

## ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М., «Наука», 1969.
2. Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности. М., «Наука», 1966.
3. Фикера Г. Теоремы существования в теории упругости. М., «Мир», 1974.
4. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М., «Мир», 1972.

УДК 539.374

**ЗАДАЧА О ЧИСТОМ СДВИГЕ  
ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ  
МЕЖДУ ДВУМЯ НЕКОАКСИАЛЬНЫМИ  
КРУГОВЫМИ ЦИЛИНДРАМИ**

А. В. Резунов, А. Д. Чернышов

(Воронеж, Винница)

Рассматривается задача о течении вязкопластического материала между двумя некоаксиальными круговыми цилиндрами. Приближенное решение находится с помощью итерационного метода, описанного в [1, 2]. Аналитические методы решения подобных задач рассмотрены в работах [3—5]. В [6, 7] приближенное решение находится с использованием вариационных методов [8].

1. Задача решается в цилиндрической системе координат. Ось  $Oz$  направлена параллельно образующим цилиндров, контуры поперечного сечения которых задаются уравнениями  $R_0 = R_0(\varphi)$ ,  $R_1 = R_1(\varphi)$ . Внешний цилиндр неподвижен, внутренний движется в положительном направлении оси  $Oz$  со скоростью  $v_*$ . В этом случае отлична от нуля лишь одна компонента скорости  $v_z = v(r, \varphi)$ . В рассматриваемом течении компоненты тензора скоростей деформации имеют вид

$$(1.1) \quad e_{rr} = e_{\varphi\varphi} = e_{zz} = e_{r\varphi} = 0, \quad e_{rz} = \frac{r}{2} \frac{\partial v}{\partial r}, \quad e_{\varphi z} = \frac{1}{2r} \frac{\partial v}{\partial \varphi}.$$

Связь между компонентами тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  и компонентами тензора скоростей деформации  $e_{ij}$  для вязкопластической среды с условием пластичности Мизеса запишем в форме [9]

$$(1.2) \quad \sigma_{ij} = \left( \frac{\sqrt{2}k}{\sqrt{e_{kl}e_{kl}}} + 2\mu \right) e_{ij} - p_1 \delta_{ij},$$

где  $p_1$  — гидростатическое давление;  $k$  — предел текучести;  $\mu$  — коэффициент вязкости. Подставляя (1.1) в (1.2), получим

$$(1.3) \quad \sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = -p_1, \quad \sigma_{r\varphi} = 0, \\ \sigma_{rz} = \frac{k + \mu\gamma}{\gamma} \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \sigma_{\varphi z} = \frac{k + \mu\gamma}{r\gamma} \frac{\partial v}{\partial \varphi}, \quad \gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)^2}.$$

Запишем уравнения равновесия

$$(1.4) \quad \frac{\partial p_1}{\partial r} = \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_{rz}}{r} - \frac{\partial p_1}{\partial z} = 0.$$

Из (1.4) следует  $\partial p_1 / \partial z = p = \text{const}$ . Перейдем к безразмерным величинам. Для этого отнесем напряжения к пределу текучести  $k$ , линейные размеры — к величине  $h = \max R_0(\varphi)$ , скорость — к величине  $v_*$ , перепад давления  $p$  — к величине  $k/h$ .

После подстановки (1.3) в (1.4) приходим к уравнению равновесия в безразмерной форме

$$(1.5) \quad H \left( v_{rr} + \frac{v_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{v_r}{r} \right) + \frac{v_{rr}v_{\varphi}^2 - 2v_rv_{\varphi}v_{r\varphi} + v_{\varphi\varphi}v_r^2 + 2v_r\frac{v_{\varphi}^2}{r} + v_r^3}{r^2 \left( v_r^2 + \frac{v_{\varphi}^2}{r^2} \right)^{3/2}} - p = 0,$$

где  $H = \mu v_*/kh$ ;  $v_{\varphi} = \partial v / \partial \varphi$ ;  $v_r = \partial v / \partial r$ .

Граничные условия в рассматриваемой задаче следующие:

$$(1.6) \quad v|_{r=R_0(\varphi)} = 1, \quad v|_{r=R_1(\varphi)} = 0.$$

2. Опишем коротко сущность метода, предложенного в [1, 2], для получения приближенного решения краевой задачи (1.5), (1.6). В уравнении (1.5) от переменных  $r, \varphi$  перейдем к новым переменным  $\xi, \varphi$  с помощью преобразования

$$(2.1) \quad \varphi = \varphi, \quad \xi = f(r, \varphi).$$

Предположим, что преобразование (2.1) выбрано так, что в новых переменных производными от  $v$  по  $\varphi$  и смешанными производными можно пренебречь по сравнению с остальными членами. Тогда для величины  $v$  получим линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

$$(2.2) \quad H \left( \xi_r^2 + \frac{\xi_{\varphi}^2}{r^2} \right) v_{\xi\xi} + H \left( \xi_{rr} + \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{\xi_r}{r} \right) v_{\xi} + \frac{\xi_{rr}\xi_{\varphi}^2 - 2\xi_r\xi_{\varphi}\xi_{r\varphi} + \xi_{\varphi\varphi}\xi_r^2 + 2\xi_r\frac{\xi_{\varphi}^2}{r} + \xi_r^3}{r^2 \left( \xi_r^2 + \frac{\xi_{\varphi}^2}{r^2} \right)^{3/2}} \text{sgn}(v_{\xi}) - p = 0,$$

в которое  $\varphi$  входит как параметр. Предположим также, что преобразование (2.1) таково, что  $\text{sgn}(v_{\xi}) = 1$  и граничные условия имеют вид

$$(2.3) \quad v|_{\xi=0} = 0, \quad v|_{\xi=1} = 1.$$

Решив краевую задачу (2.2), (2.3), найдем первое приближение решения  $v = v^{(1)} = \mathcal{F}(\xi, \varphi)$ . Подставим сюда выражение для  $\xi$  из (2.1)

$$(2.4) \quad v^{(1)} = \mathcal{F}(f(r, \varphi), \varphi) = f_1(r, \varphi).$$

Обозначив теперь в (2.4)  $v^{(1)}$  через  $\xi^{(1)}$ , для нахождения второй итерации решаем задачу (2.2), (2.3) с заменой переменных  $\varphi = \varphi, \xi^{(1)} = f_1(r, \varphi)$ . Аналогично находим последующие итерации.

3. Применим данный метод для решения задачи (1.5), (1.6) в случае, когда  $p = 0$ , контуры поперечного сечения цилиндров заданы в виде

$$(3.1) \quad R_0(\varphi) = 1, \quad R_1(\varphi) = -\varepsilon \cos(\varphi) + \sqrt{R^2 - \varepsilon^2 \sin^2(\varphi)},$$

где  $\varepsilon$  — расстояние между осями цилиндров;  $R$  — безразмерный радиус внешнего цилиндра. В качестве нулевого приближения принималось

$$(3.2) \quad \xi^0 = \frac{r - R_0}{H} + 1 - \frac{R_1 - R_0 + H}{H \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right)} \ln\left(\frac{r}{R_0}\right).$$

Выражение (3.2) соответствует точному решению при  $R_1 = \text{const}$ ,  $R_0 = \text{const}$ . В случае (3.1)  $v(r, \varphi)$  — четная функция  $\varphi$ .

Поэтому достаточно найти решение в прямоугольнике  $D = (0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \varphi \leq \pi)$ .

Решение в  $i$ -м приближении находилось в виде таблицы

$$(3.3) \quad v^{(i)} = \{v_{kj}^{(i)}, \quad 0 \leq k \leq N_0, 0 \leq j \leq N_1\}$$

в узлах сетки  $\omega = \omega_\xi \times \omega_\varphi = \{(\xi_k, \varphi_i), \xi_k = kh_0, 0 \leq k \leq N_0, \varphi_i = ih_1, 0 \leq i \leq N_1\}$ ,  $h_1 = \pi/N_1, h_0 = 1/N_0$ , путем решения при фиксированных  $\varphi_i$  задачи (2.2), (2.3) на основе процедуры сведения ее к двум задачам Коши [10].

При фиксированных  $\varphi_i$  с помощью интерполяции данные таблицы (3.3) пересчитывались в значения таблицы

$$(3.4) \quad \xi^0 = \{\xi_{kj}^0, \quad 0 \leq k \leq N_0, 0 \leq j \leq N_1\},$$

определенные в узлах сетки  $\Omega = \Omega_0 \times \omega_\varphi = \{(v_k^{(i)}, \varphi_l), v_k^{(i)} = kh_0, 0 \leq k \leq N_0, \varphi_l = lh_1, 0 \leq l \leq N_1\}$ , где  $\Omega_0 = \{v_k^{(i)} = kh_0, k = 0, 1, \dots, N_0, h_0 = 1/N_0\}$ . Для получения последующих приближений необходимо дифференцировать решение, полученное на предыдущем шаге итерационного процесса. С этой целью решение в виде таблицы (3.4) заменялось решением в виде

$$(3.5) \quad \xi^0 = \sum_{k=0}^M a_k(v^{(i)}) \cos(k\varphi), \quad M \leq N_1.$$

Для нахождения коэффициентов  $a_k(v^{(i)})$  значения таблицы (3.4) сглаживались тригонометрическими полиномами по методу наименьших квадратов по переменной  $\varphi$  при фиксированных значениях  $v^{(i)}$  в узлах сетки  $\Omega_0$ . При этом для каждого  $a_k$  в узлах этой сетки получалась таблица значений, по которой строился интерполяционный многочлен.

Наиболее устойчивая сходимость наблюдается, если  $M$  придавать последовательно значения 1, 2... и для каждого фиксированного  $M$  добиваться сходимости итерационного процесса. Часто большой эффект дает применение в узлах сетки  $\Omega$  преобразования Эйткена — Стеффенсена ( $\delta^2$ -преобразования) [11].

В работе ставилась также задача нахождения значений  $H_*$ , где  $H_*$  — критическое значение для  $H$ , соответствующее началу зарождения застойной зоны, в зависимости от величины  $\varepsilon$ . При  $H = H_*$  в точке зарождения застойной зоны  $X_* = \{r = R + \varepsilon, \varphi = \pi\}$  имеем  $v_r^2 + v_\varphi^2/r^2 = 0$ , а во всех остальных точках течения  $v_r < 0$  [9]. Эти же условия должны выполняться и для приближенного решения, т. е.  $v_r^{(i)}(X_*) = 0$ . Тогда в точке  $\bar{X}_*$  якобиан преобразования (2.1) обращается в нуль и уравнение (2.2) имеет особенность. В силу этого в методику решения вносятся некоторые изменения. В задаче (2.2), (2.3) сделаем замену

переменных, обратную замену (2.1),  $\varphi = \varphi$ ,  $r = j^{-1}(\xi, r)$ , получим следующую краевую задачу:

$$(3.6) \quad v_{rr} + \left( \frac{\xi_{rr} + \frac{\xi_r^2}{r^2} + \frac{\xi_r}{r}}{\xi_r^2 + \frac{\xi_{\varphi\varphi}^2}{r^2}} \xi_r - \frac{\xi_{rr}}{\xi_r} \right) v_r + \\ + \frac{\xi_{rr}\xi_{\varphi\varphi}^2 - 2\xi_r\xi_{\varphi\varphi}\xi_{r\varphi} + \xi_{\varphi\varphi}\xi_r^2 + 2\xi_r\frac{\xi_{\varphi\varphi}^2}{r} + \xi_r^3}{Hr^2\left(\xi_r^2 + \frac{\xi_{\varphi\varphi}^2}{r^2}\right)^{5/2}} \xi_r^2 = 0, \\ v|_{r=R_0(\varphi)} = 1, \quad v|_{r=R_1(\varphi)} = 0.$$

Эта задача эквивалентна задаче (2.2), (2.3). Ее решаем во всех узлах сетки  $\Omega_\varphi$ , за исключением узла  $\varphi = \pi$ . Дифференциальное уравнение задачи (3.6) при  $\varphi = \pi$  имеет вид

$$(3.7) \quad v_{rr} + \frac{1}{r} \left( \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r\xi_r} + 1 \right) v_r - \frac{1}{Hr} \left( \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r\xi_r} + 1 \right) = 0.$$

Уравнение (1.5) при  $\varphi = \pi$  имеет вид

$$H \left( v_{rr} + \frac{v_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{v_r}{r} \right) - \frac{1}{r} \left( \frac{v_{\varphi\varphi}}{rv_r} + 1 \right) = 0.$$

Положим, что это уравнение верно и для приближенного решения

$$H \left( \xi_{rr} + \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{\xi_r}{r} \right) - \frac{1}{r} \left( \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r\xi_r} + 1 \right) = 0.$$

С учетом последнего уравнения преобразуем уравнение (3.7) и вместо задачи (3.6) при  $\varphi = \pi$  решаем задачу

$$(3.8) \quad v_{rr} + H \left( \xi_{rr} + \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r^2} + \frac{\xi_r}{r} \right) v_r - \xi_{rr} - \frac{\xi_{\varphi\varphi}}{r^2} - \frac{\xi_r}{r} = 0, \\ v|_{r=1} = 1, \quad v|_{r=R+\varepsilon} = 0.$$

Для сглаживания в этом случае используем представление приближенного решения

$$(3.9) \quad v^{(i)}(r, \varphi) = \xi^0(r, \varphi) + \sum_{k=0}^M a_k(t) \cos(k\varphi),$$

где  $t = [r - R_0(\varphi)]/[R_1(\varphi) - R_0(\varphi)]$ , которое предварительно находим в виде таблицы в узлах равномерной сетки  $\Omega_I = \{(t_k, \varphi_i), t_k = kh_0, 0 \leq k \leq N_0, \varphi_i = ih_1, 0 \leq i \leq N_1\}$ . Расчеты по схеме (3.6), (3.8), (3.9) нагляднее, но менее устойчивы, чем в ранее рассмотренном случае. Задача (3.8) не имеет особенности при  $H = H_*$ .

Значение  $\bar{H}_*$  находим следующим образом. Выбираем некоторое  $H_0$  такое, что  $H_0 > \bar{H}_*$ , т. е. для  $H = H_0$  всюду в области течения  $\xi_r < 0$ . Находим приближенное решение задачи  $v(r, \varphi)$  для  $H = H_0$  и, используя представление (3.9), полагаем

$$(3.10) \quad v_r(X_*) = 0.$$

Из (3.10) находим  $H_1$  и ищем решение задачи при  $H = H_1$ . При этом в качестве нулевого приближения берется решение, полученное для  $H = H_0$ , и так поступаем на каждой итерации.

4. Для сравнения задача (1.5) (1.6) решена также методом малого параметра. За малый параметр принимаем величину  $\varepsilon$  и решение ищем в виде

$$(4.1) \quad v = v_0(r, \varphi) + \varepsilon v_1(r, \varphi) + \dots$$

Все величины, входящие в (1.5), (1.6), разлагаем по параметру в степенной ряд и группируем члены при одинаковых степенях  $\varepsilon$ . Граничные условия (1.6) дают следующие условия для функций  $v_0, v_1$ :

$$\left. \begin{aligned} v_0(1, \varphi) = 1, \\ v_0(R, \varphi) = 0 \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} v_1(1, \varphi) = 0, \\ v_1(R, \varphi) = \frac{\partial v_0}{\partial r}(R, \varphi) \cos(\varphi) \end{aligned} \right\}.$$

Решая соответствующие краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, получаем с точностью до  $\varepsilon$  в первой степени

$$(4.2) \quad v = \frac{r-1}{H} + 1 - \left( \frac{R-1}{H} + 1 \right) \frac{\ln r}{\ln R} + \varepsilon \left( c_1 r F \left( 1, 1, 3, \frac{r}{E} \right) + c_2 \frac{E-r}{r} \right) \times \\ \times \cos(\varphi),$$

$$E = \frac{R+H-1}{\ln R}, \quad F(1, 1, 3, x) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{(k+1)(k+2)},$$

$$c_1 = \frac{(E-1)(E-R)}{(E-R)F\left(1, 1, 3, \frac{1}{E}\right) - R^2(E-1)F\left(1, 1, 3, \frac{R}{E}\right)} \frac{1}{H},$$

$$c_2 = \frac{(R-E)F\left(1, 1, 3, \frac{1}{E}\right)}{(E-R)F\left(1, 1, 3, \frac{1}{E}\right) - R^2(E-1)F\left(1, 1, 3, \frac{R}{E}\right)} \frac{1}{H}.$$

Выражение (4.2) дает приближенное решение исходной задачи. Условие возникновения застойной зоны  $v_r(X_*) = 0$  приводит к уравнению для определения  $H_*$

$$\frac{R-E}{HR} + \varepsilon \left( \frac{E}{R^2 H} - c_1 F \left( 1, 1, 3, \frac{R}{E} \right) - \frac{c_1 R}{E} F' \left( 1, 1, 3, \frac{R}{E} \right) + c_2 \frac{E}{R^2} \right) = 0,$$

где

$$F'(1, 1, 3, x) = dF(1, 1, 3, x)/dx.$$

В табл. 1—3 приведены некоторые из полученных результатов при  $R = 2, M = 2-3, N_0 = 8, N_1 = 12, h_2 = 1/64$ . В табл. 1, 2 расчеты проводились для  $\bar{H} = 10$ ;  $v_0, v_1$  — члены разложения в формуле (4.1);  $v^{(1)}$  — решение, соответствующее одной итерации, без последующего сглаживания;  $v$  — предельное значение решения. В табл. 3  $H_*^0, H_*^1$  найдены методом малого параметра с одним и двумя членами в разложении (4.1) соответственно. При  $\varepsilon = 0,1$  за нулевое приближение берем выражение (3.2). Затем, последовательно полагая в (3.5)  $M$  равным 1 и 2, делаем по одному разу  $\delta^2$ -преобразование. Полученное решение берем за нулевое приближение для  $\varepsilon = 0,3$  и делаем по одному  $\delta^2$ -преобразованию для  $M = 2, 3$ .

Таблица 1

$v \backslash \varphi^\circ$	0	45	90	135	180
$v_0$	0,45534	0,44147	0,40774	0,37369	0,35950
$v_1$	0,42039	0,41609	0,40774	0,40241	0,40113
$v^{(1)}$	0,41620	0,41332	0,40641	0,39959	0,39680
$v$	0,41608	0,41323	0,40641	0,39968	0,39692

Таблица 2

$\varepsilon \backslash \varphi^\circ$	0	45	90	135	180	
0,3	$v_1$	0,4748	0,4531	0,4174	0,4090	0,4145
	$v$	0,43495	0,42615	0,40535	0,38536	0,37738
0,5		0,4536	0,4385	0,4031	0,3701	0,3574
0,7		0,4722	0,4504	0,3996	0,3537	0,3369
1		—	0,467	0,391	0,326	0,305

Таблица 3

$\varepsilon$	0,1	0,3	0,5	0,7	1
$II_*$	0,461	0,640	0,863	1,140	1,69
$II_*^0$	0,386	0,386			
$II_*^1$	0,472	0,777			

Полагая в найденном решении  $M = 2$ , берем его за нулевое приближение для  $\varepsilon = 0,5$  и опять делаем по одному  $\delta^2$ -преобразованию для  $M = 2,3$ . Аналогично получаем решение при  $\varepsilon = 0,7$  и  $\varepsilon = 1$ . Так как для осуществления  $\delta^2$ -преобразования необходимо предварительно выполнить две простые итерации, то для получения по вышеизложенной методике результатов, приведенных в табл. 1, 2, достаточно сделать четыре простые итерации для каждого  $\varepsilon$ .

Рассмотренный пример показывает, что итерационный метод, предложенный в [1, 2], оказывается достаточно эффективным для решения задач антиплоской деформации вязкопластической среды в условиях чистого сдвига для различных значений, входящих в задачу параметров.

Поступила 19 V 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Резунов А. В., Чернышов А. Д. Задача о чистом сдвиге вязкопластической среды между двумя цилиндрическими поверхностями. — В кн.: Механика деформируемого твердого тела. Вып. 1. Куйбышев, изд. Куйбыш. ун-та, 1975.
2. Чернышов А. Д. Об одном эвристическом методе решения нелинейных задач эллиптического типа для двухсвязных областей. — ПММ, 1978, т. 42, вып. 2.
3. Листров А. Т., Чернышов А. Д. Об установившемся течении вязкопластической среды при нелинейной вязкости. — Докл. АН СССР, 1964, т. 158, № 4.

4. Мясников В. П. Некоторые точные решения для прямолинейных движений вязкопластической среды. — ПМТФ, 1961, № 2.
5. Соколовский В. В. Продольное перемещение пластической массы между некруговыми цилиндрами. — ПММ, 1959, т. 23, вып. 4.
6. Баничук И. В. Расчет течений вязкопластической среды в трубах методом локальных вариаций. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1966, № 6.
7. Сегал В. И., Свирид Г. П. Исследование кинематического состояния вязкопластического течения методом конечных элементов. — ПМ, 1977, т. 13, № 8.
8. Мосолов П. П., Мясников В. П. Вариационные методы в теории течения вязкопластической среды. — ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
9. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. М., «Наука», 1971.
10. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы анализа. М., «Наука», 1967.
11. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И. Вычислительные методы. Т. 2. М., «Наука», 1977.

УДК 539.374

## О ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

А. И. Иمامутдинов

(Новосибирск)

Данная работа является продолжением работы [1]. Сравнение расчетов с имеющимися данными испытаний дает, как и в [1], удовлетворительное согласие.

Пусть  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$  и  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  — компоненты тензоров деформации и напряжений в плоскости  $z = \text{const}$  (рассматриваем случай плоской деформации). Считая, что пластическое состояние элемента определяется только девиаторами этих тензоров, следуя [1] для определения последних, вводим векторное представление: девиаторы деформаций, напряжений и их приращений представляем в виде векторов  $\Gamma, T, \Delta\gamma, \Delta\tau$  соответственно с полярными координатами  $\Gamma, 2\Omega, \dots, \Delta\tau, 2\varphi$  (фиг. 1)

$$\Gamma = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \varepsilon_{xy}^2}, \quad \text{tg } 2\Omega = \varepsilon_{xy}/(\varepsilon_x - \varepsilon_y),$$

$$\Delta\tau = \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y}{2}\right)^2 + (\Delta\tau_{xy})^2}, \quad \text{tg } 2\varphi = 2\Delta\tau_{xy}/(\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y).$$

Вектор догрузки  $\Delta\tau$  представим суммой простого и ортогонального догрузений  $\Delta\tau = \Delta\tau' + \Delta\tau''$ . Как и в [1], будем считать, что ортогональное догружение  $\Delta\tau''$  ( $\Delta\tau' = 0$ ) вызывает приращение деформаций  $\Delta\gamma_*$ , которое характеризуется двумя величинами: углом  $2\beta_*$  между направлением  $\Delta\gamma_*$  и вектором главного сдвига  $\Gamma$  и «модулем сдвига»  $\mu_t$  по направлению  $\Delta\tau''$

$$(1) \quad \Delta\tau'' = \Delta\tau \sin 2(\vartheta - \alpha) = \mu_t \sin 2\beta_* \Delta\gamma_*. \quad (\vartheta - \alpha = \varphi - \Omega).$$

В отличие от [1] будем также предполагать, что и простое догружение  $\Delta\tau'$  ( $\Delta\tau'' = 0$ ) вызывает приращение деформаций  $\Delta\gamma'_*$ , которое тоже ха-