

К ОБОСНОВАНИЮ ПРАВИЛА ОТБОРА ДЛЯ СКОРОСТИ ДЕТОНАЦИИ

В. С. Трофимов, А. Н. Дремин
(Москва)

1. ВВЕДЕНИЕ

Фронт детонационной волны во взрывчатом веществе в первом приближении является поверхностью разрыва, которая отделяет исходное ВВ от сжатых продуктов детонации (ПД). Если детонация идет в установившемся режиме, то применение законов сохранения к потокам массы, импульса и энергии в системе координат, связанной с детонационным фронтом, приводит к сохранению этих потоков при переходе через детонационный фронт. Известно [1], что законы сохранения допускают для скорости детонации любую величину, которая не меньше определенной для каждого ВВ минимальной скорости D . Если детонация имеет минимальную скорость, то поток ПД движется относительно детонационного фронта со скоростью звука. Такой режим детонации называют нормальным. Если скорость детонации больше D , то возможны два режима. В одном из них поток ПД движется относительно фронта с дозвуковой скоростью, в другом — со сверхзвуковой. Эти режимы будем называть пережатым и недожатым соответственно.

Давно замечено, что скорость установившейся самоподдерживающейся детонации, как правило, не зависит от способа ее инициирования. Следовательно, существует механизм, выделяющий именно эту скорость из бесконечного набора скоростей, допускаемых законами сохранения.

Если детонация идет в пережатом режиме, то передняя граница волны разрежения, перемещающаяся по ПД со звуковой скоростью, обязательно проникает внутрь детонационного фронта и делает его нестационарным. Следовательно, установившаяся, самоподдерживающаяся детонация не может быть пережатой. Согласно гипотезе Чепмена — Жуге, она идет в нормальном режиме.

Я. Б. Зельдович [2] до конца решил задачу о механизме отбора скорости детонации (правило отбора) для конкретной структуры детонационного фронта. Он рассматривал фронт детонационной волны во втором приближении как комплекс гладкого ударного фронта и следующей за ним зоны химической реакции. Показано, что при этом можно пренебречь явлениями переноса и благодаря этому не только величина потоков массы импульса и энергии, но и вид соответствующих выражений внутри детонационного фронта остаются такими же, как вне его. Такая детонационная волна в дальнейшем называется гладкой. Я. Б. Зельдович показал, что для гладкой детонационной волны, распространяющейся по заряду, заключенному в абсолютно жесткую оболочку

ку, гипотеза Чепмена — Жуге оправдывается только в случае, когда суммарная химическая реакция от начала до конца является экзотермической. Если около состояния равновесия реакция становится эндотермической (например, при замедленной диссоциации), то самоподдерживающаяся детонация идет в недожатом режиме. Эти вопросы подробно изложены в монографиях [1, 4].

Гладкая детонационная волна осуществляется не во всех случаях. Очевидно, что в негомогенных зарядах ВВ такая волна невозможна. Кроме этого, в последние годы показано, что и в газах [3, 4] и во многих жидких ВВ [5—10] во фронте самоподдерживающейся детонационной волны реакция инициируется не одновременно по всей площади фронта. В указанных ВВ поток внутри детонационного фронта носит турбулентный характер, и поэтому такую детонационную волну будем называть турбулентной или негладкой.

В работе Я. Б. Зельдовича [2] существенно использована одномерность потока в гладкой детонационной волне. Следовательно, для турбулентной волны задачу о правиле отбора необходимо решать снова. Такая задача применительно к детонации в газах рассматривается в работах [4, 11, 12]. В настоящей работе эта задача исследуется в общем виде для заряда бесконечного диаметра (или в абсолютно жесткой оболочке). В отличие от работ [4, 11, 12] применен новый метод исследования, позволяющий формально свести задачу о правиле отбора для турбулентной детонационной волны к задаче для гладкой волны.

2. УСРЕДНЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Рассмотрение проводится в прямоугольной системе координат, связанной с детонационным фронтом, при этом ось x направлена вдоль средней скорости потока.

В каждой точке пространства произведем усреднение параметров потока по промежутку времени τ . По определению, среднее значение некоторой величины h равно:

$$\bar{h} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} gh dt, \quad (2.1)$$

где t — время начала усреднения; g — весовая функция.

Произвольный выбор весовой функции так же, как выбор системы координат, ограничивается необходимостью придать уравнениям движения наиболее простой вид для данной задачи. При усреднении величин, относящихся к единице объема или площади (плотность ρ , давление p , массовый поток \vec{j}), весовую функцию выберем в виде $g=1$. При усреднении величин, относящихся к единице массы (удельная внутренняя энергия ϵ , удельная энтропия S , удельный объем v , концентрация i -й по номеру химической компоненты K_i , скорость потока $\vec{u} = \frac{\vec{j}}{\rho}$) весовую функцию будем выбирать в виде $g = \frac{\rho}{\rho} = \frac{v}{v}$. В остальных случаях g будет выбираться в зависимости от обстоятельств.

При усреднении не важна последовательность, в которой величина h принимает свои значения, а важно относительное время, которое она проводит при каждом мгновенном значении. Поэтому для усреднения по времени удобно использовать функцию распределения F . Выбе-

рем в качестве аргументов этой функции следующие независимые переменные:

$$a = \frac{S}{\bar{S}}, \quad b = \frac{v}{\bar{v}}, \quad c_i = \frac{K_i}{\bar{K}_i} \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{u}. \quad (2.3)$$

Величины (2.2) могут принимать любое положительное значение, а (2.3) — любое вещественное. Разобьем область определения каждого из аргументов на достаточно малые участки и будем под $F(a, b, c_i, \vec{u}')$ понимать относительное время, в течение которого величины (2.2) и (2.3) имели заданное значение (разумеется, с точностью до размеров участков). С помощью функции распределения формулу (2.1) можно переписать в другом виде:

$$\bar{h} = \sum F gh, \quad (2.4)$$

где суммирование производится по всем значениям аргументов (2.2) и (2.3), а g и h рассматриваются как известные функции от этих аргументов и $\bar{S}, \bar{v}, \bar{K}_i, \vec{u}$. В дальнейшем знак суммы будет означать суммирование по всем аргументам функции распределения.

Если усредняемая величина h является чисто термодинамической, то удобно пользоваться другой функцией распределения \vec{f} , которая получается из F путем суммирования по всем значениям \vec{u}' . В формуле (2.4) при этом вместо F должна стоять \vec{f} , и суммирование производится по всем значениям аргументов (2.2).

Применяя формулу (2.4) к ρ, u и независимым термодинамическим переменным S, v, K_i , находим условия, которым удовлетворяет функция распределения:

$$\sum f = \sum F = 1, \quad (2.5)$$

$$\sum \frac{f}{b} = \sum \frac{F}{b} = 1, \quad (2.6)$$

$$\sum f \frac{a}{b} = \sum F \frac{a}{b} = 1, \quad (2.7)$$

$$\sum f \frac{c_i}{b} = \sum F \frac{c_i}{b} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2.8)$$

$$\sum F \vec{u}' = 0. \quad (2.9)$$

Если в некоторой точке пространства заданы средние значения независимых термодинамических переменных $\bar{S}, \bar{v}, \bar{K}_i$ и функция распределения \vec{f} , то по формуле (2.4) можно определить любую среднюю термодинамическую величину. Поэтому функцию распределения \vec{f} удобно считать за набор дополнительных термодинамических переменных, занумерованных с помощью аргументов в (2.2) функции распределения.

В соответствии с этим под df будем понимать f при фиксированном значении аргументов, т. е. вариацию функции f .

Найдем дифференциал средней внутренней энергии $\bar{\varepsilon}$.

$$\bar{\varepsilon} = \sum \frac{f}{b} \cdot \varepsilon(a \bar{S}, b \bar{v}, c_i \bar{K}_i), \quad (2.10)$$

$$d\bar{\varepsilon} = \sum \frac{f}{b} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{S}} \cdot d\bar{S} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{v}} \cdot d\bar{v} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \bar{K}_i} \cdot d\bar{K}_i \right) + \\ + \sum \frac{\varepsilon}{b} df = \bar{T} d\bar{S} - \bar{p} d\bar{v} + \bar{\mu}_i d\bar{K}_i + \sum \frac{\varepsilon}{b} df. \quad (2.11)$$

Здесь T — абсолютная температура, усредняемая при $g = \frac{a}{b}$; μ_i — химический потенциал i -й компоненты, усредняемый при $g = \frac{c_i}{b}$.

В формуле (2.11) и ниже при обозначении номера химической компоненты через l , вместо i , будет подразумеваться суммирование по всем химическим компонентам.

Последнее слагаемое в (2.11) не изменится, если вместо ε подставить величину

$$m = \varepsilon(a \bar{S}, b \bar{v}, c_i \bar{K}_i) - \varepsilon^* - \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \bar{S}} \cdot \bar{S}(a-1) - \\ - \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \bar{v}} \cdot \bar{v}(b-1) - \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial \bar{K}_i} \cdot \bar{K}_i(c_i-1), \quad (2.12)$$

где $\varepsilon^* = \varepsilon(\bar{S}, \bar{v}, \bar{K}_i)$.

Возможность этой замены проверяется прямой подстановкой с использованием (2.5)–(2.8). Таким образом, последнее слагаемое в (2.11) является величиной второго порядка по отношению к пульсациям термодинамических величин.

В дальнейшем потребуется перейти от независимых переменных $\bar{S}, \bar{v}, \bar{K}_i, f$ к переменным $\bar{p}, \bar{v}, \bar{K}_i, f$. Частные производные по первому набору переменных отметим индексом 1, по второму — индексом 2. Наиболее просто переход к новым переменным осуществляется, когда коэффициент Грюнайзена

$$\Gamma = v \left(\frac{\partial p}{\partial \varepsilon} \right)_{v, K_i} = \frac{v}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_{v, K_i} \quad (2.13)$$

можно считать постоянным в интервале пульсаций термодинамических величин (например, при малых пульсациях). Используя определения $\bar{p}, \bar{T}, \bar{\mu}_i$ находим $\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{p}} \right)_2, \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{v}} \right)_2$ и $\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial f} \right)_2$.

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{p}} \right)_2 = \frac{1}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{S}} \right)_1} = \frac{1}{\sum f a \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right)_{v, K_i}} = \frac{\bar{v}}{\bar{T} \bar{\Gamma}}. \quad (2.14)$$

Это равенство можно считать определением среднего коэффициента Грюнайзена $\bar{\Gamma}$. Если коэффициент Грюнайзена имеет постоянную вели-

чину, то средний коэффициент $\bar{\Gamma}$ равен как раз этой величине:

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{v}} \right)_2 = - \frac{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{v}} \right)_1}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{S}} \right)_1} = \frac{\bar{c}^2}{\bar{v} \bar{T} \bar{\Gamma}}, \quad (2.15)$$

где \bar{c}^2 — средний квадрат скорости звука, усредненный при $g = \frac{1}{b}$.

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{K}_i} \right)_2 = - \frac{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{K}_i} \right)_1}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{S}} \right)_1} = \frac{1}{\bar{T} \bar{\Gamma}} \sum f \frac{c_i}{b} T \Gamma \left(\frac{\partial S}{\partial K_i} \right)_{pv}, \quad (2.16)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial f} \right)_2 = - \frac{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial f} \right)_1}{\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{S}} \right)_1} = \frac{\bar{v} p (a \bar{S}, b \bar{v}, c_i \bar{K}_i)}{\bar{T} \bar{\Gamma}}. \quad (2.17)$$

3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И АНАЛОГИЯ С ГЛАДКОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ

До сих пор функция распределения рассматривалась как заданная функция от a, b, c_i ($i = 1, 2, \dots$), \vec{u} . Внутри детонационного фронта вид этой функции так же, как значения $\bar{s}, \bar{v}, \bar{K}_i, \vec{u}$, зависит от координат точки наблюдения и, вообще говоря, от времени t и промежутка усреднения τ . При установившемся режиме выбор достаточно большого τ , очевидно, позволяет избавиться от временной зависимости указанных величин, и усредненная картина станет стационарной. В таком случае можно применить усредненные законы сохранения потоков массы, импульса и энергии.

Для получения этих законов заметим, что по мере перемещения вниз по течению пульсации параметров потока относительно средних значений убывают и в пределе обращаются в нуль, т. е. поток становится ламинарным. По существу, вся область, где происходит сжатие исходного ВВ, химическая реакция и затухание турбулентности, относится к внутренней области детонационного фронта. Таким образом, вне турбулентного детонационного фронта так же, как в случае гладкой детонационной волны, поток ПД — ламинарный. Поскольку рассматривается установившийся режим, то этот поток можно считать однородным. Действительно, при пережатом и недожатом режимах нестационарная волна разрежения исключается в первом случае с помощью поршня [1], во втором из-за ее сноса — сверхзвуковым потоком ПД. При нормальном режиме профиль скорости в нестационарной волне разрежения бесконечно растянут, и на конечных участках поток также можно считать однородным. Предположение об однородности потока ПД значительно упрощает следующие ниже рассуждения, но не является обязательным.

Напишем усредненные законы сохранения потоков массы, импульса и энергии для внутренней области детонационного фронта:

$$j = \bar{\rho} u = \rho u, \quad (3.1)$$

$$p_\Phi - j^2 \bar{v} = p + j^2 v, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_\Phi - \varepsilon = \frac{F\Phi + F}{2} (v - \bar{v}) - \frac{q_\Phi}{j}. \quad (3.3)$$

Величины без черточки сверху и индекса Φ относятся к однородному потоку ПД или исходного ВВ. Здесь введены формальные понятия «давления» (p_Φ), удельной «внутренней энергии» (ε_Φ), и «потока тепла» (q_Φ), которые определяются следующим образом:

$$p_\Phi = \bar{p} + \frac{2}{3} \cdot \frac{e_1}{v^{5/3}}, \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_\Phi = \bar{\varepsilon} + \frac{e_1}{v^{2/3}} + e_2, \quad (3.5)$$

$$q_\Phi = \overline{u_x' \left(\rho \varepsilon + p + \frac{\rho u_x'^2}{2} + \rho u_y'^2 \right)}, \quad (3.6)$$

где

$$e_1 = \frac{3}{2} \overline{\rho u_x'^2 v^{-5/3}}, \quad (3.7)$$

$$e_2 = \overline{(\rho u_y'^2 - \rho u_x'^2)} \cdot \bar{v}. \quad (3.8)$$

При выводе уравнений (3.1)—(3.8) было сделано предположение о том, что коэффициенты переноса достаточно малы и проявляются только в движении всех частиц в потоке к одному и тому же термодинамическому состоянию за счет трения, обмена теплом и веществом между соседними частицами. Поэтому, как и в случае гладкой детонационной волны, в выражениях для потоков (3.1)—(3.3) отсутствуют члены, обусловленные явлениями переноса.

Благодаря симметрии функции распределения F относительно оси x в уравнениях (3.1)—(3.8) отсутствуют усредненные произведения, содержащие u_y или u_z в нечетной степени, а также оказалось возможным заменить ρu_z на ρu_y .

Дальнейшей целью является установление формальной аналогии между задачами о правиле отбора в турбулентной и гладкой детонационных волнах.

Рассмотрим дифференциал $d\varepsilon_\Phi$:

$$d\varepsilon_\Phi = \bar{T} d\bar{S} - p_\Phi d\bar{v} + \overline{u_i} d\bar{K}_i + \sum \frac{m}{b} df + \frac{1}{v^{2/3}} de_1 + de_2. \quad (3.9)$$

Это равенство выводится из (2.11), (2.12), (3.5), (3.9) и по форме похоже на термодинамическое равенство для $d\varepsilon$, если f , e_1 и e_2 формально считать термодинамическими величинами, подобными концентрациям химических компонент. Таким образом, формальный «химический состав» определяется заданием \bar{K}_i , f , e_1 , e_2 .

Процесс изменения формального «химического состава» со временем можно считать сложной химической реакцией. Определим ее «тепловой эффект» dQ_Φ при постоянных p_Φ и v . Из (3.9) получаем

$$dQ_\Phi = - \left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{K}_l} \right)_3 + \bar{\nu}_l \right] d\bar{K}_l - \sum \left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial f} \right)_3 + \frac{m}{b} \right] df - \left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial e_1} \right)_3 + \frac{1}{\bar{v}^{2/3}} \right] de_1 - \left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial e_2} \right)_3 + 1 \right] de_2. \quad (3.10)$$

Здесь индексом 3 отмечены частные производные по переменным p_Φ , v , \bar{K}_l , f , e_1 , e_2 .

Первое слагаемое в (3.10) определяет вклад от реальной химической реакции dQ_x . С помощью (2.16) и равенства $\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{K}_l} \right)_3 = \left(\frac{\partial S}{\partial \bar{K}_l} \right)_2$ находим

$$dQ_x = - \left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{K}_l} \right)_2 + \bar{\nu}_l \right] d\bar{K}_l = - \sum \frac{J}{b} \times \times \left[\frac{\Gamma}{\bar{\Gamma}} \cdot T \left(\frac{\partial S}{\partial K_l} \right)_{pv} + \nu_l \right] dK_l. \quad (3.11)$$

Из этого равенства видно, что, если $\Gamma = \bar{\Gamma}$, то dQ_x является усредненным тепловым эффектом химической реакции при постоянных p и v ($g = \frac{1}{b}$).

Второе слагаемое в (3.10) определяет вклад от релаксации пульсаций термодинамических величин dQ_p . На основании (2.17) и равенства $\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial f} \right)_3 = \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial f} \right)_2$ находим

$$dQ_p = - \sum \left(\frac{m}{b} - \frac{p\bar{v}}{\bar{\Gamma}} \right) df = - \sum \left(m - \frac{pv}{\bar{\Gamma}} \right) \frac{df}{b} = = - \sum \left(m - \frac{n}{\bar{\Gamma}} \right) \frac{df}{b}. \quad (3.12)$$

В (3.12) произведена замена pv на n , аналогичная замене ϵ на m . Значение n вычисляется по формуле, отличающейся от (2.12) только заменой ϵ на pv . Таким образом, dQ_p является величиной второго порядка по отношению к величине пульсаций термодинамических величин. Анализ показывает, что если вещество в детонационной волне подчиняется уравнению состояния идеального газа, то при любом Γ $dQ_p = 0$. Если $\Gamma = \text{const}$ и справедлива формула Ландау — Слэттера, то во время затухания турбулентности $dQ_p < 0$ при $\Gamma > \frac{2}{3}$ и $dQ_p > 0$ при $\Gamma < \frac{2}{3}$.

Третье и четвертое слагаемые в (3.10) определяют вклад от диссипации турбулентности dQ_T . Учитывая, что

$$\left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial e_1} \right)_3 = - \frac{2}{3} \frac{1}{\bar{v}^{5/3}} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial p} \right)_2 = - \frac{2}{3} \frac{1}{\bar{\Gamma} \bar{v}^{2/3}} \quad \text{и} \quad \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial e_2} \right)_3 = 0,$$

находим

$$dQ_T = - \frac{1}{\bar{v}^{2/3}} \left(1 - \frac{2}{3\bar{\Gamma}} \right) de_1 - de_2. \quad (3.13)$$

При затухании турбулентности e_1 и e_2 (см. (3.7) и (3.8)) со временем стремятся к нулю. Следовательно, знаки у de_1 и de_2 противоположны знакам e_1 и e_2 соответственно. $e_1 > 0$, поэтому при затухании турбулентности всегда $de_1 < 0$, и знак первого слагаемого в (3.13) зависит только от значения $\bar{\Gamma}$. Величина e_2 в принципе может иметь любой знак. Если, например, поперечные пульсации скорости велики по сравнению с продольными, то член de_2 во время затухания турбулентности сделает положительный вклад в dQ_T .

Уравнения (3.1)–(3.3) по форме совпадают с уравнениями сохранения для гладкой детонационной волны. Поэтому уравнение (3.2) будем называть уравнением прямой Михельсона, а уравнение (3.3) при фиксированных значениях $\frac{q_\Phi}{j}$ и \bar{K}_i, f, e_1, e_2 — уравнением детонационной адиабаты для промежуточного «состава». Необходимо заметить, что в общем случае при фиксированных значениях независимых переменных $\bar{S}, \bar{v}, \bar{K}_i, f, e_1, e_2$ формула (3.6) допускает только ограниченную область возможных значений q_Φ , симметричную относительно нуля. Следовательно, не все точки детонационной адиабаты постоянного «состава» имеют физический смысл. Однако при исследовании реальных процессов автоматически будем попадать на физически реальные участки детонационных адиабат.

Все свойства формальной детонационной адиабаты, которые будут использованы в дальнейшем, определяются уравнением вида (3.9) и совпадают со свойствами обычной детонационной адиабаты. Например, в точке касания формальной детонационной адиабаты с прямой Михельсона (3.2) происходит ее одновременное касание с изэнтропой постоянного «состава», уравнение которой легко получить из (3.4):

$$\left(\frac{\partial p_\Phi}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{S}, f, \bar{K}_i, e_1} = \sum f b \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{SK_i} - \frac{10}{9} \cdot \frac{e_1}{\bar{v}^{8/3}}. \quad (3.14)$$

Изэнтропа не зависит от e_2 .

Обычно $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{S, K_i} \geq 0$, тогда и $\left(\frac{\partial^2 p_\Phi}{\partial \bar{v}^2}\right)_{\bar{S}, f, \bar{K}_i, e_1} \geq 0$, так как $e_1 > 0$.

Благодаря этому из всех прямых Михельсона, пересекающих детонационную адиабату, касательная имеет наименьший наклон j^2 . Как и в случае гладкой детонационной волны, точка касания прямой Михельсона с детонационной адиабатой делит последнюю на две ветви: сильную, где $A = j^2 + \left(\frac{\partial p_\Phi}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{S}, \bar{K}_i, f, e_1} < 0$, и слабую, где $A \geq 0$.

Интересно отметить, что при $e_2 = 0$ и $q_\Phi = 0$ формальная скорость звука c_Φ , определяемая по формуле

$$c_\Phi^2 = -\bar{v}^2 \left(\frac{\partial p_\Phi}{\partial \bar{v}}\right)_{\bar{S}, \bar{K}_i, f, e_1} = \bar{c}^2 + \frac{10}{9} \cdot \frac{e_1}{\bar{v}^{2/3}}, \quad (3.15)$$

равна скорости слабого разрыва в турбулентном потоке. Формула (3.15) выводится путем исследования характеристик усредненных уравнений нестационарного турбулентного движения. Эти уравнения по форме совпадают с обычными уравнениями газовой динамики, в которых ε и p заменены на ε_Φ и p_Φ . В работе [12] сделана попытка определить скорость движения слабого разрыва в турбулентном потоке идеального газа и получено значение этой скорости, отличающееся от c_Φ , так как при соответствующем дифференцировании постоянной считалась не e_1 , а u_x .

В общем случае возможно пересечение детонационных адиабат разного «состава». В дальнейшем будут рассматриваться только случаи, когда слабая и сильная ветви двух близких по «составу» адиабат не пересекаются. Можно показать, что для осуществления такого типа пересечения требуются специальные условия, накладываемые на свойства вещества, которые, по-видимому, осуществляются очень редко, а рассмотрение этого случая с позиций данной работы не представляет особого труда.

Из (3.2) и (3.3) находим выражение для изменения ε_Φ вдоль прямой Михельсона:

$$d\varepsilon_\Phi + \frac{dq_\Phi}{j} + p_\Phi d\bar{v} = 0.$$

Подставляя это выражение в (3.9), находим изменение энтропии вдоль прямой Михельсона:

$$\bar{T} d\bar{S} + \bar{p}_l d\bar{K}_l + \sum \frac{m}{b} df + \frac{1}{j^{2/3}} de_1 + de_2 + \frac{dq_\Phi}{j} = 0. \quad (3.16)$$

Это уравнение позволяет объяснить причину выбора именно f , e_1 и e_2 в качестве независимых переменных. Если бы, например, вместо e_1 выбрать величину турбулентной энергии $\frac{3}{2} \overline{\rho u_x^2}$, которая на первый взгляд кажется более естественной, то в выражении (3.16) появился бы член с dv . Этот член служил бы для уравновешивания доли изменения турбулентной энергии, не связанной с диссипацией турбулентной энергии и с ее подводом за счет формального потока тепла q_Φ . Выбор e_1 автоматически исключает из (3.16) эту долю изменения турбулентной энергии и диссипация турбулентной энергии предстает в более чистом виде. То же самое можно сказать по поводу f и e_2 . Очевидно, выбор подходящих формальных термодинамических переменных не является однозначным, но такая неоднозначность, как можно убедиться, характерна и для обычных концентраций химических компонент.

4. МЕХАНИЗМ ПРАВИЛА ОТБОРА

Перепишем равенство (3.16), используя вместо \bar{S} в качестве независимой переменной p_Φ . Принимая во внимание, что вдоль прямой Михельсона $dp_\Phi = -j^2 d\bar{v}$, находим

$$\left[\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial p_\Phi} \right)_3 j^2 - \bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{v}} \right)_3 \right] d\bar{v} + dQ_\Phi - \frac{dq_\Phi}{j} = 0 \quad (4.1)$$

или, применяя равенство $\bar{T} \left(\frac{\partial \bar{S}}{\partial p_\Phi} \right)_3 = \bar{T} \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_3 = \frac{\bar{v}}{\bar{\Gamma}}$, после несложных преобразований имеем:

$$\underbrace{\left[j^2 + \left(\frac{\partial p_\Phi}{\partial \bar{v}} \right)_{\bar{S}, \bar{K}_l, f, e_1} \right]}_A d\bar{v} + \underbrace{\left(dQ_\Phi - \frac{dq_\Phi}{j} \right)}_{dQ} = 0. \quad (4.2)$$

Для краткости коэффициент при $d\bar{v}$ обозначим через A , а второе слагаемое в (4.2) — через dQ .

Проследим за изменением усредненного состояния $p_\phi, \bar{v}, \bar{K}_i, f, e_1, e_2$ внутри детонационной волны по мере перемещения точки наблюдения вниз по потоку. В отличие от гладкой детонационной волны в рассматриваемом случае средний удельный объем не будет испытывать скачка, и сначала фазовая точка p_ϕ, \bar{v} окажется на слабых ветвях детонационных адиабат, перемещаясь вверх по прямой Михельсона. На слабой ветви $A \geq 0$ и при $dv < 0, dQ > 0$. Пока фазовая точка находится на слабых ветвях детонационных адиабат, вообще говоря, возможно одновременное изменение знака у $d\bar{v}$ и dQ , но к моменту перехода фазовой точки на сильные ветви детонационных адиабат удельный объем должен уменьшаться (в противном случае у двух адиабат близкого состава обязаны пересекаться сильная и слабая ветви). Таким образом, после перехода фазовой точки на сильные ветви величина A становится отрицательной, как $d\bar{v}$.

При самоподдерживающейся детонации фазовая точка должна прийти на слабую ветвь адиабаты конечных ПД. Действительно, именно для этой ветви справедливо неравенство

$$A_0 = j^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial \bar{v}} \right)_s \geq 0, \quad (4.3)$$

эквивалентное необходимому условию самоподдерживающейся детонации

$$u^2 - c^2 \geq 0, \quad (4.4)$$

где c — скорость звука в ПД. В отличие от перехода со слабых ветвей на сильные при обратном переходе удельный объем должен возрасть. Следовательно, в некоторый момент величины dQ и $d\bar{v}$ должны одновременно изменить знак на положительный. В дальнейшем, как и в области слабых ветвей детонационных адиабат, величины dQ и $d\bar{v}$ могут одновременно менять знак, однако к точке термодинамического равновесия вещество обязано подойти в процессе расширения. При этом, если величина dQ до самого конца сохраняет положительный знак, то детонация будет нормальной, в противном случае — недожатой. При недожатой детонации прямая Михельсона касается не конечной адиабаты ПД, а промежуточной адиабаты того «состава», при котором произошла смена знака dQ и переход фазовой точки с сильных ветвей детонационных адиабат на слабые.

До сих пор предполагалось, что фазовая точка должна побывать в области сильных ветвей детонационных адиабат. В случае гладкой детонационной волны это осуществляется благодаря первоначальному ударному сжатию ВВ. Турбулентная детонационная волна, в принципе, допускает возможность перехода фазовой точки в конечное состояние по одним слабым ветвям детонационных адиабат. Поэтому, чтобы убедиться в справедливости сделанного предположения, в каждом конкретном случае необходимо знать детальную картину течений или обратиться непосредственно к эксперименту. Если это предположение для данного ВВ справедливо, то в момент подхода к термодинамическому равновесию удельный объем в самоподдерживающейся детонационной волне должен возрасть.

В работах [13—15] проделаны измерения профиля массовой скорости и удельного объема для некоторых твердых, жидких и газообразных ВВ в негладкой детонационной волне. Оказалось, что во всех исследованных случаях при подходе к состоянию равновесия $dv > 0$, и наше предположение для данных ВВ оправдано.

Сделанные выводы позволяют судить о режиме детонации по значению dv и dQ вблизи состояния термодинамического равновесия. Переходя в (4.2) к пределу, находим

$$A_0 + \left(\frac{dQ}{dv} \right)_0 = 0, \quad (4.5)$$

где индекс 0 обозначает пределы A и $\frac{dQ}{dv}$ при

$$f(a = 1, b = 1, c_i = 1) \rightarrow 1, e_1 \rightarrow 0, e_2 \rightarrow 0.$$

Для получения конкретных следствий сделаем следующие допущения:

1. Турбулентность в процессе затухания достаточно быстро превращается в изотропную (функция распределения F симметрична по отношению к направлению u'). Таким образом, при нахождении предела (4.5) можно считать $q_\phi = 0, e_2 = 0$.

2. Пульсации термодинамических величин при затухании турбулентности убывают быстрее пульсаций скорости. Частично это оправдано тем, что при $u' \ll c p' \approx \rho u'^2$. Это допущение позволяет считать $\Gamma = \bar{\Gamma}$, на этом основании можно приравнять dQ_x среднему тепловому эффекту химической реакции и пренебречь dQ_p по сравнению с dQ_ϕ .

Эти допущения позволяют упростить выражение для dQ_ϕ (3.10):

$$dQ_\phi = dQ_x - \frac{1}{v^{2/3}} \left[1 - \frac{2}{3\Gamma} \right] de_1.$$

При подходе к положению равновесия возможны два случая.

1. Турбулентность затухает быстрее химической реакции. Это осуществляется, по-видимому, при слабой зависимости скорости реакции от температуры и при достаточно малой величине этой скорости. Для этого случая $dQ_\phi \approx dQ_x$, и знак A_0 в (4.5) определяется так же, как для гладкой детонационной волны. Например, при $dQ_x \geq 0$ должно быть $A_0 \leq 0$; чтобы не было противоречия с (4.3), (4.4), A_0 должно равняться нулю, и самоподдерживающаяся детонация должна иметь нормальный режим.

2. Химическая реакция затухает быстрее турбулентности. Этот случай, по-видимому, осуществляется при сильной зависимости скорости реакции от температуры. При этом $dQ_\phi \approx dQ_r$. Если $\Gamma > \frac{2}{3}$, то $A_0 \leq 0$, и детонация имеет нормальный режим; если $\Gamma < \frac{2}{3}$, то детонация идет в недожатом режиме. В частности, в идеальных газах $\Gamma < \frac{2}{3}$, и детонация в газообразных ВВ должна быть недожатой в согласии с работами [4, 11, 12]. В конденсированных ВВ чаще всего $\Gamma > \frac{2}{3}$, и детонация происходит в нормальном режиме.

В работе [16] при турбулентной детонации в газах наблюдается излучение звука в направлении ПД. По-видимому, появление долго не за-

тухающей турбулентности в газах [11] и жидких ВВ [10] связано именно с этим явлением. Из-за большого времени жизни звуковой турбулентности, создаваемой интерференцией звуковых волн, равновесная адиабата ПД теряет физический смысл при любом разумном размере заряда. Однако благодаря большому времени жизни звуковой турбулентности за равновесную можно принять адиабату, соответствующую затуханию быстро протекающих процессов. По-видимому, эта адиабата будет мало отличаться от конечной адиабаты ПД, так как «формальное тепло» dQ_f , выделяющееся при затухании звука, незначительно. Таким образом, скорость детонации должна почти совпадать с идеальной.

ВЫВОДЫ

1. Задачу о правиле отбора в турбулентной детонационной волне можно формально рассматривать как задачу для гладкой волны, если ввести формальные термодинамические величины (3.4) — (3.8).

2. При достаточно общих упрощающих предположениях можно показать, что если коэффициент Грюнайзена в ПД $\Gamma > \frac{2}{3}$, то осуществляется правило Чепмена — Жуге. При $\Gamma < \frac{2}{3}$, как в идеальных газах, самоподдерживающаяся детонация имеет недожатый режим.

Поступила в редакцию
2/III 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, А. С. Компанеец. Теория детонации. М., Гостехиздат, 1955.
2. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1940, 10, 542.
3. Б. В. Войцеховский, В. В. Митрофанов, М. Е. Топчиян. Структура фронта детонации в газах. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1963.
4. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
5. А. Н. Дремин, О. К. Розанов, В. С. Трофимов. ПМТФ, 1963, 1, 130.
6. А. Н. Дремин, О. К. Розанов. Докл. АН СССР, 1961, 139, 1, 137.
7. A. N. Dremin, O. K. Rozanov, V. S. Trofimov. Combustion and Flame, 1963, 7, 2, 153.
8. С. Н. Буравова, А. Н. Дремин, О. К. Розанов, В. С. Трофимов. ПМТФ, 1963, 4, 101.
9. А. Н. Дремин, С. Д. Савров. ФГВ, 1966, 1.
10. H. D. Mallori, R. W. McEwan. IX Symposium on Combustion General Discussion, 1962, p. 478.
11. R. W. White. Phys. of Fluids, 1964, 4, 4.
12. С. С. Рыбанин. ФГВ, 1966, 1.
13. В. А. Веретенников, А. Н. Дремин, К. К. Шведов. ФГВ, 1965, 3, 3.
14. А. Н. Дремин, О. К. Розанов, И. Г. Коба. ФГВ, 1965, 3, 93.
15. Р. И. Солоухин. Научно-технические проблемы горения и взрыва, 1965, 2, 35.
16. Л. Г. Гвоздева. ЖТФ, 1961, 31, 731.