

РЕШЕНИЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ ЗАДАЧИ ОБ ИСТОЩЕНИИ ПЛАСТА С ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТЬЮ В СЛУЧАЕ РАБОТЫ КРУГОВОЙ БАТАРЕИ СКВАЖИН**Б. А. Азимов, Г. Ш. Гаджибалаев***(Баку)*

Рассматривается задача об истощении кругового пласта с газированной жидкостью в случае работы круговой батареи скважин с постоянными забойными давлениями. Нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие процесс фильтрации, заменяются конечно-разностными и решаются численно с применением программирования и ЭВМ. Дается условие сходимости примененной конечно-разностной схемы.

По предложенному алгоритму решен конкретный пример. Проводя аналогичные расчеты для различных вариантов заданного числа скважин, забойных давлений, радиуса батареи, можно получить ценную информацию об их оптимальных значениях, о времени начала вторичных методов разработки, об объеме растворенного в нефти газа, а также дебите нефти, который легко вычислять по известным значениям давления и нефтенасыщенности в каждый момент времени.

В [1-3] рассмотрены задачи об истощении пласта с газированной жидкостью для случаев работы галереи, а также прямолинейной батареи скважин. В [4] дан расчет средних показателей разработки в случае работы круговых батарей.

Картина распределения давления и нефтенасыщенности в пласте в случае работы круговой батареи скважин представляет большой теоретический и практический интерес. В данной статье решена задача истощения кругового пласта с газированной жидкостью с применением программирования и ЭВМ.

Допустим, проектируется разработка кругового пласта радиуса r_2 с непроницаемой внешней границей. Первоначальные значения пластового давления и нефтенасыщенности равны p_0 и ρ_0 . На окружности радиуса r_1 концентрической с внешней границей расположена совершенная по степени вскрытия батарея, состоящая из n равноудаленных друг от друга скважин. В момент времени $t = 0$ забойные давления всех скважин мгновенно снижаются до p_1 и в дальнейшем поддерживаются неизменными. С этого момента в пласте начинается плоская фильтрация двухфазной жидкости в направлении скважин. Из-за симметричного расположения и поддержания неизменным давления p_1 весь пласт разделяется на n одинаковых круговых секторов, каждый из которых питает единственную скважину батареи.

Граница сектора непроницаема и состоит из двух радиусов и участка внешней границы пласта. Скважина, находящаяся внутри сектора, работает за счет энергии растворенного в нефти газа. Центральный угол, определяющий сектор, равен $2\pi/n$. Из соображений симметрии представляется возможным рассматривать только одну из двух половин сектора, из которых он состоит. Такая половина сектора имеет центральный угол, равный π/n . Начало координат будем считать расположенным в центре первоначального кругового пласта, а ось x — направленной через скважину. Течение газированной жидкости внутри последнего сектора двумерно. Оно

описывается уравнениями

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \frac{k}{m_1 \mu_1} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(F P \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(F P \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right] \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{k}{m_1 \mu_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right] \\ F &= F_1 + \frac{\mu_1}{\mu_2} F_2 \end{aligned}$$

где μ_1, μ_2 — вязкости газа и нефти; F_1, F_2 — относительные фазовые проницаемости газа и нефти.

Начальные и граничные условия задачи в рамках минимального сектора принимают вид

$$(2) \quad \begin{aligned} p &= p_0, \quad \rho = \rho_0 \quad \text{при } t = 0 \\ \partial p / \partial r &= 0, \quad \partial \rho / \partial r = 0 \quad \text{при } r = 0 \\ \partial p / \partial \varphi &= 0, \quad \partial \rho / \partial \varphi = 0 \quad \text{при } \varphi = 0 \quad (r \neq r_1) \\ \partial p / \partial l &= 0, \quad \partial \rho / \partial l = 0 \quad \text{при } \varphi = \pi/n \\ p &= p_1 \quad \text{при } r = r_1 \quad (\varphi = 0) \\ \partial p / \partial r &= 0, \quad \partial \rho / \partial r = 0 \quad \text{при } r = r_2 \end{aligned}$$

где φ — угол, образованный радиус-вектором произвольной точки пласта с положительным направлением оси x , l — внешняя нормаль границы сектора при $\varphi = \pi/n$.

Требуется найти решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (1) при начальных и граничных условиях (2).

Перейдем к полярным координатам, используя формулы

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi$$

Введем безразмерные величины:

$$(3) \quad R = \frac{r}{r_2}, \quad P = \frac{p}{p_0}, \quad \theta = \frac{n}{\pi} \varphi, \quad \tau = \frac{k p_0}{m_1 \mu_1 r_2^2} t$$

Тогда система (1) сводится к следующей:

$$(4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \tau} &= R^2 F P \left\{ R^2 \left[\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial R} \right)^2 + \frac{F'}{F} \frac{\partial P}{\partial R} \frac{\partial \rho}{\partial R} \right] + \frac{n^2}{\pi^2} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{F'}{F} \frac{\partial P}{\partial \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right] \right\} \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} &= \frac{\mu_1}{\mu_2} R^2 F_2 \left\{ R^2 \left[\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{F_2'}{F_2} \frac{\partial P}{\partial R} \frac{\partial \rho}{\partial R} \right] + \frac{n^2}{\pi^2} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \frac{F_2'}{F_2} \frac{\partial P}{\partial \theta} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right] \right\} \end{aligned}$$

с соответствующими безразмерными начальными и граничными условиями. Решить аналитически эту систему не представляется возможным. Поэтому применим метод конечно-разностных уравнений. Произведем раздробление первоначального сектора на мелкие секторные полосы. Пусть радиус сектора r_2 разделен на N равных частей с шагом $h = r_2/N$. Если точки деления перенумеровать в обратной последовательности, то их можно вычислять по формуле $r^{(i)} = r_2 - ih$ ($i = 0, 1, 2, \dots, N$).

Отметим, что замена переменных r и φ переменными R и θ с помощью подстановок (3) отображает сектор, где ищется решение системы уравнений, в бесконечную секторную полосу, ограниченную дугой окружности радиуса $R = 1$ с центральным углом $\theta = 1$, двумя радиусами бесконечной длины. Вследствие этого граничные условия при $r = 0$ переходят в аналогичные

условия при $R = \infty$. Это обстоятельство затрудняет учет данного граничного условия. Скорректируем это условие следующим образом. Точки деления переменной R_i вычислим по формуле

$$R_i = r_2 / (r_2 - ih)$$

Чтобы избежать использования граничного условия при $R_N = \infty$, перенесем это условие в точку R_{N-1} . Тогда бесконечный радиус $1 \leq R < \infty$ заменяется конечным $1 \leq R \leq R_{N-1}$. Приняв за центр окружностей центр пласта, проведем дуги окружности с радиусами $R = R_i$. Как следствие они получают соответствующие отражения на безразмерной секторной полосе. Заметим, что точки деления безразмерной координаты располагаются с переменным шагом $R_{i+1} - R_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, N-1$).

Перейдем к раздроблению области по координате φ . Разделим центральный угол $\varphi = \pi/n$ на M равных частей с шагом $\Delta\varphi = \pi/nM$. Соответствующий шаг $\Delta\theta = 1/M$. Точки деления φ_j и θ_j ($j = 0, 1, 2, \dots, M$) будут равноотстоящими и вычисляются по формулам

$$\varphi_j = j\Delta\varphi, \theta_j = j\Delta\theta$$

Проведем прямые $\varphi = \varphi_j$ ($j = 0, 1, 2, \dots, M$). Они получают соответствующие отражения в безразмерной области. В результате совместного учета раздроблений по обеим координатам φ и r получим мелкие криволинейные трапеции. Их вершины представляют собой узлы сеточной области, получаемые пересечением прямых $\varphi = \varphi_j$ и дуг окружностей с радиусами $r = r_i$. Совокупность всех вершин криволинейных трапеций образует сеточную область. Расслоение области задания уравнений (4) относительно времени τ производится, исходя из шага $\Delta\tau$. Последовательные значения времени, определяющие слои, вычисляются по формуле: $\tau_k = k\Delta\tau$ ($k = 0, 1, 2, \dots$). Подставляя частные производные [1] в (4) и выполняя несложные преобразования, получим ее конечно-разностный аналог для каждой внутренней точки (τ_k, R_i, θ_j)

(5)

$$P_{ijk+1} = P_{ijk} + \Delta\tau R_i^2 F_{ijk} P_{ijk} \left\{ R_i^2 \left[\frac{P_{i+1jk} - P_{ijk}}{(R_i - R_{i-1})(R_{i+1} - R_i)} - \frac{P_{ijk} - P_{i-1jk}}{(R_i - R_{i-1})^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{F'_{ijk}}{F_{ijk}} \frac{\rho_{i+1jk} - \rho_{i-1jk}}{R_{i+1} - R_{i-1}} + \frac{1}{P_{ijk}} \left(\frac{P_{i+1jk} - P_{i-1jk}}{R_{i+1} - R_{i-1}} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{P_{i+1jk} - P_{i-1jk}}{R_{i+1} - R_{i-1}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{n^2}{\pi^2} \left[\frac{P_{ij+1k} - 2P_{ijk} + P_{ij-1k}}{(\Delta\theta)^2} + \left(\frac{F'_{ijk}}{F_{ijk}} \frac{\rho_{ij+1k} - \rho_{ij-1k}}{2\Delta\theta} + \frac{1}{P_{ijk}} \frac{P_{ij+1k} - P_{ij-1k}}{2\Delta\theta} \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{P_{ij+1k} - P_{ij-1k}}{2\Delta\theta} \right] \right\}$$

$$\rho_{ijk+1} = \rho_{ijk} + \Delta\tau \frac{\mu_1}{\mu_2} R_i^2 F_{2ijk} \left\{ R_i^2 \left[\frac{P_{i+1jk} - P_{ijk}}{(R_i - R_{i-1})(R_{i+1} - R_i)} - \frac{P_{ijk} - P_{i-1jk}}{(R_i - R_{i-1})^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{F'_{2ijk}}{F_{2ijk}} \frac{\rho_{i+1jk} - \rho_{i-1jk}}{R_{i+1} - R_{i-1}} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{P_{i+1jk} - P_{i-1jk}}{R_{i+1} - R_{i-1}} \right] + \frac{n^2}{\pi^2} \left[\frac{P_{ij+1k} - 2P_{ijk} + P_{ij-1k}}{(\Delta\theta)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{F'_{2ijk}}{F_{2ijk}} \frac{\rho_{ij+1k} - \rho_{ij-1k}}{2\Delta\theta} \frac{P_{ij+1k} - P_{ij-1k}}{2\Delta\theta} \right] \right\}$$

$$(i = 1, 2, \dots, N-1; j = 1, 2, \dots, M-1; k = 0, 1, 2; \dots)$$

Узел сетки, где располагается скважина, имеет индексные номера $(i = m, j = 0)$. Среди (5) нет соотношения для определения забойной нефте-

насыщенности. Составим его, исходя из значений давления и нефтенасыщенности в узлах $(t_k, r_m, 0)$, $(t_k, r_{m+1}, 0)$, $(t_k, r_{m+2}, 0)$ и подставляя выражения частных производных [1] во второе уравнение (4)

$$\begin{aligned} \rho_{m0k+1}^{(1)} = & \rho_{m0k} + \Delta\tau \frac{\mu_1}{\mu_2} R_m^2 F_{2m0k} \left\{ R_m^2 \left[\frac{2}{R_{m+2} - R_m} \left(\frac{P_{m+20k} - P_{m+10k}}{R_{m+2} - R_{m+1}} - \right. \right. \right. \\ & - \left. \frac{P_{m+10k} - P_{m0k}}{R_{m+1} - R_m} \right) + \left(\frac{F'_{2m0k}}{F_{2m0k}} \left(\frac{\rho_{m+10k} - \rho_{m0k}}{R_{m+1} - R_m} - \frac{R_{m+1} - R_m}{R_{m+2} - R_m} \left(\frac{\rho_{m+20k} - \rho_{m+10k}}{R_{m+2} - R_{m+1}} - \right. \right. \right. \\ & - \left. \frac{\rho_{m+10k} - \rho_{m0k}}{R_{m+1} - R_m} \right) \right) + \frac{1}{R_m} \left(\frac{P_{m+10k} - P_{m0k}}{R_{m+1} - R_m} - \frac{R_{m+1} - R_m}{R_{m+2} - R_m} \left(\frac{P_{m+20k} - P_{m+10k}}{R_{m+2} - R_{m+1}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{P_{m+10k} - P_{m0k}}{R_{m+1} - R_m} \right) \right) \left. \right] + \frac{n^2}{\pi^2} \left[\frac{P_{m2k} - 2P_{m1k} + P_{m0k}}{(\Delta\theta)^2} + \right. \\ & \left. + \frac{F'_{2m0k} (P_{m1k} - P_{m0k}) (\rho_{m1k} - \rho_{m0k})}{F_{2m0k} (\Delta\theta)^2} \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

Пользуясь выражениями частных производных в узле $(\tau_k, R_m, 0)$, составленных, исходя из значений давления и нефтенасыщенности в узлах $(t_k, R_{m-2}, 0)$, $(\tau_k, R_{m-1}, 0)$, $(\tau_k, R_m, 0)$, получим еще одно значение забойной нефтенасыщенности $\rho_{m0k+1}^{(2)}$. Так как забой подвергается влиянию справа и слева, можно вычислить забойную нефтенасыщенность

$$(6) \quad \rho_{m0k+1} = (\rho_{m0k+1}^{(1)} + \rho_{m0k+1}^{(2)}) / 2$$

Линеаризуя систему (4), можно получить условие устойчивости соответствующей разностной схемы

$$\Delta\tau \leq \min \left[\frac{1}{4F_{\max}} \left(\frac{h}{r_2} \right)^2, \frac{\rho_0}{4F_{2\max}} \left(\frac{h}{r_2} \right)^2 \right]$$

При расчетах по схеме (5) шаги $\Delta\tau$ и h рекомендуется связать этим условием.

Совокупность значений давления P_{ijk} и нефтенасыщенности ρ_{ijk} для каждого момента времени τ_k характеризует картину распределения давления и нефтенасыщенности по пласту. Процесс вычисления этих значений связан с необходимостью выполнения большого количества арифметических и логических операций. Осуществление такого вычислительного процесса возможно только с применением ЭВМ.

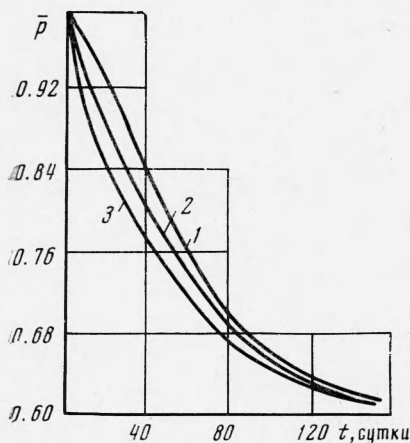
По изложенной схеме был решен пример (на машине «Урал-2») со следующими значениями исходных параметров: $r_2 = 600$ м, $h = 100$ м ($N = 6$), $\Delta\tau = 0.36 \cdot 10^{-2}$ ($\Delta t = 0.5$ час), $\Delta\theta = 1/3$ ($\Delta\varphi = 6^\circ$) или $M = 5$, $n = 6$, $\mu_1 = 0.0125$ спз, $\mu_2 = 2$ спз, $P_0 = 1$ ($p_0 = 100$ ат), $P_1 = 0.6$; $\rho_0 = 1$; $m = 3$.

Эмпирические функции F_1 и F_2 взяты в виде

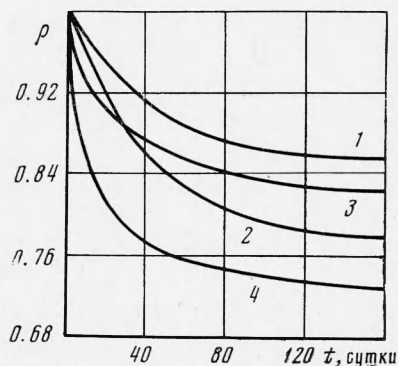
$$F_2 = \rho^3, \quad F_1 = (1 - \rho)^2$$

На основе полученных численных результатов построены графики изменения давления и нефтенасыщенности в зависимости от времени для различных точек пласта. Они представлены на фиг. 1, 2. Точка пласта с координатами $r = 300$ м и $\varphi = 0$ соответствует забою скважины. На фиг. 1 кривая забойного давления совпадает с осью t , а кривая забойной нефтенасыщенности на фиг. 2 соответствует координатам $\varphi = 0$, $r = 300$ м (кривая 4). Видно, что забойная нефтенасыщенность изменяется монотонно и имеет наименьшее значение во все время истощения по сравнению с другими точками пласта. Изменение давления, а также нефтенасыщенности во всех точках пласта происходит монотонно.

Сравнивая кривые 1, 2, 3, соответствующие точкам (0 м, 0), (200 м, 0) и (500 м, 0) на фиг. 1 (для нефтенасыщенности на фиг. 2), убеждаемся, что по мере удаления от скважины по прямой $\varphi = 0$ давление повышается.



Фиг. 1



Фиг. 2

Расчеты показывают, что по мере удаления от скважины по дуге окружности с центром в начале координат, давление также повышается. Это свидетельствует о том, что изменение давления вокруг скважины происходит воронкообразно, причем воронка имеет некруговые сечения. Соответствующие кривые нефтенасыщенности вокруг скважины также воронкообразны.

На точках внешней границы сектора изменение давления и нефтенасыщенности происходит с определенной задержкой. Однако малые размеры сектора, питающего единственную скважину, позволяют быстро охватить влиянием весь сектор. Самая далекая к скважине точка сектора (500 м, 30°) подвергается влиянию скважины приблизительно через 10 суток после пуска батареи в эксплуатацию. Быстрый охват всего пласта влиянием скважин может привести к усиленному выделению газа из нефти. Чтобы предотвратить такое явление, желательно для каждого нового месторождения провести аналогичные расчеты, прежде чем принять решения об установлении величины забойного давления, о количестве скважин в батарее, об определении времени полного истощения и так далее.

Результаты расчетов показывают, что для данного примера полное истощение сектора (или пласта) происходит через 160 суток после пуска батареи.

Поступила 30 VIII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Азимов Б. А., Гаджибалаев Г. Ш. Решение задачи естественного истощения закрытого месторождения нефти с применением метода сеток и электронной цифровой вычислительной машины. За технический прогресс, 1966, № 12.
2. Азимов Б. А., Гаджибалаев Г. Ш. Исследование характера изменения давления и нефтенасыщенности методом сеток при истощении пласта с газированной нефтью. Изв. вузов, Нефть и газ, 1968, № 12.
3. Азимов Б. А., Гаджибалаев Г. Ш., Эфендиева Ф. К. Исследование вопросов движения газированной нефти с применением электронных цифровых вычислительных машин. Тр. АзНИПИнефть, 1972, вып. 23.
4. Гусейнов Г. П. Вопросы снижения пластового давления ниже давления насыщения в процессе разработки нефтяных месторождений. Тр. Азерб. научн.-исслед. ин-та по добыче нефти, 1965, вып. 15.