

# АБСОЛЮТНАЯ И КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КОСОГО ФРОНТА ПЛАМЕНИ В ПОТОКЕ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ ГАЗОВ

С. Г. Котенков, И. С. Шикина

Московский государственный университет, 119899 Москва

Рассматривается влияние касательной к фронту пламени составляющей  $u_\tau$  скорости горючей смеси газа на характер неустойчивости (абсолютной или конвективной) фронта при наличии силы тяжести. При  $u_\tau = 0$  с использованием дисперсионного уравнения Маркштейна для различных безразмерных параметров задачи численно найдена скорость  $v_*$  расширения области, занятой растущими во времени возмущениями фронта пламени. При использовании степенных разложений  $\omega(k)$  приведены приближенные аналитические формулы для  $v_*$ . Неустойчивость конвективная, если  $|u_\tau| > v_*$ , в противном случае она абсолютная.

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, зону медленного горения можно моделировать поверхностью разрыва, разделяющей области течения несжимаемых жидкостей различной плотности [1]. Условием справедливости этой модели является малость скорости фронта по сравнению со скоростью звука. На фронте пламени должны выполняться условия непрерывности потоков массы и импульса и должна дополнительно задаваться скорость движения фронта. Энергетическое соотношение определяет изменение плотности на фронте, которое в рассматриваемом приближении считается заданным.

При исследовании устойчивости фронта пламени в линейном приближении ранее рассматривались возмущения фронта вида  $\zeta(x, t) = a \exp(ikx - i\omega t)$ , где  $k$  — волновое число,  $x$  — координата вдоль фронта,  $\omega$  — частота. Было показано [1–4], что при отсутствии силы тяжести фронт пламени всегда неустойчив, т. е. имеется интервал действительных значений  $k$ , для которых эти возмущения растут во времени ( $\text{Im} \omega(k) > 0$ ). Сила тяжести влияет на скорость роста возмущений и при определенных условиях может стабилизировать течение с фронтом пламени.

Ниже будем рассматривать случай, когда имеет место неустойчивость. Предполагаем, что фронт пламени в потоке газа расположен так, что касательная к фронту составляющая  $u_\tau$  скорости газа отлична от нуля и ее можно считать постоянной вдоль фронта. При этом

на поведение возмущений будет влиять только нормальная к фронту компонента силы тяжести.

Если начальное возмущение локализовано на фронте, то при больших временах оно представляет собой расширяющийся волновой пакет, амплитуда которого растет со временем. При наличии касательной составляющей скорости волновой пакет может сноситься вдоль фронта и встает вопрос о характере неустойчивости: конвективна она или абсолютна [5]. Иначе говоря, если на фронте возникнет малое локализованное возмущение, будет ли оно вынесено из фиксированной области фронта потоком газа или останется и будет расти. Очевидно, что при  $u_\tau \neq 0$  характер неустойчивости определяется соотношением между  $u_\tau$  и скоростью  $v_*$  расширения области фронта, занятой растущими возмущениями в отсутствие касательной составляющей скорости. При  $|u_\tau| < v_*$  неустойчивость абсолютная, при  $|u_\tau| > v_*$  — конвективная.

Ранее величина  $v_*$  была найдена в [5] с использованием приближенного дисперсионного уравнения из [4], и этот результат был использован в [6] для формулирования критерия абсолютной и конвективной неустойчивости.

Ниже представлены результаты численного определения  $v_*$  с использованием дисперсионного уравнения Маркштейна, а также приближенные формулы для  $v_*$ , полученные при использовании степенных разложений  $\omega(k)$ . Показана хорошая точность приближенных формул для большого диапазона безразмерных параметров, определяющих течение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-01153).

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Будем рассматривать задачу устойчивости фронта пламени как задачу Коши. Пусть при  $t = 0$  в некоторой конечной области фронта пламени возникли малые возмущения фронта  $\zeta(x, 0)$ . При  $t > 0$  решение задачи Коши для возмущений  $\zeta(x, t)$  представляется интегралом Фурье

$$\zeta(x, t) = \sum_j \int f(k) \exp(ikx - i\omega_j(k)t) dk. \quad (1)$$

Здесь  $f(k)$  выражено через Фурье-образы начальных возмущений,  $\omega_j(k)$  —  $j$ -я ветвь аналитической функции  $\omega(k)$ , определяемой дисперсионным уравнением.

Если дисперсионное уравнение имеет ветви  $\omega(k)$ , для которых  $\text{Im } \omega(k) > 0$  при  $\text{Im } k = 0$ , то в некоторой области фронта  $\zeta(x, t) \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \infty$ . (Ветви  $\omega(k)$ , для которых  $\text{Im } \omega \leq 0$ , не дают растущего во времени вклада в  $\zeta(x, t)$ .)

Однако асимптотическое поведение интеграла (1) при  $t \rightarrow \infty$  различно вдоль различных лучей  $x = vt$  в плоскости  $(x, t)$ , что соответствует различному поведению возмущений в системах координат, движущихся вдоль фронта со скоростью  $v$ . В плоскости  $(x, t)$  можно указать сектор, внутри которого при  $t \rightarrow \infty$  возмущения растут, а вне его — затухают. Границы сектора определяют скорости расширения области фронта пламени, занятой при  $t \rightarrow \infty$  растущими возмущениями. При  $u_\tau = 0$  эти скорости отличаются знаком, требуется найти их значения.

Неустойчивость фронта пламени впервые доказана Ландау [1] в предположении, что скорость распространения фронта пламени относительно газа постоянна. Дисперсионное уравнение [1] в отсутствие касательной составляющей скорости и силы тяжести имеет вид

$$\omega = \pm iA(\alpha)ku_n, \quad (2)$$

$$A(\alpha) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left( \sqrt{1 + \alpha - \frac{1}{\alpha}} - 1 \right), \quad \text{Re } k > 0.$$

Здесь  $\alpha = \rho_1/\rho_2 > 1$ ;  $\rho_1, \rho_2$  — плотности горючей смеси и продуктов горения;  $u_n$  — невозмущенная нормальная скорость распространения фронта по горючей смеси. Согласно (2) возмущения при всех действительных значениях  $k$  растут во времени, причем  $\text{Im } \omega \rightarrow \infty$  при

$k \rightarrow \infty$ . Иными словами, задача Коши в постановке Ландау некорректна, и в этой постановке критическая скорость  $v_*$  не может быть найдена.

Чтобы сделать задачу Коши корректной, Маркштейн [2] выдвинул предположение, что скорость  $\tilde{u}_n$  распространения искривленного фронта по несгоревшему газу линейно зависит от кривизны фронта  $\chi$ , так что

$$\tilde{u}_n = u_n(1 - \mu\chi).$$

Здесь  $\mu$  — феноменологическая постоянная Маркштейна, имеющая размерность длины. Знак кривизны  $\chi$  определен таким образом, что при  $\mu > 0$  вогнутый относительно несгоревшего газа фронт ускоряется, а выпуклый — замедляется. Физически это предположение связано с учетом влияния толщины фронта на процессы внутри искривленного фронта. Далее будем считать, что  $\mu > 0$ , поскольку при  $\mu < 0$  неустойчивыми являются все длины волн и их максимальный инкремент не ограничен.

Дисперсионное уравнение Маркштейна [2] определяет двужначную аналитическую функцию  $\omega(k)$ , которая в безразмерных переменных с учетом ускорения силы тяжести  $g$  может быть записана в виде

$$\Omega = iK \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ -1 - K + \sqrt{\frac{\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha} + K^2 - 2\alpha K - \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \frac{G}{K}} \right], \quad (3)$$

$$\text{Re } K > 0, \quad \Omega = \frac{\omega\mu}{u_n}, \quad K = \mu k, \quad G = \frac{\mu g}{u_n^2}.$$

Здесь считается, что сила тяжести направлена перпендикулярно фронту пламени, причем  $G > 0$ , если вектор  $\mathbf{g}$  направлен в сторону холодной смеси, и  $G < 0$ , если  $\mathbf{g}$  направлен в сторону продуктов горения.

При  $0 \leq G < G_* \equiv (\alpha - 1)/8$  растущей во времени нормальной моде  $\Omega(K)$  соответствует в (3) ветвь квадратного корня, действительная часть которой положительна при  $\text{Re } K > 0$ . Для этой моды  $\text{Im } \Omega(K) > 0$  при действительных значениях  $K$ , лежащих в интервале неустойчивости  $(K_1, K_2)$ ,

$$K_1 = [(\alpha - 1)/4\alpha][1 - \sqrt{1 - 8G/(\alpha - 1)}],$$

$$K_2 = [(\alpha - 1)/4\alpha][1 + \sqrt{1 - 8G/(\alpha - 1)}].$$

Максимальный инкремент этой моды ограничен. При  $G \geq G_*$  сила тяжести стабилизирует фронт пламени, так как для обеих ветвей корня  $\text{Im } \Omega(K) \leq 0$ . При  $G < 0$  сила тяжести дестабилизирует пламя (аналог неустойчивости Рэлея — Тейлора), в этом случае  $\text{Im } \Omega > 0$  для  $K \in (0; K_2)$ .

Далее будет изучена асимптотика интеграла (1) с использованием растущей моды уравнения Маркштейна при  $0 \leq G < G_*$ .

Предварительно сделаем следующие замечания.

(а) Как известно [7], при преобразовании Фурье действительных функций можно ограничиться интегралом только по положительным значениям переменной  $k$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(k)e^{ikx} dk = 2 \text{Re} \int_0^{\infty} f(k)e^{ikx} dk,$$

поскольку для образа Фурье действительных функций справедливы равенства

$$\text{Im } f(-k) = -\text{Im } f(k), \quad \text{Re } f(-k) = \text{Re } f(k).$$

Это верно в каждый момент времени  $t$  для решений, представляемых интегралом Фурье.

(б) Из (3) следует, что аналитическая функция  $\Omega(K)$  имеет в полуплоскости  $\text{Re } K \geq 0$  четыре действительные неотрицательные точки ветвления  $K_{в,i}$ ,  $i = \overline{1,4}$ . Из них  $K_{в,1}$ ,  $K_{в,2}$  лежат правее интервала неустойчивости  $(K_1, K_2)$ ,  $K_{в,3} > 0$  — левее него, а  $K_{в,4} = 0$ . Для выделения однозначной ветви  $\Omega(K)$  проведем разрезы по оси  $\text{Re } K$ , один из которых соединяет точки  $K_{в,1}$  и  $K_{в,2}$ , а другой —  $K_{в,3}$  и  $K_{в,4}$ . Такое расположение разрезов никак не скажется на дальнейших рассуждениях, поскольку разрезы находятся в области  $\text{Im } \Omega(K) < 0$  и не могут повлиять на растущую часть решения.

(в) В отсутствие силы тяжести скорость  $v_*$  расширения области фронта пламени, занятой растущими возмущениями, не может зависеть от параметра Маркштейна  $\mu$ . Действительно, из анализа размерностей следует, что  $v_*$  пропорциональна  $u_n$  с коэффициентом, зависящим в этом случае от единственной безразмерной величины  $\alpha$ , имеющейся в постановке задачи. Это утверждение также будет очевидно далее из вычислений, основанных на уравнении (3), в которое  $\mu$  не входит явным образом при  $G = 0$  и принятом выборе масштабов для  $\Omega$  и  $K$ . Очевидно,  $\mu$  влияет на темп роста

возмущений. При учете силы тяжести безразмерная скорость  $V_* = v_*/u_n$  зависит от  $G$  и  $\alpha$ .

С учетом сделанных замечаний растущую во времени часть  $\zeta(x, t)$  из (1) перепишем в безразмерном виде:

$$\tilde{\zeta}(x, T) = 2 \text{Re} \int_0^{\infty} f(K) \exp(iKX - i\Omega(K)T) dK, \quad (4)$$

$$\tilde{\zeta} = \zeta/\mu, \quad X = x/\mu, \quad T = u_n t/\mu,$$

где  $\Omega(K)$  — указанная выше неустойчивая мода уравнения (3).

Рассмотрим поведение возмущений (4) вдоль всевозможных лучей  $X = VT$  при  $T \rightarrow \infty$ . При этом показатель экспоненты в подынтегральном выражении (4) примет вид  $i\Omega'(K)T$ , где  $\Omega'(K) = \Omega - KV$  — частота в системе координат, движущейся со скоростью  $V$ .

Асимптотику интегралов такого вида можно найти, используя метод перевала [7]. Согласно этому методу асимптотику (4) определяет седловая точка  $K_s$  гармонической функции  $\text{Im } \Omega'(K)$ , которая препятствует смещению контура интегрирования с полуоси  $\text{Re } K \geq 0$  в комплексную плоскость  $K$  в сторону уменьшения функции  $\text{Im } \Omega'(K)$ . Поэтому при использовании метода перевала необходимо знать «рельеф»  $\text{Im } \Omega'(K)$  на комплексной плоскости  $K$ . В седловых точках  $d\Omega'/dK = 0$ , т. е. эти точки определяются уравнениями

$$\text{Re} \frac{d\Omega}{dK} = V, \quad \text{Im} \frac{d\Omega}{dK} = 0. \quad (5)$$

При  $T \rightarrow \infty$  главный член асимптотики интеграла (4) имеет вид

$$\tilde{\zeta} \sim \exp(-i\Omega'_s T)/\sqrt{T}, \quad \Omega'_s = \Omega(K_s) - VK_s,$$

$$\left. \frac{d^2\Omega'}{dK^2} \right|_{K=K_s} \neq 0.$$

Рост или затухание возмущений вдоль каждого из лучей  $X = VT$  определяется знаком  $\text{Im } \Omega'_s$ , который зависит от  $V$ , так что возмущения имеют вид расширяющегося волнового пакета. Значение  $|V| = V_*$ , при котором  $\text{Im } \Omega'_s = 0$ , является критическим. Оно определяет безразмерную скорость границ волнового пакета  $V_*$  в отсутствие касательной составляющей скорости.

**СКОРОСТЬ РАСШИРЕНИЯ  
ВОЛНОВОГО ПАКЕТА ПРИ  $u_\tau = 0$**

Для простоты вычислений рассмотрим сначала случай отсутствия силы тяжести ( $G = 0$ ) и вместо дисперсионного уравнения Маркштейна используем приближенное уравнение, которое представляет собой степенное разложение растущей ветви  $\Omega(K)$  из (3).

Если ограничиться членами порядка  $K^2$ , то это разложение имеет вид

$$\Omega = i(A(\alpha)K - B(\alpha)K^2) \equiv \Omega_0(K), \quad \text{Re } K > 0, \quad (6)$$

где  $B(\alpha) = [\alpha/(\alpha+1)][1 + \alpha\sqrt{\alpha/(\alpha^2 + \alpha - 1)}] > 0$ ,  $A(\alpha)$  определено в (2). Это приближение тем точнее, чем меньше тепловое расширение  $\alpha - 1$  газа во фронте пламени, поскольку при этом интервал неустойчивых длин волн также мал. При  $\alpha - 1 = \varepsilon \ll 1$  имеем  $A(\alpha) = (\alpha - 1)/2$ ,  $B(\alpha) \simeq 1$ , и в этом случае уравнение (6) совпадает с дисперсионным уравнением из [4].

Согласно (6) фиксированному значению  $V$  соответствует в комплексной полуплоскости  $\text{Re } K \geq 0$  единственная седловая точка  $K_{s,0}(V) = (A + iV)/2B$  функции  $\text{Im } \Omega'_0(K) = \delta \text{Im}(\Omega_0 - KV)$ . При  $V = 0$  седловая точка действительна, и в ней

$$\text{Im } \Omega'_{0,s} = \max_{\text{Re } K} \text{Im } \Omega_0 > 0.$$

С ростом  $|V|$  значение  $\text{Im } \Omega'_{0,s}(V)$  уменьшается и при  $|V| = V_0 \equiv A(\alpha)$  обращается в нуль. При дальнейшем увеличении  $|V|$  величина  $\text{Im } \Omega'_{0,s}$  становится отрицательной. Деформируя путь интегрирования в (4) с интервала неустойчивости  $(0, A/B)$  оси  $\text{Re } K$  в путь, проходящий через седловую точку  $K_{s,0}$  по линии наискорейшего спуска, при  $T \rightarrow \infty$  находим, что  $\tilde{\zeta}(X, T) \rightarrow \infty$  при  $|V| < A(\alpha)$  и  $\tilde{\zeta} \rightarrow 0$  при  $|V| \geq A(\alpha)$ .

Таким образом, в этом приближении, т. е. при квадратичной аппроксимации функции  $\Omega(K)$ , для скорости расширения волнового пакета имеем  $V_* = A(\alpha)$ , где функция  $A(\alpha)$  определяет инкремент Ландау в уравнении (2). Такой же результат ранее был получен в [8].

Учтем теперь в разложении  $\Omega(K)$  член порядка  $K^3$ . Рассматривая его как поправку  $\Delta\Omega(K)$  к  $\Omega_0$ , определим поправки  $\Delta K_s$  и  $\Delta V$  к найденным значениям  $K_{s,0}$  и  $V_0$ . Имеем

$$\Delta\Omega(K) = -iK^3 C(\alpha),$$

$$0 < C(\alpha) = \frac{\alpha(\alpha - 1)^2}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + \alpha - 1}} \sim \varepsilon^2.$$

Из условия  $\text{Im } \Omega'_s = 0$  находим  $\Delta V = \text{Im } \Delta\Omega(K_{s,0}) / \text{Im } K_{s,0}$ . В этом приближении для скорости расширения волнового пакета имеем

$$V_n(\alpha, G = 0) = A(\alpha)[1 + A(\alpha)C(\alpha)/2B^2(\alpha)] \sim \sim A(\alpha)(1 + \varepsilon^3/8). \quad (7)$$

Рассмотрим случай  $0 < G < G_*$ , когда сила тяжести уменьшает скорость роста возмущений. При этом согласно (3) интервал  $(K_1, K_2)$  неустойчивых действительных значений  $K$  и максимум  $\text{Im } \Omega(K)$  на этом интервале уменьшаются по сравнению со случаем  $G = 0$ , а точка максимума  $\text{Im } \Omega(K) > 0$  близка к центру интервала неустойчивости. Аппроксимируя растущую ветвь  $\Omega(K)$  из (3) параболой с вершиной в точке  $K_c = (K_1 + K_2)/2$ , получаем приближенное дисперсионное уравнение

$$\Omega(K) = i(PK^2 + QK + R).$$

Формулы для функций  $P < 0$ ,  $Q, R > 0$ , зависящих от  $\alpha$  и  $G$ , здесь не приводятся ввиду их громоздкости. Для критической скорости  $V_*$  получается приближенное значение  $V_n$ :

$$V_n(\alpha, G) = \sqrt{Q^2 - 4PR}. \quad (8)$$

Для точного уравнения Маркштейна (3) при  $0 \leq G < G_*$  скорость  $V_*$  расширения волнового пакета находилась численно. Линии  $\text{Im } \Omega' = \text{const}$  в комплексной полуплоскости  $\text{Re } K \geq 0$  строились с использованием программы Математика 3.0. При больших значениях  $|K|$  их поведение исследовалось аналитически.

При  $V = 0$  седловой является точка  $K_*$ , в ней  $\text{Im } \Omega'(K_*) = \max_{\text{Re } K} \text{Im } \Omega(K)$ . С ростом  $|V|$  седловая точка  $K_s(V)$  движется по линии, которая мало отклоняется от прямой  $\text{Re } K_s = K_*$ . При изменении знака  $V$  меняется знак  $\text{Im } K_s$ . Значение  $V_*$  определялось из условия  $\text{Im } \Omega'_s = 0$ . С ростом  $G > 0$  критическая скорость  $V_*(\alpha, G)$  при фиксированном значении  $\alpha$  уменьшается, и при  $G \rightarrow G_*$  имеем  $V_* \rightarrow 0$ . Линии  $\text{Im } \Omega' = \text{const}$  представлены на рис. 1, 2.

Численные значения скорости расширения  $V_*$  волнового пакета, рассчитанной для дисперсионного уравнения Маркштейна, приведены в таблице. Там же даны ее приближенные значения  $V_0 = A(\alpha)$ ,  $V_n(\alpha, G)$ , вычисленные по формулам (2), (7), (8).

$G$	$\alpha = 1,1$ $G_* = 0,012$ $A = 0,048$	$\alpha = 1,5$ $G_* = 0,06$ $A = 0,212$	$\alpha = 3$ $G_* = 0,25$ $A = 0,686$	$\alpha = 5$ $G_* = 0,5$ $A = 1,174$	$\alpha = 10$ $G_* = 1,125$ $A = 2,029$
0	$V_n = 0,048$ $V_* = 0,048$	$V_n = 0,213$ $V_* = 0,213$	$V_n = 0,710$ $V_* = 0,710$	$V_n = 1,252$ $V_* = 1,257$	$V_n = 2,320$ $V_* = 2,365$
0,01	$V_n = 0,022$ $V_* = 0,022$	$V_n = 0,197$ $V_* = 0,197$	$V_n = 0,698$ $V_* = 0,698$	$V_n = 1,242$ $V_* = 1,246$	$V_n = 2,313$ $V_* = 2,358$
0,1	—	—	$V_n = 0,575$ $V_* = 0,575$	$V_n = 1,153$ $V_* = 1,153$	$V_n = 2,254$ $V_* = 2,292$
0,2	—	—	$V_n = 0,360$ $V_* = 0,357$	$V_n = 1,036$ $V_* = 1,031$	$V_n = 2,183$ $V_* = 2,213$
0,4	—	—	—	$V_n = 0,673$ $V_* = 0,663$	$V_n = 2,024$ $V_* = 2,035$
0,6	—	—	—	—	$V_n = 1,829$ $V_* = 1,818$
1	—	—	—	—	$V_n = 1,092$ $V_* = 1,066$

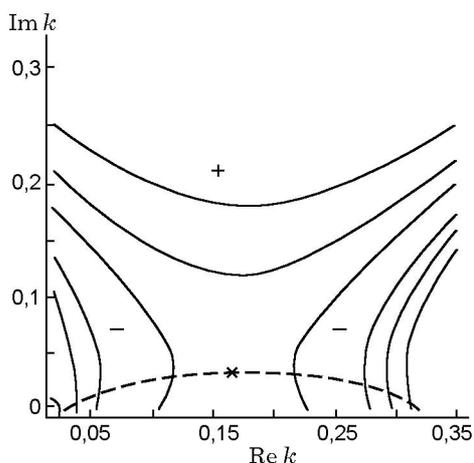


Рис. 1. Линии уровня  $\text{Im } \Omega'_0$  в комплексной полуплоскости  $\text{Re } K \geq 0$  при  $0 < V < V_*$ :

$G = 0,1, \alpha = 3$ ;  $\text{Im } \Omega' > 0$  для действительных значений  $K \in (K_1, K_2)$ ;  $K_1 = 0,04, K_2 = 0,3$ ; штриховой линией показана деформация пути интегрирования; знаки  $\pm$  указывают области положительных и отрицательных значений  $\text{Im}(\Omega' - \Omega'_s)$

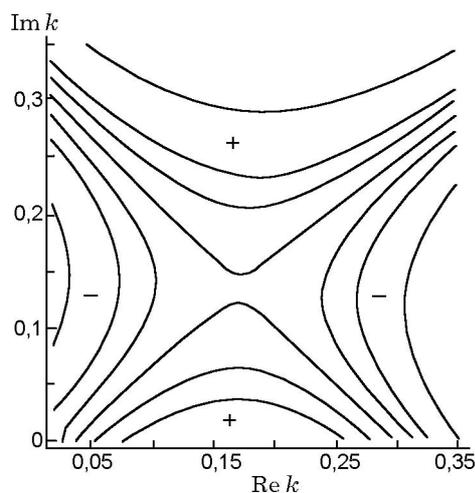


Рис. 2. Линии уровня  $\text{Im } \Omega'_0$  при  $V = V_*$ :  $G = 0,1, \alpha = 3$ ; в седловой точке  $\text{Im } \Omega'_{0,s} = 0$

Расчеты показали, что приближение  $V_0 = A(\alpha)$  дает несколько заниженное значение критической скорости  $V_*(\alpha, G = 0)$ . Погрешность монотонно растет с ростом  $\alpha$ , при  $\alpha = 10$  она равна 14 %. Значения  $V_n$ , вычисленные по формуле (7) для  $G = 0$  и по формуле (8) для  $G > 0$ , при  $\alpha \leq 3$  совпадают с определенными численно значениями  $V_*$  с точностью до третьего знака после запятой. С ростом  $\alpha$  погрешность растет, но не превышает 4 % для всех значений  $G$ .

Заметим, что устойчивость зоны горения изучалась в [9] путем численного решения спектральной задачи для малых возмущений системы уравнений гидродинамики, учитывающей вязкость, теплопроводность и кинетику тепловыделения в химической реакции. Приведенные в [9] в безразмерных переменных кривые зависимости  $\text{Im } \Omega$  от действительных значений  $K$  для ряда значений параметров (кривые 2, 3 на рис. 2 в [9]) близки к параболам, проходящим через начало координат. Кроме того, как указывают авторы [9], для очень длинных волн с большой точностью справедлива формула Лан-

дау (2). В этом случае, как показано выше, безразмерная скорость расширения волнового пакета с хорошей точностью равна  $A(\alpha)$  из формулы (2).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Критерий, различающий абсолютную и конвективную неустойчивости фронта пламени, легко сформулировать, зная скорость расширения растущего волнового пакета [6].

Пусть  $\vartheta$  — угол отклонения фронта пламени от прямого скачка, нормального к скорости потока, а  $u$  — скорость набегающего на неподвижный скачок газа. Тогда нормальная и касательная к фронту составляющие набегающего потока соответственно равны

$$u_n = u \cos \vartheta, \quad u_\tau = u \sin \vartheta = u_n \operatorname{tg} \vartheta.$$

Неустойчивость будет конвективной при выполнении неравенства  $|u_\tau| > v_*$ , т. е. при  $|\operatorname{tg} \vartheta| > V_*(\alpha, G)$ . При обратном знаке неустойчивость будет абсолютной.

Из полученных выше результатов следует, что для пламен, на фронте которых коэффициент теплового расширения мал, неустойчивость станет конвективной уже при малом отклонении фронта пламени от прямого. Конвективным типом неустойчивости фронта пламени, по-видимому, можно объяснить существование гладких пламен, наблюдаемых в эксперименте.

Отметим, что введение постоянной Маркштейна делает задачу Коши корректной. Значение этой постоянной определяет амплитуду волнового пакета, но при  $G = 0$  не влияет на скорость его расширения и, следовательно, на критерий конвективной неустойчивости. Аналогичная ситуация имеет место при определении характера неустойчивости Кельвина — Гельмгольца в отсутствие силы тяжести, но при учете поверхностного натяжения [10].

Использование других дисперсионных уравнений может привести к изменению скорости расширения волнового пакета и соответствующему изменению условий абсолютной и конвективной неустойчивости.

Авторы благодарят А. Г. Куликовского за постановку задачи и полезные обсуждения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6: Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
2. Markstein G. H. Experimental and theoretical studies of flame front stability // J. Aeronaut. Sci. 1951. V. 18, N 3. P. 199–220.
3. Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.
4. Sivashinsky G. I. Nonlinear analysis of hydrodynamic instability in laminar flames. Pt I. Derivation of basic equations // Acta Astronaut. 1977. V. 4. P. 1177–1206.
5. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Теоретическая физика. Т. 10: Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
6. Куликовский А. Г., Шикина И. С. Об условиях неустойчивости фронта пламени в слабонеоднородном потоке // Изв. РАН. МЖГ. 2000. Вып. 5. С. 12–19.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
8. Kuznetsov E. A., Minaev S. S. Velocity of coherent structure propagation on the flame surface // Advanced Computation and Analysis of Combustion. Moscow: ENAS Publishers, 1997. P. 397–403.
9. Либерман М. А., Бычков В. В., Гольберг С. М. Об устойчивости пламени в поле силы тяжести // ЖЭТФ. 1993. Т. 104, вып. 2(8). С. 2685–2703.
10. Куликовский А. Г., Шикина И. С. Об асимптотическом поведении локализованных возмущений при неустойчивости Кельвина — Гельмгольца // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. Вып. 2. С. 23–30.

Поступила в редакцию 30/V 2000 г.