. № 4. С. 87–94.
13. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ. 1980. № 3. С. 155–159.
14. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Экспериментально-теоретическое исследование ползучести и длительной прочности титанового сплава ВТ6 при 600 °С // Изв. вузов. Машиностроение. 2008. № 7. С. 3–11.
15. **Агахи К. А., Кузнецов В. Н., Локощенко А. М. и др.** Моделирование процесса ползучести на основе аппроксимации экспериментальных данных // Машиностроение и инж. образование. 2011. № 2. С. 52–57.
16. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** К проблеме оценки длительной прочности при ступенчатом нагружении // ПМТФ. 1982. № 2. С. 139–143.
17. **Локощенко А. М., Наместникова И. В.** Описание длительной прочности при ступенчатом нагружении // Пробл. прочности. 1983. № 1. С. 9–13.
18. **Шестериков С. А., Локощенко А. М.** Длительная прочность при ступенчатом нагружении // Изв. вузов. Машиностроение. 1993. № 7–9. С. 29–33.
19. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения // ПМТФ. 1982. № 1. С. 160–163.
20. **Веклич Н. А., Локощенко А. М., Веклич П. Н.** Моделирование ресурса деформационной способности материала // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 5. С. 183–188.
21. **Шестериков С. А., Юмашева М. А.** Конкретизация уравнения состояния в теории ползучести // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1984. № 1. С. 86–91.
22. **Broberg Н.** A new criterion for brittle creep rupture // J. Appl. Mech. 1974. V. 41, N 3. P. 809–811.
23. **Дачева М. Д., Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Модельное представление предельной деформации при ползучести // ПМТФ. 1984. № 4. С. 139–142.
24. **Локощенко А. М., Наместникова И. В., Шестериков С. А.** Описание длительной прочности при ступенчатом изменении напряжения // Пробл. прочности. 1981. № 10. С. 47–51.
25. **Аминов О. В., Лазаренко Э. С., Романов К. И.** К исследованию ресурса деформационной способности // Завод. лаб. 2004. Т. 70, № 1. С. 48–52.

26. Шестериков С. А., Юмашева М. А. К построению определяющих уравнений теории ползучести // Проблемы современной механики: Сб. науч. тр. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1983. Ч. 2. С. 133–139.
27. Шестериков С. А. Некоторые проблемы длительной прочности и ползучести // Нелинейные модели и задачи механики деформируемого твердого тела: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1984. С. 180–189.
28. Шестериков С. А. Длительная прочность и ползучесть металлов // Вопросы долговременной прочности энергетического оборудования: Сб. науч. тр. Л.: ЦКТИ, 1986. С. 47–55. (Тр. ЦКТИ; Вып. 230).
29. Шестериков С. А., Юмашева М. А. Вариант уравнения состояния при ползучести и его приложения // Вопросы долговременной прочности энергетического оборудования: Сб. науч. тр. Л.: ЦКТИ, 1988. С. 74–79. (Тр. ЦКТИ; Вып. 246).
30. Shesterikov S. A., Yumasheva M. A. On the non-linear creep flow potential // Creep in structure: 4th IUTAM symp., Cracow (Poland), Sept. 10–14, 1990. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1991. P. 615–620.
31. Шестериков С. А., Лебедев С. Ю., Юмашева М. А. Новые функциональные соотношения для описания процессов ползучести и длительной прочности // Тр. 9-й конф. по прочности и пластичности, Москва, 22–26 янв. 1996 г. М.: Ин-т пробл. механики РАН, ИАНУ, 1996. Т. 3. С. 130–134.
32. Шестериков С. А., Лебедев С. Ю., Юмашева М. А. О длительной прочности // Проблемы механики сплошной среды: Сб. науч. тр. Владивосток: Ин-т автоматизации и процессов управления ДВО РАН, 1996. С. 80–85.
33. Шестериков С. А., Юмашева М. А. Соотношения ползучести и длительной прочности и задача продольного изгиба стержня // Проблемы механики неупругих деформаций: Сб. науч. тр. М.: Физматлит, 2001. С. 393–399.
34. Lokoshchenko A. M. The investigation of the metal damage at the creep by the method of electrical resistance measuring // Creep in structures: 4th IUTAM simp., Cracow (Poland), Sept. 10–14, 1990. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1991. P. 379–383.
35. Локощенко А. М. Новый метод измерения поврежденности металлов при ползучести // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2005. № 5. С. 108–122.
36. Шестериков С. А., Локощенко А. М., Мякотин Е. А. О применении метода измерения электросопротивления при исследовании прочности и ползучести металлов // Пробл. прочности. 1984. № 10. С. 32–35.
37. Локощенко А. М. Исследование поврежденности материала при ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1982. № 6. С. 129–133.
38. Веклич Н. А., Локощенко А. М., Веклич П. Н. Связанное моделирование скорости установившейся ползучести и длительной прочности металлов // Пробл. прочности. 2008. № 4. С. 25–35.
39. Веклич Н. А., Локощенко А. М. Взаимосвязанное моделирование скорости установившейся ползучести и времени до разрушения металлов // Успехи механики сплошных сред: К 70-летию акад. В. А. Левина: Сб. науч. тр. Владивосток: Дальнаука, 2009. С. 127–134.
40. Аршакуни А. Л., Шестериков С. А. Прогнозирование длительной прочности жаропрочных металлических материалов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1994. № 3. С. 126–141.
41. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Влияние концентрации напряжений на длительную прочность // Пробл. прочности. 1996. № 5. С. 39–43.
42. Локощенко А. М., Шестериков С. А. О виброползучести // Инж. журн. Механика твердого тела. 1966. № 3. С. 141–143.

43. **Локощенко А. М., Мякотин Е. А., Шестериков С. А.** Исследование влияния малых вибраций на ползучесть // Пробл. прочности. 1985. № 5. С. 50–54.
44. **Шестериков С. А.** Одноосная ползучесть при переменных напряжениях // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. Механика и машиностроение. 1961. № 2. С. 148–149.
45. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность при переменных напряжениях // Тр. междунар. конф. “Актуальные проблемы механики сплошной среды”, посвящ. 100-летию Н. Х. Арутюняна, Цахкадзор (Армения), 8–12 окт. 2012 г. Ереван: Изд-во ЕГУАС, 2012. Т. 1. С. 325–328.
46. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах (обзор) // Физ.-хим. механика материалов. 2001. № 4. С. 27–41.
47. **Локощенко А. М.** Методы моделирования влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов // Успехи механики. 2002. Т. 1, № 4. С. 90–121.
48. **Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2000.
49. **Локощенко А. М.** Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: Моск. гос. индустр. ун-т, 2007.
50. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Расчет длительной прочности с использованием приближенного решения уравнения диффузии // Физ.-хим. механика материалов. 2003. Т. 39, № 1. С. 15–21.
51. **Lokoshchenko A. M.** The application of an approximate analysis of the diffusion process for a description of creep and creep rupture // Intern. J. Mech. Sci. 2005. V. 47, N 3. P. 359–373.
52. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Математическое моделирование длительной прочности цилиндрических оболочек в агрессивной среде при сложном напряженном состоянии. Ч. 2 // Машиностроение и инж. образование. 2006. № 4. С. 39–48.
53. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Моделирование влияния диффузии окружающей среды на длительную прочность полого цилиндра при одноосном растяжении // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 4. С. 88–93.
54. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Длительная прочность цилиндрической оболочки в агрессивной среде при условии массообмена // Физ.-хим. механика материалов. 2007. Т. 43, № 2. С. 17–24.
55. **Локощенко А. М.** Моделирование ползучести и длительной прочности металлов в агрессивных средах // Проблемы современной механики: К 85-летию со дня рожд. акад. Г. Г. Черного. М.: Изд-во “Омега-Л”, 2008. С. 275–289.
56. **Локощенко А. М., Ильин А. А., Мамонов А. М., Назаров В. В.** Экспериментально-теоретическое исследование влияния водорода на ползучесть и длительную прочность титанового сплава ВТ6 // Изв. РАН. Металлы. 2008. № 2. С. 60–66.
57. **Локощенко А. М., Ильин А. А., Мамонов А. М., Назаров В. В.** Анализ ползучести и длительной прочности титанового сплава ВТ6 с предварительно внедренным водородом // Физ.-хим. механика материалов. 2008. № 5. С. 98–104.
58. **Кулагин Д. А., Локощенко А. М.** Анализ влияния окружающей среды на длительную прочность с помощью вероятностного подхода // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 1. С. 124–133.
59. **Кулагин Д. А., Локощенко А. М.** Моделирование влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2004. № 1. С. 188–199.
60. **Локощенко А. М.** Описание длительной прочности металлов с помощью вероятностной модели // Вестн. двигателестроения (Запорожье). 2008. № 3. С. 102–105.

61. **Lokoshchenko A. M., Kulagin D. A.** Analysis of the influence of aggressive environment on creep and creep rupture of rod under pure bending // Arch. Appl. Mech. 2005. V. 74. P. 518–525.
62. **Локощенко А. М.** Зависимость характеристик ползучести и длительной прочности от размеров поперечного сечения образца // Физ.-хим. механика материалов. 1997. № 1. С. 70–74.
63. **Локощенко А. М.** Влияние масштабного фактора на длительную прочность // Пробл. прочности. 1995. № 3. С. 13–18.
64. **Локощенко А. М.** Зависимость характеристик длительной прочности от параметров поперечного сечения образцов // Изв. вузов. Машиностроение. 1995. № 4–6. С. 5–11.
65. **Ванько В. И., Шестериков С. А.** Сплющивание кольца в условиях ползучести // Инж. журн. Механика твердого тела. 1966. № 5. С. 127–130.
66. **Алиев Р. Л., Ванько В. И., Шестериков С. А.** Нелинейно-упругое кольцо под внешним давлением // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 2. С. 170–173.
67. **Алиев Р. Л., Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Большие прогибы нелинейно-упругого кольца под внешним давлением // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 1969. № 3. С. 97–102.
68. **Локощенко А. М.** Вязко-упругое идеально-пластическое кольцо под внешним давлением // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 1969. № 6. С. 117–123.
69. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Упруго-идеально-пластическое кольцо под внешним давлением // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1970. № 3. С. 125–126.
70. **Афанасьева А. В., Локощенко А. М.** Поведение упруго-пластического кольца под действием внешнего равномерно распределенного давления // Деформирование и разрушение твердых тел: Сб. науч. тр. М.: Науч.-исслед. ин-т механики Моск. гос. ун-та, 1985. С. 139–148.
71. **Ванько В. И., Шестериков С. А.** Нелинейно-вязкие цилиндрические оболочки под внешним давлением // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1971. № 1. С. 110–114.
72. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Сплющивание цилиндрических оболочек при ползучести // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1985. № 3. С. 113–118.
73. **Локощенко А. М., Юмашева М. А.** Деформирование цилиндрической оболочки под внешним давлением в условиях ползучести // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2000. № 6. С. 129–133.
74. **Локощенко А. М.** Сплющивание длинной цилиндрической оболочки под действием внешнего равномерно распределенного давления // Вестн. двигателестроения. 2011. № 2. С. 253–254.
75. **Кашелкин В. В., Шестериков С. А.** Сплющивание кольца при неустановившейся ползучести // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 1969. № 3. С. 103–107.
76. **Барташевичюс А. Ю., Шестериков С. А.** Устойчивость цилиндрических оболочек при ползучести с упрочнением // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1969. № 2. С. 116–121.
77. **Lokoshchenko A. M.** Bestimmung der sum Flattedrucken einer Zylinderschale untem konstantem Aussendruck erforderlichen Zeit // Z. angew. Math. Mech. 1974. Bd 54. S. 203–205.
78. **Кашелкин В. В., Шестериков С. А.** Сплющивание цилиндрической оболочки конечной длины при ползучести // Вестн. Моск. гос. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 1971. № 5. С. 60–64.
79. **Ванько В. И., Шестериков С. А.** Сплющивание цилиндрических оболочек конечной длины // Прочность и пластичность: Сб. науч. тр. М.: Наука, 1971. С. 199–202.
80. **Кашелкин В. В., Шестериков С. А.** Сплющивание длинной цилиндрической оболочки с продольными ребрами // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1971. № 2. С. 106–110.
81. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Сплющивание цилиндрических оболочек под внешним равномерно распределенным давлением в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1992. № 5. С. 144–149.

82. **Shesterikov S. A., Lokoshchenko A. M.** Flattening of cylindrical shells under external uniform pressure at creep // Chinese J. High Pressure Phys. 1992. V. 6, N 4. P. 247–253.
83. **Локощенко А. М., Печенина Н. Е., Шестериков С. А.** Долговечность цилиндрического бруса при чистом изгибе // Изв. вузов. Машиностроение. 1988. № 9. С. 9–13.
84. **Локощенко А. М., Агахи К. А., Фомин Л. В.** Чистый изгиб балки в условиях ползучести из разносопротивляющегося материала // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. № 1. С. 66–73.
85. **Локощенко А. М., Агахи К. А., Фомин Л. В.** Изгиб балки при ползучести с учетом поврежденности и разносопротивляемости материала // Машиностроение и инж. образование. 2012. № 3. С. 29–35.
86. **Локощенко А. М., Агахи К. А., Фомин Л. В.** Ползучесть балок при изгибе в агрессивных средах // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2013. № 4. С. 70–75.
87. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Устойчивость цилиндрической оболочки при чистом изгибе // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1982. № 2. С. 187–191.
88. **Локощенко А. М., Печенина Н. Е.** Несущая способность цилиндрической оболочки при чистом изгибе // Изв. вузов. Машиностроение. 1983. № 1. С. 28–33.
89. **Локощенко А. М., Печенина Н. Е., Шестериков С. А.** Долговечность цилиндрических оболочек при чистом изгибе в условиях ползучести // Прикл. механика. 1989. Т. 25, № 12. С. 73–78.
90. **Шестериков С. А., Локощенко А. М., Мякотин Е. А., Печенина Н. Е.** Экспериментальное исследование изгиба цилиндрических оболочек в условиях ползучести при действии малых вибраций // Пробл. прочности. 1991. № 5. С. 87–90.
91. **Локощенко А. М.** Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности. 1983. № 8. С. 55–59.
92. **Еремина И. И., Локощенко А. М., Селиванова Т. И.** Критерий длительной прочности труб под внутренним давлением // Изв. вузов. Машиностроение. 1983. № 10. С. 148–150.
93. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Исследование длительной прочности при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности. 1986. № 12. С. 3–8.
94. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Определение анизотропии трубчатых образцов с помощью испытаний на длительную прочность // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии: Сб. науч. тр. Киев: Наук. думка, 1986. С. 159–164.
95. **Локощенко А. М.** К выбору критерия длительной прочности при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочности. 1989. № 9. С. 3–6.
96. **Shesterikov S. A., Lokoshchenko A. M., Mjakotin E. A.** Creep rupture of anisotropic pipes // Trans. ASME. J. Pressure Vessel Technol. 1998. V. 120, N 3. P. 223–225.
97. **Локощенко А. М., Назаров В. В., Платонов Д. О., Шестериков С. А.** Анализ критериев длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2003. № 2. С. 139–149.
98. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Выбор критериев длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // Авиационная техника и технология. 2004. № 7. С. 124–128.
99. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Математическое моделирование длительной прочности цилиндрических оболочек в агрессивной среде при сложном напряженном состоянии. Ч. 1 // Машиностроение и инж. образование. 2006. № 3. С. 55–66.
100. **Локощенко А. М.** Эквивалентные напряжения в расчетах длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // Изв. Саратов. гос. ун-та. Новая серия. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2009. Т. 9, вып. 4, ч. 2. С. 128–136.

101. **Локощенко А. М.** Статистический анализ экспериментальных данных по длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии // *Авиац.-косм. техника и технология*. 2009. № 10. С. 102–106.
102. **Локощенко А. М.** Оценка эквивалентных напряжений при анализе длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2010. № 4. С. 164–181.
103. **Локощенко А. М., Платонов Д. О.** Длительная прочность никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при сложном напряженном состоянии // *Машиностроение и инж. образование*. 2010. № 2. С. 15–24.
104. **Локощенко А. М.** Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор) // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2012. № 3. С. 116–136.
105. **Локощенко А. М., Мартыненко А. И., Платонов Д. О.** Анализ критериев длительной прочности при сложном напряженном состоянии с учетом корректировки результатов испытаний // *Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении: Тез. докл. 2-й Междунар. науч.-техн. конф., Киев, 25–27 мая 2004 г.* Киев: Ин-т проблем прочности НАНУ, 2004. С. 119–121.
106. **Мякотин Е. А.** Учет прочностной анизотропии при оценке длительной прочности реальных труб в условиях плоского напряженного состояния // *Пробл. прочности*. 1982. № 5. С. 20–23.
107. **Локощенко А. М.** Определение анизотропии при исследовании длительной прочности в условиях плоского напряженного состояния // *Пробл. прочности*. 1983. № 9. С. 71–73.
108. **Lokoshchenko A. M., Platonov D. O.** Creep rupture of anisotropic tubes under complex stress state // *Proc. of the 7th Intern. conf. on biaxial/multiaxial fatigue and fracture, Berlin (Germany), 28 June — 1 July 2004.* Berlin: DVM, 2004. P. 567–571.
109. **Наместникова И. В., Шестериков С. А.** Векторное представление параметра поврежденности // *Деформирование и разрушение твердых тел: Сб. науч. тр. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та*, 1985. С. 43–52.
110. **Локощенко А. М.** Исследование длительной прочности при сложном напряженном состоянии с помощью кинетического подхода // *Вопросы долговременной прочности энергетического оборудования: Сб. науч. тр. Л.: ЦКТИ*, 1986. С. 107–109. (Тр. ЦКТИ; Вып. 230).
111. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Кинетический подход исследования длительной прочности металлов при двuosном растяжении // *Авиац.-косм. техника и технология*. 2005. № 10. С. 73–78.
112. **Локощенко А. М., Назаров В. В.** Длительная прочность металлов при равноосном плоском напряженном состоянии // *ПМТФ*. 2009. Т. 50, № 4. С. 150–157.
113. **Локощенко А. М.** Методы моделирования длительной прочности металлов при стационарном и нестационарном сложных напряженных состояниях // *Упругость и неупругость: Материалы Междунар. науч. симп. по проблемам механики деформируемых тел, посвящ. 100-летию со дня рожд. А. А. Ильюшина, Москва, 20–21 янв. 2011 г.* М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2011. С. 389–393.
114. **Локощенко А. М.** Применение кинетической теории при анализе длительного высокотемпературного разрушения материалов в условиях сложного напряженного состояния (обзор) // *ПМТФ*. 2012. Т. 53, № 4. С. 149–164.
115. **Дачева М. Д., Шестериков С. А., Юмашева М. А.** Поврежденность при сложном нестационарном напряженном состоянии // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1998. № 1. С. 44–47.
116. **Локощенко А. М., Демин В. А., Носов В. В.** Осадка кругового цилиндра в условиях установившейся ползучести // *Изв. вузов. Машиностроение*. 2007. № 4. С. 3–10.

117. **Локощенко А. М., Моссаковский П. А., Терауд В. В.** Исследование осадки круговых цилиндров при ползучести с учетом и без учета бочкообразования // Вычисл. механика сплошных сред. 2010. Т. 3, № 1. С. 52–62.
118. **Локощенко А. М., Терауд В. В.** Экспериментально-теоретическое исследование осадки круговых цилиндров при ползучести // Вестн. Нижегород. гос. ун-та. 2011. № 4, ч. 5. С. 2314–2315.
119. **Локощенко А. М., Терауд В. В.** Экспериментальное подтверждение результатов моделирования осадки цилиндров при ползучести // Машиностроение и инж. образование. 2011. № 1. С. 49–53.
120. **Локощенко А. М., Терауд В. В.** Метод регистрации и измерения деформаций при температуре на основе фотоаппарата // Вестн. двигателестроения. 2012. № 2. С. 61–64.
121. **Lokoshchenko A. M., Teraud W. V.** Nontouch experimental method for recording and measuring of fracture under high temperature // 19th Eur. conf. of fracture “Fracture mechanics for durability, reliability and safety”, Kazan, 26–31 Aug. 2012. Kazan: Akademenergo, 2012. С. 529–533.
122. **Демин В. А., Локощенко А. М., Куприянов Д. Ю.** Ползучесть длинной прямоугольной мембраны внутри клиновидной матрицы // Изв. вузов. Машиностроение. 2001. № 1. С. 10–17.
123. **Демин В. А., Локощенко А. М., Жеребцов А. А.** Ползучесть длинной прямоугольной мембраны внутри криволинейной матрицы // Изв. вузов. Машиностроение. 1998. № 4–6. С. 41–46.
124. **Локощенко А. М., Терауд В. В.** Ползучесть длинной узкой мембраны в стесненных условиях вплоть до разрушения // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 3. С. 126–133.
125. **Локощенко А. М., Уколова А. В.** Ползучесть длинной узкой мембраны внутри криволинейной матрицы // Тр. 9-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием “Математическое моделирование и краевые задачи”, Самара, 21–23 мая 2013 г. Самара: Сам. гос. техн. ун-т, 2013. С. 133–136.

*Поступила в редакцию 25/IV 2013 г.*

---