

УДК 532.546:536.421

ИНЖЕКЦИЯ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ПЛАСТ, НАСЫЩЕННЫЙ МЕТАНОМ И ВОДОЙ

М. К. Хасанов

Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета,
453103 Стерлитамак, Россия
E-mail: hasanovmk@mail.ru

Представлена математическая модель инжекции углекислого газа в насыщенный метаном и водой природный пласт, сопровождающейся образованием гидрата диоксида углерода в протяженной области. Исследованы зависимости координат границ области фазовых переходов от давления инжектируемого газа и исходных параметров пласта. Установлено, что скорость ближней границы области гидратообразования уменьшается с увеличением водонасыщенности и исходной температуры пласта, скорость дальней границы области фазовых переходов увеличивается с увеличением давления инжектируемого газа и проницаемости пласта. Показано, что при достаточно больших значениях исходной температуры пласта возможен режим, при котором на дальней межфазной границе происходит вытеснение метана углекислым газом без образования гидрата, а на ближней межфазной границе вода полностью переходит в гидратное состояние.

Ключевые слова: пористая среда, газовые гидраты, фильтрация.

DOI: 10.15372/PMTF20170409

Введение. Быстрое увеличение концентрации углекислого газа в атмосфере и его роль в парниковом эффекте в настоящее время представляет собой сложную проблему, одним из путей решения которой может быть подземная утилизация диоксида углерода, выработанного промышленными объектами [1, 2]. Однако при долгосрочном хранении диоксида углерода в форме флюида существует опасность его эмиссии в атмосферу, поэтому в последнее время изучается возможность подземного захоронения CO_2 в твердой газогидратной форме, позволяющей хранить большое количество CO_2 при относительно низких давлениях [3–6]. Математические модели образования и разложения гидратов в пористых средах при инжекции газа сформулированы, например, в работах [7, 8], в которых изучается процесс закачки метана в пласт, изначально насыщенный метаном, а также водой или гидратом метана. Настоящая работа является продолжением работы [9], в которой исследовалась математическая модель образования гидрата CO_2 на фронтальной границе при инжекции углекислого газа в пласт, содержащий метан и воду. В работе [9] показано, что в ряде случаев модель с фронтальной границей области гидратообразования приводит к термодинамическому противоречию, поэтому в настоящей работе исследуется модель образования газогидрата CO_2 в протяженной области фазовых переходов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Республики Башкортостан в рамках научного проекта № 17-48-020123р-а.

© Хасанов М. К., 2017

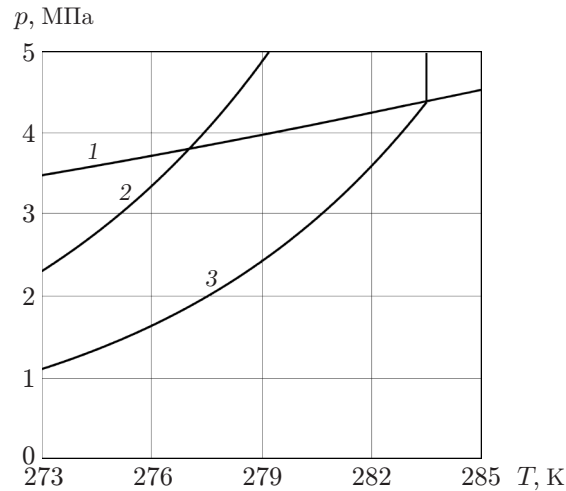


Рис. 1. Фазовые диаграммы для систем $\text{CO}_2\text{-H}_2\text{O}$ и $\text{CH}_4\text{-H}_2\text{O}$:

1 — кривая кипения CO_2 , 2, 3 — условия равновесной диссоциации гидратов CH_4 , CO_2 соответственно

Постановка задачи. На рис. 1 [10] показаны условия существования газогидратов (диоксида углерода и метана). Области стабильного существования гидратов CH_4 , CO_2 расположены выше кривых 2, 3.

Пусть полубесконечный горизонтальный пористый пласт, занимающий полупространство $x > 0$, в начальный момент насыщен водой с исходной насыщенностью S_{10} и метаном, давление p_0 и температура T_0 которых в исходном состоянии соответствуют условиям существования гетерогенной смеси воды и метана (область ниже кривой 2 на рис. 1).

Положим, что через границу ($x = 0$) закачивается углекислый газ, давление p_w и температура T_w которого соответствуют условиям существования гетерогенной смеси газобразного диоксида углерода и его гидрата (область между кривыми 3, 1) и поддерживаются на границе постоянными.

Как и в работе [9], будем пренебрегать перемешиванием газов и положим, что фронт вытеснения метана углекислым газом является устойчивым. Это обусловлено ламинарностью течений в природных пластах, а также тем, что вязкость CO_2 больше вязкости метана [9]. Кроме того, вследствие непрерывного нагнетания газа в пласт интенсивность массопереноса, обусловленного фильтрацией газов в проницаемой пористой среде, значительно превышает интенсивность массопереноса, обусловленного диффузией. Также будем рассматривать достаточно большие времена после начала нагнетания газа. Тогда вследствие малых размеров пор реальных природных пластов и соответственно малой толщины пленок воды или частиц гидрата кинетикой процесса можно пренебречь. В этом случае в пласте отчетливо выделяются фронтальные границы областей фазовых переходов, скорость движения которых ограничивается тепломассопереносом в протяженном природном пласте. Поскольку в работе [9] показано, что модель с фронтальной границей области образования гидрата CO_2 при инъекции углекислого газа в пласт не всегда позволяет построить термодинамически непротиворечивое решение, рассмотрим задачу с протяженной областью гидратообразования. В этом случае в пласте образуются не две, а три области. В первой (ближней) области поры насыщены углекислым газом и его гидратом, во второй (промежуточной) области присутствуют вода, углекислый газ и его газогидрат в состоянии термодинамического равновесия, а в третьей (дальней) области поры насыщены метаном и водой. Соответственно существуют две подвижные межфазные поверхности: между

дальней и промежуточной областями, где начинается переход воды в гидрат, и между ближней и промежуточной областями, где заканчивается процесс образования гидрата.

Основные уравнения. Для описания процессов тепломассопереноса при закачке углекислого газа в пористый пласт примем следующие допущения. Скелет пористой среды, вода и гидрат являются несжимаемыми, пористость — постоянной, CH_4 и CO_2 — calorически совершенными газами, вода — неподвижной (рассматривается случай, когда исходная водонасыщенность $S_{l0} \leq 0,2$).

В систему основных уравнений, описывающую процессы фильтрации и теплопереноса в пористой среде, входят законы сохранения масс и энергии, закон Дарси и уравнение состояния. Поскольку в промежуточной области тепломассоперенос сопровождается фазовыми превращениями, в отличие от работы [9] в правые части уравнений сохранения масс и энергии добавим слагаемые, учитывающие поглощение массы и выделение тепла при гидратообразовании [7–9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_j m S_j) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_j m S_j v_j) &= \frac{\partial}{\partial t} (\rho_h m S_h G), \\ \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_l S_l) &= \frac{\partial}{\partial t} (m(1-G) \rho_h S_h), \\ \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_j c_j m S_j v_j \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - m S_j \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_h S_h L_h), \\ m S_j v_j &= - \frac{k_j}{\mu_j} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ p &= \rho_j R_j T. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь m — пористость; G — массовая концентрация CO_2 в гидрате; p — давление; T — температура; ρ_j , S_j , v_j , k_j , c_j , μ_j — соответственно плотность, газонасыщенность, скорость, фазовая проницаемость, удельная теплоемкость и динамическая вязкость CH_4 ($j = m$) и CO_2 ($j = c$); ρ_l , S_l — плотность воды и водонасыщенность; L_h — удельная теплота гидратообразования; ρc , λ — удельная объемная теплоемкость и теплопроводность системы; ρ_h , S_h — плотность газогидрата и гидратонасыщенность. Так как основной вклад в значения ρc и λ вносят соответствующие параметры скелета пористой среды (горной породы), будем считать их постоянными величинами.

Поскольку в течение рассматриваемого промежутка времени температура газа и температура пласта выравниваются, а объемная теплоемкость скелета становится на два порядка больше объемной теплоемкости газа, эффектом адиабатического охлаждения (четвертым слагаемым в левой части третьего уравнения системы (1)) будем пренебрегать.

Коэффициент фазовой проницаемости для газа k_j будем считать линейной функцией газонасыщенности:

$$k_j = k S_j,$$

где k — абсолютная проницаемость пласта.

Значения температуры и давления в области образования гидрата связаны условием фазового равновесия [11]

$$p = p_{s0} \exp \left(\frac{b}{T_{s0}} - \frac{b}{T} \right),$$

где p_{s0} — равновесное давление, соответствующее температуре T_{s0} ; b — эмпирический параметр.

Если изменения температуры $\Delta T = T - T_{s0}$ небольшие ($\Delta T \ll T_{s0}$), то указанное соотношение можно привести к виду

$$T = T_{s0} + T_* \ln (p/p_{s0}) \quad (2)$$

($T_* = T_{s0}^2/b$).

Учитывая, что в исходном состоянии гидрат CO_2 отсутствует, из второго уравнения системы (1) получаем

$$\rho_l(S_l - S_{l0}) + (1 - G)\rho_h S_h = 0,$$

откуда для величины гидратонасыщенности в первой области находим

$$S_{h(1)} = \frac{\rho_l S_{l0}}{\rho_h(1 - G)}, \quad (3)$$

для величины газонасыщенности в общем виде получаем

$$S_j = 1 - S_h - S_l = 1 - S_{l0} + S_h \left(\frac{\rho_h(1 - G)}{\rho_l} - 1 \right).$$

На поверхности $x = x_{(n)}$, разделяющей ближнюю и промежуточную области (на ближней границе области фазовых переходов), в общем случае возможно скачкообразное изменение гидратонасыщенности от значения $S_h^- = S_{h(1)}$ до значения $S_h^+ = S_{h(n)}$. Поэтому из условий баланса массы углекислого газа и тепла на этой границе следует

$$-\frac{k_{c(1)}}{\mu_c} \frac{\partial p_{(1)}}{\partial x} + \frac{k_{c(2)}}{\mu_c} \frac{\partial p_{(2)}}{\partial x} = m(S_{h(1)} - S_{h(n)}) \left(\frac{\rho_h G}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_h(1 - G)}{\rho_l} - 1 \right) \dot{x}_{(n)}; \quad (4)$$

$$\lambda \frac{\partial T_{(1)}}{\partial x} - \lambda \frac{\partial T_{(2)}}{\partial x} = m(S_{h(1)} - S_{h(n)}) \rho_h L_h \dot{x}_{(n)}, \quad (5)$$

где $\dot{x}_{(n)}$ — скорость движения ближней границы; индекс n соответствует параметрам на границе, разделяющей ближнюю и промежуточную области, нижние индексы 1, 2 — параметрам первой и второй областей.

На поверхности $x = x_{(d)}$, разделяющей промежуточную и дальнюю области (на дальней границе области фазовых переходов), в общем случае возможно скачкообразное изменение гидратонасыщенности от значения $S_h^- = S_{h(d)}$ до значения $S_h^+ = 0$. Тогда с учетом условий баланса массы CH_4 и CO_2 , а также баланса тепла на этой границе имеем

$$-\frac{k_{c(2)}}{\mu_c} \frac{\partial p_{(2)}}{\partial x} = m \left(S_{h(d)} \left(\frac{\rho_h G}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_h(1 - G)}{\rho_l} - 1 \right) + 1 - S_{l0} \right) \dot{x}_{(d)}, \quad (6)$$

$$-\frac{k_m}{\mu_m} \frac{\partial p_{(3)}}{\partial x} = m(1 - S_{l0}) \dot{x}_{(d)};$$

$$\lambda \frac{\partial T_{(2)}}{\partial x} - \lambda \frac{\partial T_{(3)}}{\partial x} = m S_{h(d)} \rho_h L_h \dot{x}_{(d)}, \quad (7)$$

где $\dot{x}_{(d)}$ — скорость движения дальней границы области фазового перехода; индекс d соответствует параметрам на границе, разделяющей промежуточную и дальнюю области, нижний индекс 3 — параметрам третьей области. На обеих границах давление и температуру будем считать непрерывными величинами.

Начальные условия и условия на стенке скважины имеют вид

$$t = 0: \quad S_l = S_{l0}, \quad T = T_0, \quad p = p_0 \quad (x \geq 0), \quad x = 0: \quad T = T_w, \quad p = p_w \quad (t > 0).$$

С использованием уравнений системы (1) уравнения пьезопроводности и температуропроводности запишем в виде

$$\frac{\partial p_{(i)}^2}{\partial t} = \mathcal{X}_{(i)}^{(p)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{(i)}^2}{\partial x} \right) - 2R_h p_{(i)}^2 \frac{\partial S_{h(i)}}{\partial t}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_{(i)}}{\partial t} = \mathcal{X}_{(i)}^{(T)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \right) + \mathcal{X}_{(i)}^{(T)} \text{Pe}_{(i)} \frac{\partial p_{(i)}^2}{\partial x} \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} + F \frac{\partial S_{h(i)}}{\partial t}, \quad (9)$$

где

$$R_h = \frac{\rho_h G}{\rho_{c0}(1 - S_{l0})}, \quad F = \frac{m\rho_h L_h}{\rho c}, \quad \mathcal{X}_{(i)}^{(p)} = \frac{k p_{(i)}}{\mu_c m} \quad (i = 1, 2), \quad \mathcal{X}_{(3)}^{(p)} = \frac{k p_{(3)}}{\mu_m m}, \quad \mathcal{X}^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c},$$

$$\text{Pe}_{(i)} = \frac{\rho_c c_c}{2\lambda} \frac{k_c(i)}{p \mu_c} \quad (i = 1, 2), \quad \text{Pe}_{(3)} = \frac{\rho_m c_m}{2\lambda} \frac{k_m}{p \mu_m}.$$

Система уравнений (8), (9) содержит три неизвестные величины: давление p , температуру T и гидратонасыщенность S_h . Однако для первой области гидратонасыщенность определяется выражением (3), а в третьей области равна нулю. Для второй области для замыкания системы к уравнениям (8), (9) необходимо добавить условие фазового равновесия (2).

Заметим, что в рассматриваемой задаче изменение газонасыщенности в области гидратообразования, а также изменения температур в пласте незначительны ($\Delta T \ll T_0$). Поэтому, как и в работах [7–9], в уравнении пьезопроводности опущено слагаемое, учитывающее изменения температуры и газонасыщенности, а отношение плотности газовой фазы к давлению в параметре Pe ($\rho_j/p = 1/(R_j T)$) можно считать постоянной величиной.

Уравнение пьезопроводности (8) является нелинейным уравнением, поскольку в коэффициент пьезопроводности $\mathcal{X}^{(p)}$ входит неизвестная функция p . Для получения приближенного аналитического решения применим линеаризацию Лейбензона [12], т. е. переменное давление p в коэффициенте $\mathcal{X}^{(p)}$ будем считать постоянным и равным исходному давлению p_0 . Кроме того, оценки показывают, что во второй и третьей областях можно пренебречь конвективным переносом тепла. В результате получаем следующую систему линеаризованных уравнений, описывающих теплоперенос в каждой области пласта:

$$\frac{\partial p_{(1)}^2}{\partial t} = \mathcal{X}_{(1)}^{(p)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{(1)}^2}{\partial x} \right),$$

$$\frac{\partial p_{(2)}^2}{\partial t} = \frac{F \mathcal{X}_{(2)}^{(p)} + R_h T_* \mathcal{X}^{(T)}}{F + R_h T_*} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{(2)}^2}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial p_{(3)}^2}{\partial t} = \mathcal{X}_{(3)}^{(p)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{(3)}^2}{\partial x} \right); \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_{(1)}}{\partial t} = \mathcal{X}^{(T)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{(1)}}{\partial x} \right) + \mathcal{X}^{(T)} \text{Pe}_{(1)} \frac{\partial p_{(1)}^2}{\partial x} \frac{\partial T_{(1)}}{\partial x},$$

$$T_{(2)} = T_{s0} + T_* \ln \frac{p_{(2)}}{p_{s0}}, \quad \frac{\partial T_{(3)}}{\partial t} = \mathcal{X}^{(T)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T_{(3)}}{\partial x} \right). \quad (11)$$

Автомодельное решение. Введем автомодельную переменную: $\xi = x/\sqrt{\mathcal{X}^{(T)} t}$. Тогда после интегрирования уравнений пьезо- и температуропроводности (10), (11) решения для распределений давления, температуры и гидратонасыщенности в каждой из областей принимают вид

$$p_{(1)}^2 = p_{(n)}^2 + \frac{(p_w^2 - p_{(n)}^2) I(\xi, \xi_{(n)}; \eta_{(1)})}{I(0, \xi_{(n)}; \eta_{(1)})},$$

$$T_{(1)} = T_{(n)} + \frac{(T_w - T_{(n)}) J_{(1)}(\xi, \xi_{(n)})}{J_{(1)}(0, \xi_{(n)})}, \quad S_{h(1)} = \frac{\rho_l S_{l0}}{\rho_h (1 - G)}, \quad 0 < \xi < \xi_{(n)}; \quad (12)$$

$$p_{(2)}^2 = p_{(d)}^2 + \frac{(p_{(n)}^2 - p_{(d)}^2)I(\xi, \xi_{(d)}; \chi)}{I(\xi_{(n)}, \xi_{(d)}; \chi)}, \quad (13)$$

$$T_{(2)} = T_{s0} + T_* \ln \frac{p_{(2)}}{p_{s0}}, \quad S_{h(2)} = \frac{T_*(\eta_{(2)} - 1)}{2(F\eta_{(2)} + R_h T_*)} \ln \frac{p_{(2)}}{p_{(d)}^2} + S_{h(d)}, \quad \xi_{(n)} < \xi < \xi_{(d)};$$

$$p_{(3)}^2 = p_0^2 + (p_{(d)}^2 - p_0^2) \frac{I(\xi, \infty; \eta_{(3)})}{I(\xi_{(d)}, \infty; \eta_{(3)})}, \quad (14)$$

$$T_{(3)} = T_0 + \frac{(T_{(d)} - T_0)J_{(3)}(\xi, \infty)}{J_{(3)}(\xi_{(d)}, \infty)}, \quad S_{h(3)} = 0, \quad \xi_{(d)} < \xi < \infty,$$

где

$$\eta_{(i)} = \frac{\mathcal{X}_{(i)}^{(p)}}{\mathcal{X}^{(T)}}, \quad \chi = \frac{F\eta_{(2)} + R_h T_*}{F + R_h T_*}, \quad I(a, b; c) = \int_a^b \exp\left(-\frac{\xi^2}{4c}\right) d\xi,$$

$$J_{(1)}(a, b) = \int_a^b \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \text{Pe} p_{(1)}^2\right) d\xi, \quad J_{(3)}(a, b) = \int_a^b \exp\left(-\frac{\xi^2}{4}\right) d\xi.$$

Из третьего уравнения системы (13) получаем

$$S_{h(n)} = \frac{T_*(\eta_{(2)} - 1)}{2(F\eta_{(2)} + R_h T_*)} \ln \frac{p_{(n)}^2}{p_{(d)}^2} + S_{h(d)}. \quad (15)$$

На основе соотношений (4), (5) с учетом решений (12), (13) и условия фазового равновесия (2) для определения координаты ближней границы области гидратообразования $\xi_{(n)}$ и значений параметров на ней получаем уравнения

$$k_{c(2)} \frac{(p_{(d)}^2 - p_{(n)}^2) e^{-\xi_{(n)}^2/(4\chi)}}{I(\xi_{(n)}, \xi_{(d)}; \chi)} - k_{c(1)} \frac{(p_{(n)}^2 - p_w^2) e^{-\xi_{(n)}^2/(4\eta_{(1)})}}{I(0, \xi_{(n)}; \eta_{(1)})} = K(S_{h(1)} - S_{h(n)})\xi_{(n)}; \quad (16)$$

$$\frac{(T_{(n)} - T_w) e^{-\xi_{(n)}^2/4 - \text{Pe} p_{(n)}^2}}{J_{(1)}(0, \xi_{(n)})} - \frac{T_*}{2p_{(n)}^2} \frac{(p_{(d)}^2 - p_{(n)}^2) e^{-\xi_{(n)}^2/(4\chi)}}{I(\xi_{(n)}, \xi_{(d)}; \chi)} = \frac{F}{2} (S_{h(1)} - S_{h(n)})\xi_{(n)}; \quad (17)$$

$$T_{(n)} = T_{s0} + T_* \ln(p_{(n)}/p_{s0}), \quad (18)$$

где

$$K = m\mu_c \mathcal{X}^{(T)} p_{(n)} \left(\frac{\rho_h G}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_l} - 1 \right).$$

Аналогичным образом из соотношений (6), (7) с учетом (13), (14) и условия (2) получаем систему уравнений для определения координаты дальней границы области гидратообразования $\xi_{(d)}$ и значений параметров на ней:

$$k_{c(2)} \frac{(p_{(n)}^2 - p_{(d)}^2) e^{-\xi_{(d)}^2/(4\chi)}}{I(\xi_{(n)}, \xi_{(d)}; \chi)} = m\mu_c \mathcal{X}^{(T)} p_{(d)} \left(S_{h(d)} \left(\frac{\rho_h G}{\rho_{c0}} + \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_l} - 1 \right) + 1 - S_{l0} \right) \xi_{(d)}; \quad (19)$$

$$k_m \frac{(p_{(d)}^2 - p_0^2) e^{-\xi_{(d)}^2/(4\eta_{(3)})}}{I(\xi_{(d)}, \infty; \eta_{(3)})} = m\mu_m \mathcal{X}^{(T)} p_{(d)} (1 - S_{l0}) \xi_{(d)}; \quad (20)$$

$$\frac{T_*}{2p_{(d)}^2} \frac{(T_{(d)} - T_{(n)}) e^{-\xi_{(d)}^2/(4\chi)}}{I(\xi_{(n)}, \xi_{(d)}; \chi)} - \frac{(T_0 - T_{(d)}) e^{-\xi_{(d)}^2/4}}{J_{(3)}(\xi_{(d)}, \infty)} = \frac{F}{2} S_{h(d)} \xi_{(d)}; \quad (21)$$

$$T_{(d)} = T_{s0} + T_* \ln(p_{(d)}/p_{s0}). \quad (22)$$

Система уравнений (16)–(22) решается следующим образом. Сначала зададим нулевое приближение искомых величин на ближней границе области фазовых переходов. Далее, решая квадратное уравнение (20), находим величину $p_{(d)}$ как функцию $\xi_{(d)}$. Затем из (19), (22) определяем соответственно $S_{h(d)}$, $T_{(d)}$ (как функции $\xi_{(d)}$). Подставляя найденные значения $p_{(d)}$, $S_{h(d)}$, $T_{(d)}$ в (21), получаем трансцендентное уравнение для нахождения $\xi_{(d)}$. Решая данное уравнение с помощью метода половинного деления, определяем величину $\xi_{(d)}$ и соответственно значения $p_{(d)}$, $S_{h(d)}$, $T_{(d)}$, а из (15) — величину $S_{h(n)}$. Далее, решая квадратное уравнение (16), находим новое приближение величины $p_{(n)}$ (как функции $\xi_{(n)}$) и, подставляя ее в (18), — новое приближение величины $T_{(n)}$ (как функции $\xi_{(n)}$). Подставляя найденные значения $p_{(n)}$, $S_{h(n)}$, $T_{(n)}$ в (17), получаем трансцендентное уравнение для нахождения $\xi_{(n)}$, решая которое с помощью метода половинного деления определяем новое приближение величины $\xi_{(n)}$ и соответственно $p_{(n)}$, $S_{h(n)}$, $T_{(n)}$. В результате циклического повторения данной итерационной процедуры получаем последовательность приближенных значений, которая сходится к искомым значениям граничных параметров.

Результаты расчетов. На рис. 2 приведены распределения температуры, давления и гидратонасыщенности. Как и в работе [9], для параметров, характеризующих систему, приняты следующие значения: $m = 0,1$, $S_{l0} = 0,2$, $p_0 = 2,9$ МПа, $p_w = 3,2$ МПа, $T_w = 276$ К, $T_0 = 276$ К, $k = 10^{-15}$ м², $G = 0,28$, $\lambda = 2$ Вт/(м·К), $\rho_c = 2 \cdot 10^6$ Дж/(К·кг), $\rho_h = 1100$ кг/м³, $\rho_l = 1000$ кг/м³, $c_c = 800$ Дж/(К·кг), $R_c = 189$ Дж/(К·кг), $R_m = 520$ Дж/(К·кг), $\mu_c = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\mu_m = 1,12 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $L_h = 4,14 \cdot 10^5$ Дж/кг, $b = 10\,020$ К, $T_{s0} = 276$ К, $p_{s0} = 1,31$ МПа.

На рис. 2 видно, что термодинамические условия в первой области соответствуют стабильному существованию гидрата CO₂, т. е. в ближней области не наблюдается “перегрева” гидрата, описанного при данных параметрах в работе [9] при переходе всего объема воды в гидратное состояние. Это означает, что полученные решения с протяженной областью гидратообразования адекватно описывают процесс. Также видно, что при данных параметрах образование гидрата в основном происходит на дальнем фронте, а выделяющееся при фазовом переходе тепло отводится в третью область. Оставшаяся часть воды переходит в газогидратное состояние в основном на ближней границе области фазовых переходов, а выделяющееся при этом тепло отводится в основном через левую границу пласта (стенку скважины).

На рис. 3 приведены зависимости автомодельных координат границ области фазовых переходов, их температур, а также скачков гидратонасыщенности ($\Delta S_{h(n)} = S_{h(1)} - S_{h(n)}$, $\Delta S_{h(d)} = S_{h(d)}$) на этих границах от давления закачиваемого газа при $S_{l0} = 0,18$. Максимально возможная температура пласта достигается при его нагреве за счет выделяющегося при гидратообразовании тепла:

$$T_{\max} = T_0 + \frac{m\rho_h L_h S_{h(1)}}{\rho c} = T_0 + \frac{m\rho_l S_{l0} L_h}{(1-G)\rho c}.$$

Из рис. 3 следует, что при данных параметрах протяженная область гидратообразования существует лишь в определенном диапазоне давления закачиваемого газа. Это обусловлено тем, что для существования протяженной области фазовых переходов тепло, выделяющееся при гидратообразовании, должно обеспечить нагрев второй области до

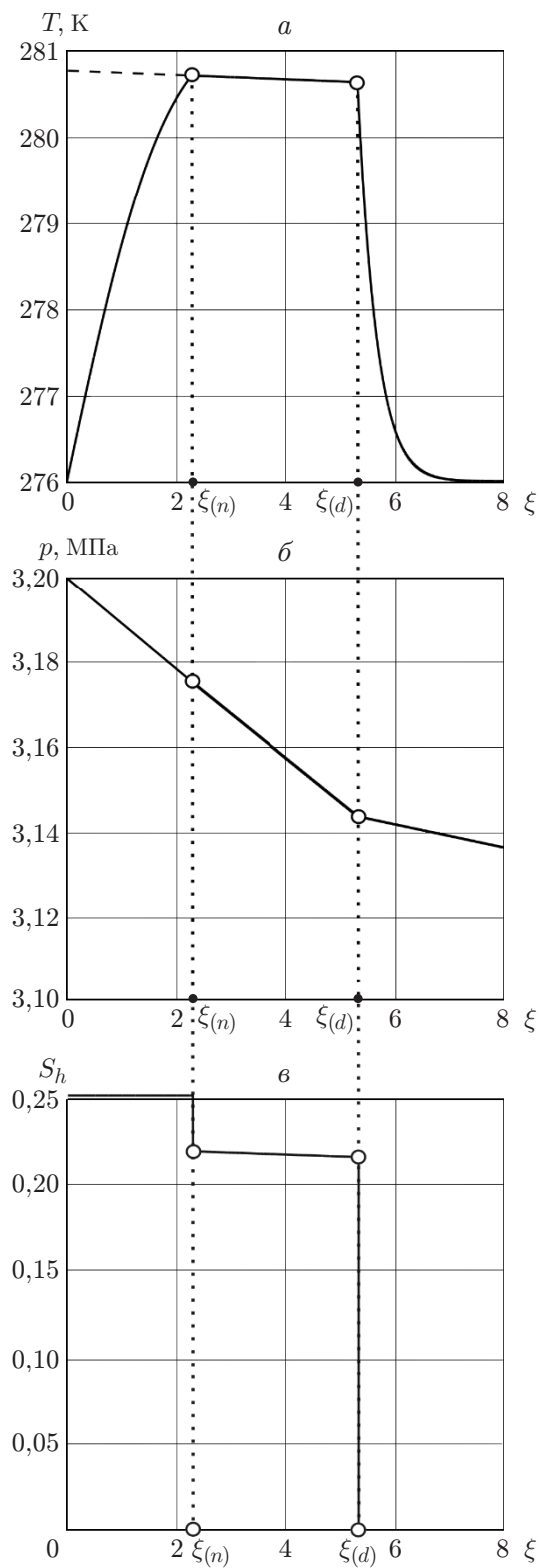


Рис. 2. Зависимости температуры (*a*), давления (*б*) и гидратонасыщенности (*в*) от переменной ξ :

штриховая линия — линия равновесной температуры образования гидрата CO_2 , соответствующей вычисленному распределению давления; точки — положение границ между областями

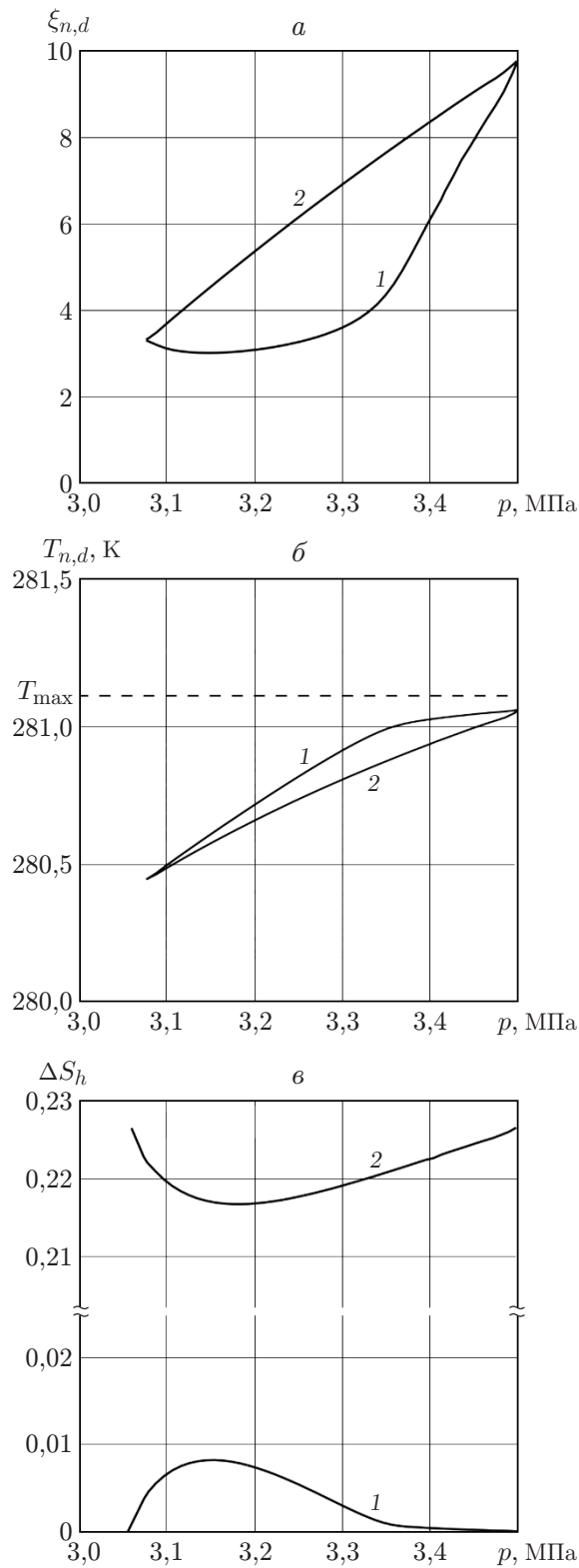


Рис. 3. Зависимости автомодельных координат (*a*), температур (*б*) и скачков гидратонасыщенности (*в*) на ближней (1) и дальней (2) границах области гидратообразования от давления инжектируемого газа при $S_{l0} = 0,18$

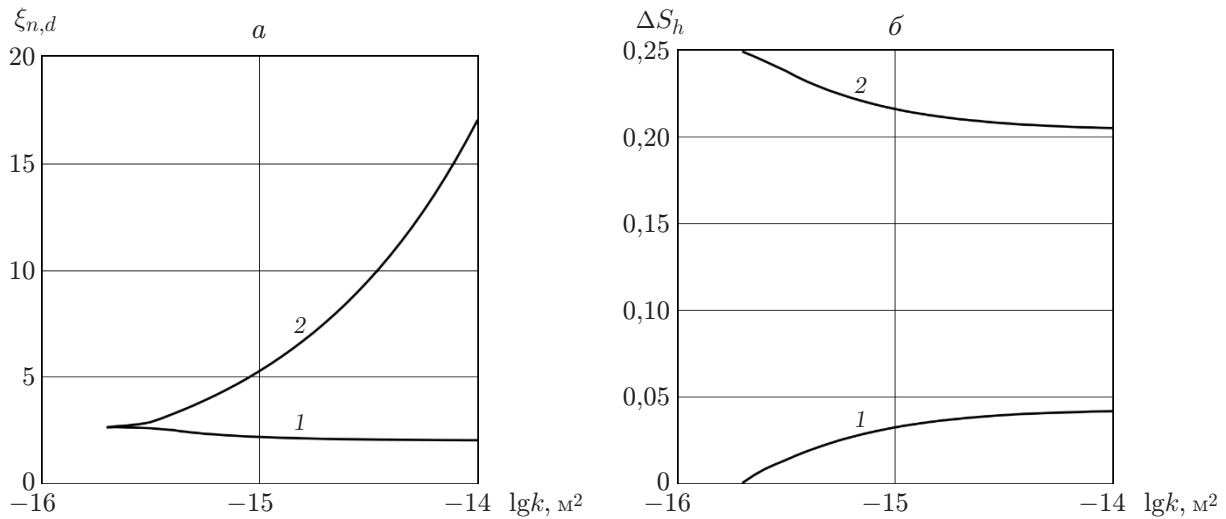


Рис. 4. Зависимости координат (*a*) ближней (1) и дальней (2) границ области фазовых переходов и скачков гидратонасыщенности на них (*б*) от проницаемости

равновесной температуры (см. рис. 2). Согласно рис. 3 при малых значениях давления инжектируемого газа скорость движения границ области фазовых переходов и соответственно интенсивность тепловыделения также малы, что затрудняет нагрев пласта до равновесной температуры. В то же время согласно рис. 3 при больших значениях давления закачиваемого газа равновесная температура на границах области фазовых переходов (увеличивающаяся с ростом давления) увеличивается до значений, близких к максимально возможной температуре пласта. Поэтому при более высоком давлении тепла, выделяющегося при гидратообразовании, недостаточно для нагрева пласта до равновесной температуры.

На рис. 4 приведены зависимости автоматических координат границ области фазовых переходов и скачков гидратонасыщенности на этих границах от проницаемости пласта. Видно, что при увеличении проницаемости координата дальней границы области фазовых переходов увеличивается, а координата ближнего фронта практически не меняется. Это обусловлено тем, что за дальней фронтальной границей (в третьей области) углекислый газ отсутствует, поэтому скорость движения этой границы области гидратообразования ограничивается, прежде всего, скоростью подвода углекислого газа, т. е. интенсивностью массопереноса в пласте. За ближним фронтом области гидратообразования (во второй области) углекислый газ присутствует, поэтому скорость этой границы лимитируется, прежде всего, отводом тепла, выделяющегося при гидратообразовании на этом фронте.

Также на рис. 4 видно, что с увеличением проницаемости скачок гидратонасыщенности уменьшается на дальней границе и увеличивается на ближней, так как во второй области, в частности на ее дальней границе, температура не может быть больше равновесной (определяемой величиной давления), что ограничивает увеличение интенсивности тепловыделения на этой границе. При увеличении скорости движения дальнего фронта (увеличении проницаемости) интенсивность тепловыделения остается постоянной только при уменьшении скачка гидратонасыщенности на дальнем фронте и соответствующем его увеличении на ближней границе.

Кроме того, согласно рис. 4 при малых значениях проницаемости протяженная область вырождается во фронтальную поверхность. Это обусловлено тем, что при малых значениях проницаемости скорость движения дальнего фронта области фазовых перехо-

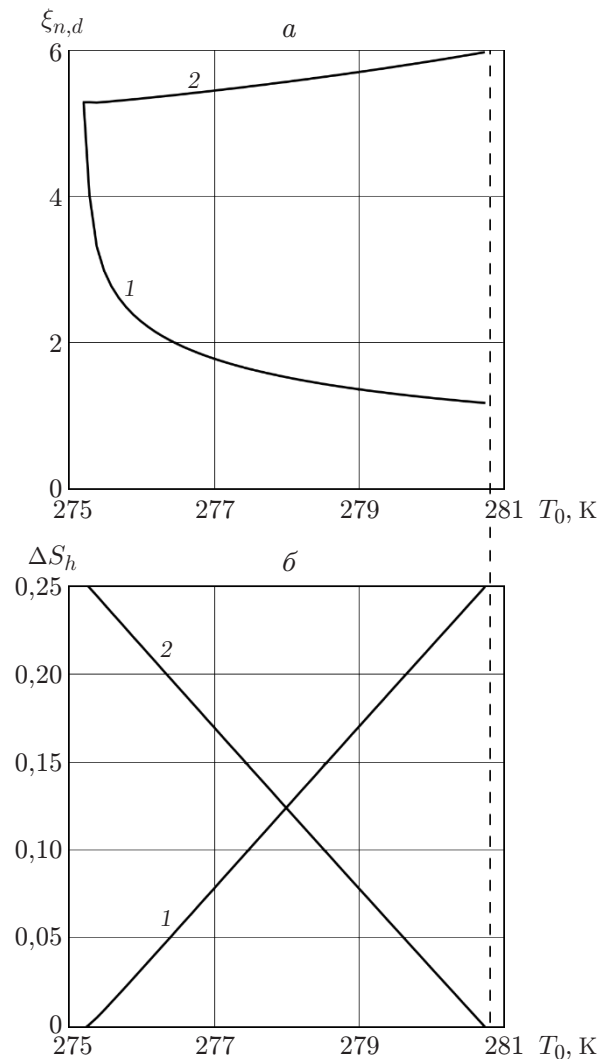


Рис. 5. Зависимости координат (а) ближней (1) и дальней (2) границ области фазовых переходов и скачков гидратонасыщенности на них (б) от начальной температуры пласта

дов, зависящая от интенсивности массопереноса, уменьшается и становится равной скорости движения ближней межфазной границы (лимитируемой отводом выделяющегося тепла через стенки скважины).

На рис. 5 приведены зависимости координат ближнего и дальнего фронтов области фазовых переходов и скачков гидратонасыщенности на них от начальной температуры пласта. Видно, что при увеличении исходной температуры пласта скорость ближней границы существенно уменьшается, скорость дальнего фронта незначительно увеличивается, скачок гидратонасыщенности увеличивается на ближней границе и уменьшается на дальней. Это обусловлено тем, что увеличение начальной температуры способствует увеличению температуры и во второй области. Поэтому, для того чтобы температура во второй области не превышала равновесную, необходимо увеличение скачка гидратонасыщенности на ближней границе области гидратообразования (где имеет место эффективный отвод выделяющегося тепла через стенки скважины) и его соответствующее уменьшение на дальнем фронте. Поскольку скорость движения ближней границы лимитируется отво-

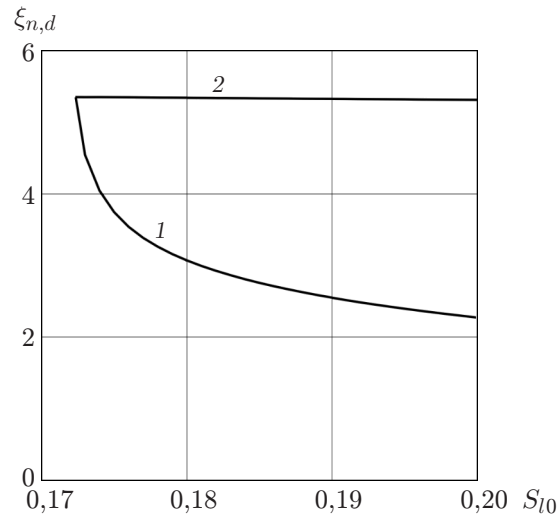


Рис. 6. Зависимости координат ближней (1) и дальней (2) границ области гидратообразования от начальной водонасыщенности пласта

дом выделяющегося на ней тепла, увеличение скачка гидратонасыщенности (количества выделяющегося тепла) на ней приводит к уменьшению скорости движения этой границы.

Также согласно рис. 5 при малой начальной температуре пласта протяженная область фазовых переходов вырождается во фронтальную поверхность. Это обусловлено тем, что в данном случае невозможно обеспечить нагрев промежуточной области до равновесной температуры.

В то же время, до тех пор пока на дальней границе происходит гидратообразование, температура на ней не может быть больше равновесной, максимальное значение которой $T_s(p_w)$ достигается при давлении, равном давлению закачиваемого газа. Вследствие этого при значении исходной температуры, близком к равновесному значению температуры $T_s(p_w)$, соответствующей давлению инжестируемого газа, скачок гидратонасыщенности на дальней границе становится равным нулю (см. рис. 5). В данном режиме вытеснение метана углекислым газом на дальнем фронте происходит в отсутствие гидратообразования на нем, а переход воды в гидратное состояние происходит на ближней границе и лимитируется отводом тепла, выделяющегося через стенки скважины.

На рис. 6 приведены зависимости координат ближнего и дальнего фронтов области фазовых переходов от исходной водонасыщенности пласта. В соответствии с рис. 6 при увеличении начальной водонасыщенности скорость дальней границы области фазовых переходов практически не меняется, а скорость ближнего фронта значительно уменьшается. Поскольку при увеличении исходной водонасыщенности выделение тепла при фазовых переходах увеличивается, данные, приведенные на рис. 6, подтверждают предположение о том, что движение ближнего фронта в основном ограничивается отводом выделяющегося на нем тепла, а движение дальней границы — скоростью течения углекислого газа в пласте. Кроме того, на рис. 6 видно, что при малых значениях начальной водонасыщенности протяженная область фазовых переходов вырождается во фронтальную поверхность. Это обусловлено тем, что при малой водонасыщенности тепла, выделяющегося при гидратообразовании, недостаточно для нагрева пласта до равновесной температуры.

Заключение. Результаты исследования математической модели образования гидрата диоксида углерода в протяженной области фазовых переходов показывают, что движение ближней границы этой области ограничивается, прежде всего, отводом через стенки скважины выделяющегося при гидратообразовании тепла, а движение дальней границы —

в основном подводом углекислого газа. В силу этого скорость ближней границы уменьшается с увеличением начальной температуры и водонасыщенности пласта, скорость дальнего фронта увеличивается при увеличении давления инжектируемого газа и проницаемости пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Benson S. M., Cole D. R.** CO₂ sequestration in deep sedimentary formations // *Elements*. 2008. V. 4. P. 325–331.
2. **Oldenburg C. M., Pruess R., Benson S. M.** Process modeling of CO₂ injection into natural gas reservoirs for carbon sequestration and enhanced gas recovery // *Energy Fuel*. 2001. V. 15. P. 293–298.
3. **Макогон Ю. Ф.** Гидраты природных газов. М.: Недра, 1974.
4. **Jadhawar P., Mohammadi A., Yang J., Tohidi B.** Subsurface carbon dioxide storage through clathrate hydrate formation // *Advances in the geological storage of carbon dioxide*. Dordrecht: Springer, 2006. P. 111–126.
5. **Чувилин Е. М., Гурьева О. М.** Экспериментальное изучение образования гидратов CO₂ в поровом пространстве промерзающих и мерзлых пород // *Криосфера Земли*. 2009. Т. 13, № 3. С. 70–79.
6. **Дучков А. Д., Соколова Л. С., Аюнов Д. Е., Пермяков М. Е.** Оценка возможности захоронения углекислого газа в криолитозоне Западной Сибири // *Криосфера Земли*. 2009. Т. 13, № 4. С. 62–68.
7. **Shagapov V. Sh., Musakaev N. G., Khasanov M. K.** Formation of gas hydrates in a porous medium during an injection of cold gas // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2015. V. 84. P. 1030–1039.
8. **Шагапов В. Ш., Хасанов М. К., Гималтдинов И. К., Столповский М. В.** Особенности разложения газовых гидратов в пористых средах при нагнетании теплого газа // *Теплофизика и аэромеханика*. 2013. Т. 20, № 3. С. 347–354.
9. **Цыпкин Г. Г.** Образование гидрата углекислого газа при его инъекции в истощенное месторождение углеводородов // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2014. № 6. С. 101–108.
10. **Истомин В. А.** Газовые гидраты в природных условиях / В. А. Истомин, В. С. Якушев. М.: Недра, 1992.
11. **Бык С. Ш.** Газовые гидраты / С. Ш. Бык, Ю. Ф. Макогон, В. И. Фомина. М.: Химия, 1980.
12. **Басниев К. С.** Подземная гидромеханика / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993.

*Поступила в редакцию 4/V 2016 г.,
в окончательном варианте — 19/VII 2016 г.*