

ЭОЛОВЫ ТОНА ПЛАСТИНЫ В КАНАЛЕ

С. В. Сухинин, С. П. Бардаханов*

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

* Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Теоретически и экспериментально исследованы условия возникновения аэроакустических резонансных явлений в двумерной постановке около пластины в прямоугольном канале в потоке газа. Определены зависимости собственной частоты колебаний от хорды пластины и ее положения в канале, вид собственных функций, влияние числа Маха основного потока газа на собственные частоты и функции, механизм собственных колебаний. Предложена и обоснована математическая модель резонансных явлений, с помощью которой проведены численные исследования зависимости резонансных явлений от геометрических параметров структуры.

Введение. Изучение акустических собственных колебаний в прямоугольном канале с пластиной — простейшей моделью периодической решетки пластин — имеет важное значение, так как этот вид неограниченной области является типичным и часто встречается в технике. Автоколебания, возникающие в реальных конструкциях, обусловлены, как правило, взаимодействием собственных колебаний бесконечной области с нелинейными источниками: образованием когерентных структур в потоке жидкости, вибрационным горением и пр. Существенными условиями возникновения интенсивных автоколебаний являются совпадение частоты источника колебаний с акустической собственной частотой открытой бесконечной области и неортогональность функции, которая описывает акустические волны от источника, и собственной функции.

Первые исследования собственных колебаний около симметричной решетки пластин в прямоугольном канале содержатся в работе [1], в которой показано, что собственные колебания являются чисто акустическими, не связаны с колебаниями пластин и обусловлены упорядоченными структурами в следе за пластинами. Обычно такие колебания называют вихревым звуком или эоловыми тонами (Эол в древнегреческой мифологии — бог ветров). Теоретические и экспериментальные исследования эоловых тонов около пластины в канале или около периодической решетки пластин содержатся в работах [2–9]. Собственные колебания около пластины в прямоугольном канале в двумерной постановке исследованы в [10]. В этой работе предложена и обоснована математическая модель собственных колебаний, при помощи которой проведены численные исследования зависимости собственных частот колебаний от геометрических параметров пластины и канала.

Исследования акустических колебаний около пластины в канале, как теоретические так и экспериментальные, можно подразделить на два типа:

- *Изучение резонансных свойств неограниченного объема.* Существование акустического резонанса, вид собственных колебаний (автоколебаний), зависимость резонансных (собственных) частот от параметров решетки и основного потока газа. Математическое моделирование, численные и экспериментальные исследования собственных акустических колебаний в неограниченных или полугограниченных областях.

• *Изучение природы источника автоколебаний.* Образование и развитие когерентных структур в следе за пластиной в ламинарном или турбулентном потоках. Взаимосвязь акустических собственных колебаний около пластины в канале с упорядоченными структурами в следе за пластиной, влияние этих структур на акустические колебания и влияние колебаний на упорядоченные структуры.

При построении строгой математической модели эоловых тонов пластины в канале с потоком газа до конца не выясненным вопросом является условие Жуковского — Кутта на кромке схода потока с пластины. Скорее всего в рамках линейной теории ответа на этот вопрос не существует, так как взаимодействие вихревых и акустических колебаний в окрестности кромки схода существенно нелинейное. С точки зрения авторов настоящей работы, условие Жуковского — Кутта для акустической моды эоловых колебаний не выполняется.

В предлагаемой работе считается, что источником эоловых тонов являются упорядоченные или когерентные структуры, генерирующиеся на задней кромке пластины. Именно с существованием этих структур в потоке связана возможность управления турбулентными сдвиговыми течениями различных типов [11–15]. Способы управления когерентными структурами могут быть активными (периодические по времени воздействия, например наложение акустического поля [13, 14]) и пассивными (изменение геометрии области течения). Явление аэроакустического резонанса — повышение амплитуды и интенсивности эоловых тонов пластины в канале — служит примером реализации таких условий течения, при которых наличие когерентных структур и акустические резонансные свойства области основного потока имеют определяющее значение для течения в целом. Предполагается, что акустическая и вихревая моды взаимодействуют только на пластине и стенках канала [16, 17].

Описание эксперимента. Измерения проводились в аэродинамической трубе МТ-324 Института теоретической и прикладной механики СО РАН замкнутого типа с закрытой рабочей частью квадратного сечения ($0,2 \times 0,2$ м) длиной 0,8 м. Схема эксперимента приведена на рис. 1. В плоскости симметрии рабочей части вдоль потока устанавливалась плоская пластина со скругленными передней и задней кромками, радиус закругления которых равнялся половине толщины пластины. Пластина устанавливалась так, что она делила высоту рабочей части $H = 200$ мм пополам. В ходе эксперимента использовался набор пластин, изготовленных из прозрачного органического стекла, толщиной 8

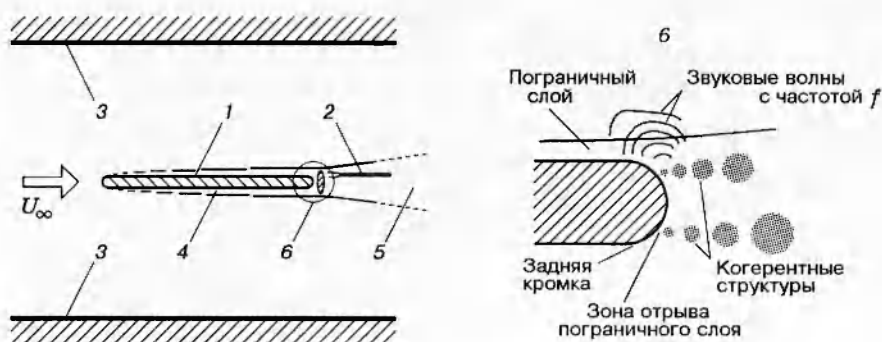


Рис. 1. Схема эксперимента:

1 — пластина, 2 — датчик термоанемометра, 3 — стенка канала, 4 — турбулентный пограничный слой, 5 — след, 6 — область генерации когерентных структур

и 10 мм и длиной (хордой) L от 50 до 400 мм, ширина равнялась ширине рабочей части и была одинаковой для всех пластин. Листовые заготовки для пластин, как обычно бывает, имели колебания по толщине в пределах 0,1–0,3 мм от номинальной толщины листа, дополнительная обработка их поверхностей не производилась. Чтобы смоделировать двумерное течение, пластины устанавливались так, что они полностью перегородивали рабочую часть канала. Для исследования влияния асимметрии области течения пластина сдвигалась относительно плоскости симметрии рабочей части на величину $h = 0 - 60$ мм с шагом 10 мм. Средняя скорость набегающего потока определялась при помощи трубки Пито — Прандтля и микроманометра.

Средняя скорость и пульсации скорости в локальных точках течения в следе и пограничном слое измерялись при помощи термоанемометрического датчика с нитью из позолоченного вольфрама толщиной 6 мкм и длиной 1 мм. Для измерений использовалась аналоговая термоанемометрическая аппаратура фирмы «DANTEC». Термоанемометр типа 55M01 имел стандартный мост 55M10 с соотношением плеч 1 : 20, максимальная частота моста 200 кГц при скорости потока, обтекающего датчик, 100 м/с. Типичный выходной уровень шума, по данным производителя, 0,013 % при скорости потока 10 м/с.

При измерении пульсаций датчик перемещался вдоль пластины параллельно потоку на различных расстояниях от ее поверхности вне пограничных слоев модели и стенок трубы. Для качественного контроля уровня звукового давления применялся микрофон, сигнал с которого использовался только для анализа спектрального состава звуковой волны, а также как опорный сигнал для термоанемометрических измерений, калибровка микрофона не проводилась. Сигнал термоанемометра обрабатывался в цифровой форме. Датчик тарировался в свободном потоке около трубки Пито — Прандтля при скоростях потока в диапазоне 2–45 м/с так, чтобы погрешность в определении средней скорости была меньше 2%. Тарировочная функция описывается формулой $U = k_1(E^2 - E_0^2)^{1/n} + k_2(E - E_0)^{1/2}$, где E и E_0 — выходные напряжения с моста термоанемометра при средней скорости потока U и нулевой скорости; k_1 , k_2 и $1/n$ — константы, определяемые эмпирически. Первый член соответствует известному выражению Кинга, второй — добавлен для учета свободной конвекции при малых скоростях потока. Измерялись только продольные компоненты средней и пульсационных скоростей U и u' . Эти величины определялись с помощью термоанемометра, откуда через аналого-цифровой преобразователь MacADIOS-Adio фирмы «GW Instruments» они поступали в персональный компьютер, где сигналы в ходе эксперимента линеаризовывались и при необходимости подвергались спектральному анализу в полосе 4 Гц с использованием быстрого преобразования Фурье.

В работе применялась программа сбора данных термоанемометрических измерений, а для оформления результатов — ряд стандартных прикладных программ, в частности, для получения спектральных характеристик использовалась библиотечная подпрограмма преобразования Фурье. Такая схема исследования позволила осуществить эксперименты в реальном времени. Сигналы, приходящие на вход АЦП, контролировались двухлучевым осциллографом. Измерения проводились в диапазоне скоростей набегающего потока U_0 от 5 до 45 м/с.

Измерения в пограничном слое моделей показали, что в основном диапазоне скоростей турбулентный пограничный слой реализовывался на большей части модели. Измерения в следе (рис. 2) показали, что линейная зависимость частоты когерентных структур от скорости набегающего потока нарушается в некотором диапазоне скоростей, и именно в этом диапазоне наблюдается аэроакустический резонанс.

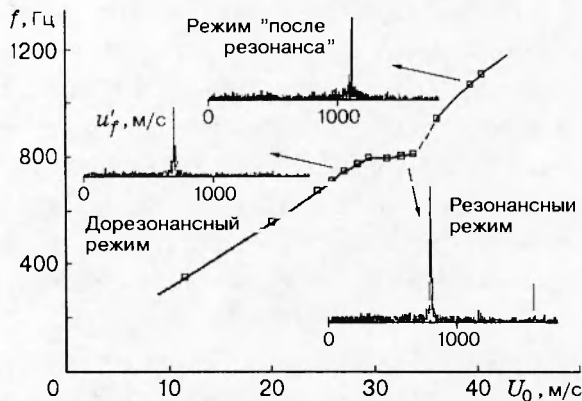


Рис. 2

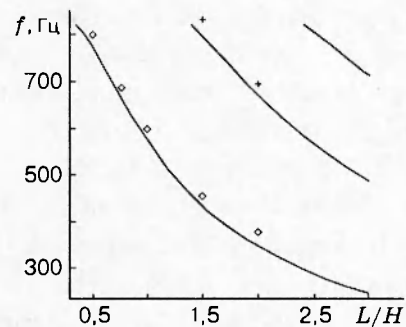


Рис. 3

Рис. 2. Спектральный состав пульсаций скорости у задней кромки

Рис. 3. Зависимость частоты резонансных колебаний от длины пластины:

сплошная линия — расчет; точки \diamond , $+$ — эксперимент для четной и нечетной мод соответственно

Измерения частоты когерентных структур в следе проводились следующим образом. Датчик термоанемометра устанавливался вниз по потоку от задней кромки на расстоянии, равном одной толщине пластины. Следует отметить, что аэроакустический резонанс в экспериментах можно определить «классическим» способом [1]. Для некоторого диапазона скоростей основного потока интенсивность звука в рабочей части трубы и в помещении резко возрастала. В этом диапазоне скоростей основная частота в следе оставалась постоянной (резонансный режим), но спектр пульсаций скорости у задней кромки содержал дополнительные гармоники (рис. 2). При этом амплитуда колебаний на основной частоте существенно увеличивалась. В режиме «после резонанса» амплитуда основной частоты снова уменьшалась, и генерации дополнительных гармоник не наблюдалось. Видно, что основная частота пульсаций в следе линейно зависит от скорости потока. Известно, что зависимость частоты от скорости определяется числом Струхалия, которое в данных экспериментах составляло примерно 0,22. Аналогичные результаты получены для всех моделей пластин. Для большинства из них хорошо заметны почти горизонтальные участки — «полочки» на плоскости (U_0, f) , ординаты которых совпадают со значениями резонансных частот и, по крайней мере, один резонансный режим хорошо обнаруживается. Для пластины длиной 300 мм обнаружены две резонансные частоты, которые различались менее чем в два раза, уровень звука на них сопоставим. Для пластины длиной 400 мм также имели место аэроакустические резонансные явления, однако на первой резонансной частоте звук был существенно слабее, чем на второй. Эксперименты для пластин различной длины позволили определить зависимости резонансных частот от длины исследуемых моделей. Численные и экспериментальные данные зависимости резонансных частот от длины профиля пластины (относительно высоты канала) приведены на рис. 3.

Термоанемометрические измерения применялись для получения данных о частоте и форме акустических резонансных колебаний. Для каждого фиксированного расстояния от пластины по координате Y осуществлялся проход датчиком над всей поверхностью моде-

ли с выходом за ее переднюю и заднюю кромки. Измерения делались в области, лежащей за пределами пограничных слоев пластины и стенок рабочей части трубы. В каждой точке проводился спектральный анализ, измерялись частота звуковой волны и амплитуда колебаний на этой частоте. В результате были получены данные о распределениях по X и Y амплитуды пульсаций скорости в стоячей звуковой волне резонансной частоты в пространстве между пластиной и стенкой трубы.

Расчет и сравнение с экспериментом. Геометрия основного течения и область акустических колебаний представлены на рис. 1. Известно [16], что решение линеаризованных на основном потоке уравнений движения газа можно разложить на сумму вихревой и акустической мод. Это утверждение в исследуемом случае не применимо для всей области течения (разложение нарушается на кромке схода). Однако можно считать, что разложение на вихревую и акустическую моды справедливо во всей области течения, за исключением кромки схода, описание неизвестной особенности решения на кромке схода содержится в вихревой моде (это полностью согласуется с точкой зрения [17]), акустические колебания обусловлены только вихревой модой, влияние акустических волн на источник звука необходимо учитывать только в режимах, в которых появляются акустические резонансные явления (рост амплитуды).

В системе координат, связанной с пластиной, акустические и вихревые колебания, обусловленные срывом вихрей, можно считать установившимися по времени. Это означает, что фиксирована некоторая упорядоченная вихревая структура в следе, которая определяет частоту акустических колебаний. Потенциал $u(x, y, t)$ акустического возмущения скорости имеет вид $u(x, y, t) = u(x, y) \exp(i\omega t)$.

В соответствии с этим уравнения для потенциала акустического возмущения скорости, описывающие акустические колебания $u(x, y, t)$ стационарного потока газа, принимают вид

$$(1 - M^2)u_{xx} + u_{yy} - \frac{2i\omega M}{c}u_x + \frac{\omega^2}{c^2}u = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

где $M = U/c$ — число Маха основного потока; c — скорость звука; ω — круговая частота акустических и вихревых колебаний в системе отсчета пластины; i — мнимая единица. Уравнение (1) справедливо во всей области течения Ω . На стенках канала B и профиле пластины Γ должны быть выполнены условия непротекания для неподвижной пластины, справедливые для суммы акустической и вихревой мод. Вихревая мода v , определяемая вихревыми структурами в следе, считается известной функцией координат. Акустическая и вихревая моды на стенках канала и на пластине связаны соотношением

$$u_y = -v(x, y) \quad \text{на } \Gamma + B. \quad (2)$$

Вид уравнения (1) можно упростить, если искать решение в виде

$$u(x, y) = \bar{u}(x, y) \exp\left[i\frac{\omega}{c} \frac{Mx}{(1 - M^2)}\right] \quad (3)$$

и вместо независимых переменных ввести безразмерные переменные $\xi = x/(H\sqrt{1 - M^2})$, $\zeta = y/H$, где H — высота канала (см. рис. 1). В безразмерных переменных уравнение (1) для неизвестной функции $\bar{u}(\xi, \zeta)$ будет иметь вид

$$u_{\xi\xi} + u_{\zeta\zeta} + \lambda^2 u = 0 \quad \text{в } \Omega. \quad (4)$$

Здесь и далее $\lambda = H\omega/(c\sqrt{1-M^2})$ имеет смысл безразмерной частоты; черта над функцией u везде опущена. Для более удобного сравнения с экспериментальными результатами можно использовать выражение $\lambda = (2fH\pi)/(c\sqrt{1-M^2})$, где $\omega = 2\pi f$ и f — частота колебаний, измеряемая в герцах. В новых переменных ширина канала равна 1, длине пластины L соответствует безразмерная величина $l = L/(H\sqrt{1-M^2})$, которая характеризует длину профиля пластины относительно высоты канала с кинематической поправкой, обусловленной потоком. Поправка увеличивает реальную длину профиля.

Необходимо отметить, что если для $u(x, y)$ выполнено условие непротекания (2), то функция $u(\xi, \zeta)$ удовлетворяет аналогичному условию, в котором сделана необходимая замена переменных:

$$u_\zeta(\xi, \zeta) = -v(\xi, \zeta) \quad \text{на } B + \Gamma. \quad (5)$$

Соотношения (4), (5) описывают вынужденные акустические колебания около пластины в канале. Они являются линейными, поэтому можно искать решение в виде $u = u + w$, где w — частное решение уравнения (4), которое удовлетворяет неоднородным граничным условиям (5), а u — общее решение этого уравнения, которое удовлетворяет однородным граничным условиям $u_\zeta(x, z) = 0$ на $B + \Gamma$.

Задача (4), (6) описывает собственные колебания около пластины в канале. При помощи замены переменных (1), (2) сводится к задаче (4), (5).

ЗАМЕЧАНИЕ. Исследование аэроакустических резонансных явлений (эоловых тонов) около пластины в канале в потоке газа после необходимой замены переменных эквивалентно исследованию собственных колебаний около пластины в канале без потока газа.

- *Зависимость частоты от длины профиля пластины.* На рис. 3 приведена зависимость собственной частоты колебаний от длины профиля. Хорошее совпадение результатов экспериментальных и численных исследований позволяет сделать вывод о высокой точности математического моделирования собственных колебаний. Для малых длин профиля отличие теоретических и экспериментальных данных можно объяснить существенным влиянием толщины пластины, так как в этом случае она становится сравнимой с длиной профиля пластины. Необходимо отметить, что безразмерная частота стремится к π при $L \rightarrow 0$.

- *Зависимость частоты собственных колебаний от положения пластины в канале.* Экспериментальные данные о зависимости первой резонансной частоты от местоположения пластины приведены на рис. 4. В [18, 19] обнаружено, что при смещении пластины из плоскости симметрии резонансная акустическая частота менялась. В настоящей работе получена зависимость резонансной частоты от положения пластины в канале. Измерения проводились следующим образом. Пластина длиной 150 мм смещалась на некоторое расстояние h , кратное 10 мм, к верхней стенке рабочей части. Расстояние между плоскостью пластины и верхней стенкой делилось пополам, и на этой высоте осуществлялся проход датчиком термоанемометра над моделью с измерением частоты и амплитуды пульсаций в звуковой волне. Пластина перемещалась в следующее положение h , и процесс повторялся. В результате получены резонансные частоты, максимальные значения амплитуд и форма волны для каждого значения h . На рис. 4 показана зависимость первой резонансной частоты колебаний от местоположения пластины, которая согласуется с результатами, приведенными в [10]. Видно, что смещение пластины из плоскости симметрии приводит к увеличению резонансной частоты. Соответствующие точки хорошо аппроксимируются

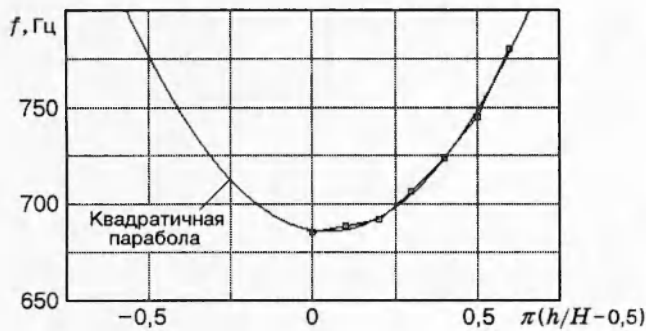


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость первой резонансной частоты от положения пластины ($L = 150$ мм) в канале высотой $H = 200$

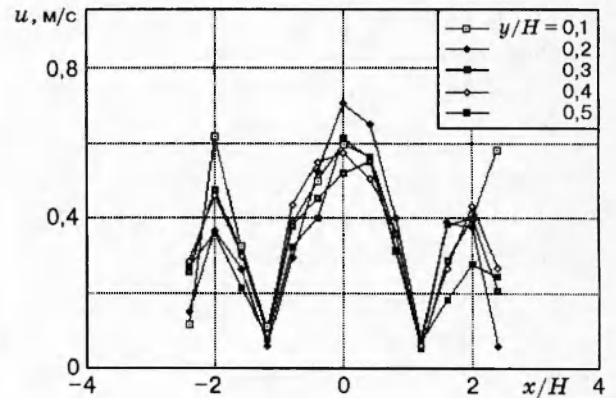


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость акустических колебаний скорости от продольной координаты

квадратичной параболой. Измерения амплитуд звуковой волны показали, что колебания локализуются в области между пластиной и ближней к ней стенкой.

Расчетные данные зависимости первых собственных значений для четной и нечетной мод при фиксированной длине профиля от положения пластины в канале, приведенные в работе [10], хорошо совпадают с экспериментальными данными, представленными на рис. 4.

Вид собственных функций и механика собственных колебаний. На рис. 5 приведен пример измерений пульсаций скорости в звуковой волне над моделью длиной 400 мм (порядок измерений описан выше). Данные измерения проведены для второй резонансной частоты, которая для этой пластины равнялась 692 Гц. Распределения для первой резонансной частоты отличаются от приведенных на рис. 5 тем, что имеют не три, а два максимума, расположенных в областях около передней и задней кромок пластины. Из этих распределений пересчетом можно получить форму звуковой волны.

Влияние основного потока газа на вид собственных функций (эоловых тонов) состо-

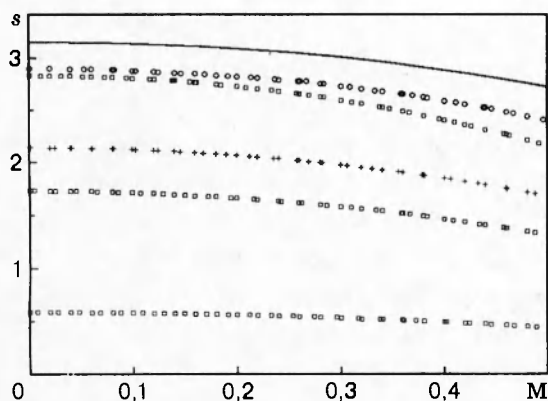


Рис. 6. Зависимость приведенной частоты собственных колебаний s от числа Маха основного потока при длине профиля пластины $L = 0,5; 1; 5$ (точки $o, +, \square$ соответственно)

ит в том, что они связаны с собственными функциями задачи (1), (2) преобразованием (деформацией) (3).

Кроме того, необходимо отметить, что влияние числа Маха на частоту собственных колебаний около пластины в канале (эффект Доплера) учитывается при помощи соотношений для безразмерных частоты $\lambda = \omega H / (c\sqrt{1 - M^2})$ и длины $l = L / (H\sqrt{1 - M^2})$. На рис. 6 показаны зависимости первых приведенных частот собственных колебаний около пластины с фиксированной длиной хорды от числа Маха основного потока газа в канале. Собственной приведенной частотой называется величина $s = \lambda\sqrt{1 - M^2} = \omega H / c$.

Необходимо отметить, что частота собственных колебаний понижается с увеличением скорости основного потока.

Заключение. 1. Предложена и экспериментально подтверждена математическая модель, описывающая эоловы тона пластины в канале.

2. Численно и экспериментально найдена зависимость частоты собственных колебаний от длины профиля пластины и ее положения в канале.

3. Экспериментально и численно исследован вид собственных колебаний для первых мод.

4. Изучено влияние скорости основного потока на частоту собственных колебаний (эффект Доплера).

Авторы выражают благодарность Р. М. Гарипову за конструктивное обсуждение работы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00894).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Parker R.** Resonance effects in wake shedding from parallel plates, some experimental observation // J. Sound and Vibration. 1966. V. 4, N 1. P. 62–72.
2. **Cumpsty N. A., Whitehead D. S.** The excitation of acoustic resonances by vortex shedding // J. Sound and Vibration. 1971. V. 18, N 3. P. 353–369.
3. **Archibald F. S.** Self-excitation of an acoustic resonance by vortex shedding // J. Sound and Vibration. 1975. V. 38, N 1. P. 81–103.
4. **Ильченко М. А., Руденко А. Н., Эпштейн В. Л.** Исследование генерации вихревого звука при обтекании профиля в канале // Акуст. журн. 1980. Т. 26, вып. 5. С. 708–717.
5. **Сухинин С. В.** Обоснование модели колебаний газа, обтекающего решетку пластин // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1982. Вып. 56. С. 152–161.
6. **Koch W.** Resonant acoustic frequencies of flat plate cascades // J. Sound and Vibration. 1983. V. 88, N 2. P. 233–242.
7. **Сухинин С. В.** Эоловы колебания около периодической решетки пластин // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1986. Вып. 77. С. 120–136.
8. **Sukhinin S. V.** Aeolian tones excited by a plate in a tunnel // Проблемы нелинейной акустики: Материалы симп. IUPAR-IUTAM по нелинейной акустике. 1987. С. 141–143.
9. **Сухинин С. В., Бардаханов С. П.** Эоловы тона пластины в канале. Новосибирск, 1997 (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики; № 2-1997).
10. **Сухинин С. В.** Собственные колебания около пластины в канале // Наст. сб. С. 78–90.

11. **Гиневский А. С., Власов Е. В., Колесников А. В.** Аэроакустические взаимодействия. М.: Машиностроение, 1978.
12. **Liermann H. W.** The rise and fall of ideas in turbulence // Amer. Sci. 1979. V. 67. P. 221–228.
13. **Яненко Н. Н., Бардаханов С. П., Козлов В. В.** Преобразование акустических возмущений в вихревые в турбулентных потоках // Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982. С. 93–106.
14. **Бардаханов С. П., Козлов В. В.** Влияние акустического поля на когерентные структуры в турбулентном следе за плохо обтекаемым телом // Турбулентные струйные течения: Сб. статей. Таллин, 1985. С. 44–99.
15. **Bardakhanov S. P., Kozlov V. V.** Onset and development of coherent structures in turbulent shear flows // Perspectives in Turbulence Studies / H. U. Meier, P. Bradshaw (Eds). Berlin: Springer-Verl., 1987. P. 154–187.
16. **Мервин Е. Голдстейн.** Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981.
17. **Howe M. S.** A review of the theory of trailing edge noise // J. Sound and Vibration. 1978. V. 61, N 3. P. 437–465.
18. **Bardakhanov S. P., Poroshin E. V.** Aeroacoustic resonance connected with the existence of coherent structures in flow behind bluff body // Proc. ICMAR-94, Novosibirsk, 1994. Pt I. P. 32–37.
19. **Бардаханов С. П., Порошин Е. В.** Исследование свойств аэроакустического резонанса в течении с когерентными структурами // Теплофизика и аэромеханика. 1994. Т. 1, вып. 4. С. 313–322.

Поступила в редакцию 10/VI 1996 г.
