УДК 622.241.54

ЗОНЫ НАРУШЕНИЯ СПЛОШНОСТИ В ОБЛАСТИ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Н. В. Черданцев, С. В. Черданцев

Кузбасский государственный технический университет, 650026 Кемерово

Методом граничных интегральных уравнений решена задача о напряженном состоянии вокруг сопряжения двух выработок. С помощью критерия прочности Мора получены области разрушения горных пород.

Ключевые слова: напряженное состояние, горные выработки, сопряжение, поверхности ослабления, прочность горных пород, зоны нарушения сплошности.

Анализ напряженно-деформированного состояния породных обнажений необходим при проектировании и строительстве горных выработок и становится еще более актуальным, если выработки сопрягаются. В этом случае горные породы в окрестности сопряжения выработок находятся в объемно-напряженном состоянии, в связи с чем рассматриваемая задача оказывается более сложной по сравнению с задачей об одиночной протяженной выработке.

Рассмотрим напряженное состояние вокруг сопряжения двух горизонтальных взаимно перпендикулярных выработок квадратного поперечного сечения (рис. 1). Сформулируем задачу о напряженном состоянии вокруг выработок следующим образом [1]. Вдоль координатной оси x_3 на бесконечный упругий массив действуют напряжения $\sigma_{33}^\infty = \gamma H$, где γ — объемный вес пород массива; H — глубина заложения массива. В горизонтальном направлении вдоль осей x_1, x_2 действуют напряжения $\sigma_{11}^\infty = \sigma_{22}^\infty = \lambda\gamma H$, где λ — коэффициент бокового давления. Внутри массива имеется полость, моделирующая заданное сопряжение, на всей поверхности массива или какой-то его части изнутри приложены усилия F, которые могут создаваться, например, реакцией крепи. Требуется найти напряженное состояние в любой точке массива вокруг сопряжения.

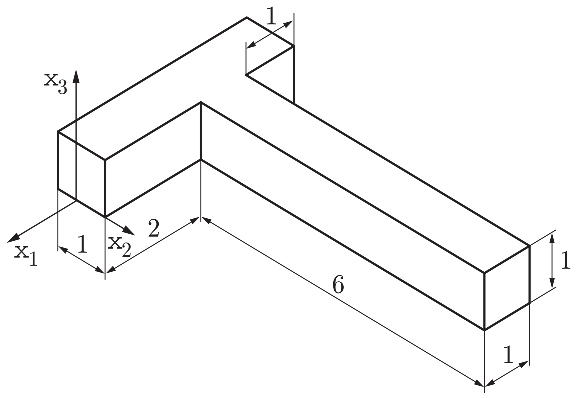


Рис. 1. Сопряжение двух выработок квадратного поперечного сечения

Для решения этой задачи в работе использовался метод граничных интегральных уравнений, сущность которого заключается в следующем [2–4]. К поверхности полости прикладывается компенсирующая нагрузка интенсивностью a. Суммарные напряжения от действия внешней и компенсирующей нагрузок в каждой точке полости должны удовлетворять условиям на поверхности. Напряжения от компенсирующей нагрузки определяются путем интегрирования по решению Кельвина в пределах поверхности полости [3]. В результате условия на поверхности описываются интегральным уравнением (см. [3])

$$\frac{1}{2}\,a_q(Q_0) - \iint\limits_O \Phi_{qm}(Q_0, M_0) a_m(M_0)\, dO_{M_0} = n_q(Q_0)\sigma_{qq}^{\infty} - F_q(Q_0), \qquad (1)$$

где $\Phi_{qm}(Q_0, M_0)$ — тензор Грина, определяемый как (см. [2–5])

$$\Phi_{qm}(Q_0, M_0) = \frac{1}{8\pi(1-\nu)R^2}\Big\{(1-2\nu)\Big(\frac{x_q n_m}{R} - \frac{n_q x_m}{R}\Big) + \Big[(1-2\nu)\delta_{qm} + 3\,\frac{x_q x_m}{R^2}\Big]\frac{n_t x_t}{R}\Big\}.$$

Здесь ν — коэффициент Пуассона; индексы q, m, t — номера координатных осей, принимающие значения $1, 2, 3$; R — расстояние между точками Q_0 и M_0; δ_{qm} — символ Кронекера; σ_{qq}^{∞} — тензор напряжений на бесконечности; O — площадь поверхности полости; n_q, n_m — единичные векторы внешних к поверхности полости нормалей в точках Q_0, M_0 соответственно.

Уравнение (1) решается численно. Сначала поверхность полости заменяется конечным числом (N) плоских элементов и интеграл заменяется суммой [6]. Затем производится интегрирование по каждому элементу, при этом считается, что в пределах элемента интенсивности a и F постоянны. В результате этой процедуры интегральное уравнение (1) заменяется следующими N векторными уравнениями:

$$\frac{1}{2}\,a_{q.i}^* - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \Phi_{qm.ij} a_{m.j}^*\,\Delta O_i = n_{q.i} t_{qq.i}^{\infty} - F_{q.i}^*, \qquad (2)$$

где i — номер точки на поверхности полости, в которой формулируется граничное условие; j — номер текущей точки на поверхности полости; суммирование производится по всем точкам за исключением $j = i$. В уравнениях (2) (как и в дальнейшем) индексы тензоров отделены точкой от индексов точек полости.

После решения уравнений (2) относительно $a_{q.j}^*$ можно определить тензор напряжений σ_{qm} в любой точке i массива, используя принцип суперпозиции:

$$\sigma_{qm.i} = \sigma_{qmt.ij} a_{t.j}^* + \sigma_{qq.i}^{\infty}.$$

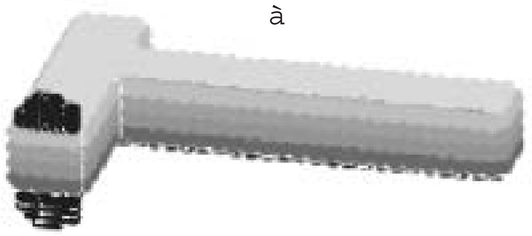
Здесь σ_{qmt} — тензор напряжений от единичной нагрузки (тензор Кельвина), определяемый как (см. [2, 4, 5])

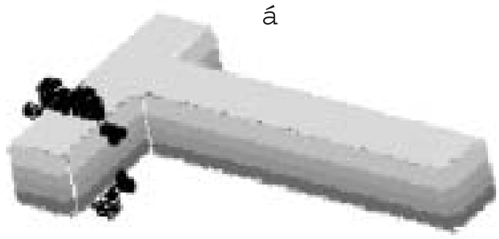
$$\sigma_{qmt} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)R^3}\Big[(1-2\nu)(\delta_{mt}x_q + \delta_{qt}x_m - \delta_{qm}x_t) + \frac{3x_q x_m x_t}{R^2}\Big].$$

Разрушенные области или зоны нарушения сплошности вокруг выработки находятся как совокупность точек, в которых произошло разрушение пород по критерию прочности Мора:

$$\tau_\nu = \sigma_\nu \operatorname{tg}\varphi + K, \qquad (3)$$

где K — коэффициент сцепления пород массива. В данной работе принято, что массив создает гидростатическое поле напряжений ($\lambda = 1$) и имеет горизонтальные поверхности ослабления, в которых коэффициент сцепления $K = 0$, а угол внутреннего трения $\varphi = 20°$.





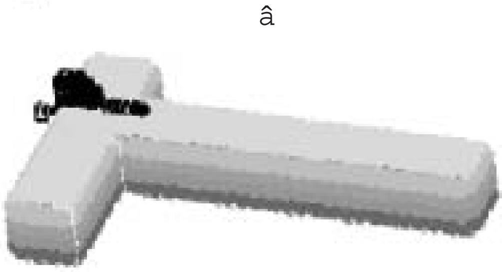


Рис. 2. Зона нарушения сплошности: *а* — в торцевом сечении основной выработки; *б* — в среднем сечении; *в* — в сечении основной выработки на стыке с боковой

Для решения задачи использован математический программный пакет MATHCAD. Напряжения вычислены в безразмерном виде, т. е. отнесены к γH. Размеры выработок также безразмерны. После определения напряжений и формулирования условий прочности для точек, в которых вычислены напряжения, построены зоны нарушения сплошности в некоторых сечениях вокруг основной выработки, показанные на рис. 2 в виде затемненных областей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Баклашов И. В., Картозия Б. А.** Механика подземных сооружений и конструкции крепей. М.: Недра, 1992.
2. **Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л.** Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.
3. **Лурье А. И.** Теория упругости. М.: Наука, 1970.
4. **Метод** граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложения в механике / Под ред. Т. Круза, Ф. Риццо. М.: Мир, 1978.
5. **Работнов Ю. Н.** Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
6. **Канторович Л. В., Крылов В. И.** Приближенные методы высшего анализа. 5-е изд. М., Л.: Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию 14/X 2003 г.