

## К ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОТОКЕ ГАЗОВ<sup>1</sup>

Я. Б. Зельдович  
(Москва)

Вопрос о горении пороха в потоке газов представляет большой теоретический и практический интерес. Теоретическое значение связано с тем, что разные теории горения пороха приводят к различным выводам и благодаря этому соответствующие опыты дают возможность установить, какая из теорий правильная. Практическое значение вопроса наиболее велико во внутренней баллистике пороховых ракет, так как в камере сгорания ракеты потоки газов, устремляющиеся от поверхности пороха к соплу, проходят через всю камеру, омывая горящую поверхность пороха. В результате экспериментальных работ Победоносцева, выполненных еще в 1937 г., было дано чрезвычайно существенное обобщение: характер горения и максимальное давление в камере сгорания были поставлены в зависимость от отношения поверхности пороха к свободному сечению камеры, от которого зависит скорость газов в камере (критерий Победоносцева  $P$ ).

Природа влияния  $P$  на внутреннюю баллистику пороховой ракеты была вскрыта в работах О. И. Лейпунского, Я. Б. Зельдовича, Г. А. Барского, где было показано, что поток продуктов горения увеличивает скорость горения пороха. Явление это, открытое О. И. Лейпунским в 1942 г., получило название раздувания [1] (в иностранной литературе сейчас употребляется термин «эрозионное горение»).

Согласно современным представлениям, поток продуктов горения, пронесшийся вдоль поверхности пороха, существенно влияет на процессы тепло- и массопередачи в приповерхностном слое газа. С одной стороны, турбулентный теплообмен подводит к поверхности пороха добавочное и возрастающее с увеличением скорости потока количество тепла, а скорость прогрева и газификации пороха зависит именно от скорости подачи тепла из газа к поверхности. С другой стороны, турбулизация слоя, в котором идет реакция, увеличивает эффективную теплопроводность газа, чем увеличивает скорость горения, т. е. скорость выделения тепла от превращения продуктов газификации в конечные продукты реакции. Физическая причина увеличения скорости горения заключается не в увеличении скорости самой химической реакции, а в расширении, благодаря усиленному перемешиванию и теплообмену, зоны, в которой протекает эта реакция.

<sup>1</sup> В статью вошли материалы отчета Института химической физики АН СССР за 1944 г.

За неполные тридцать лет, прошедшие со времени открытия раздувания, было выполнено немало теоретических и экспериментальных исследований этого явления как для баллистических, так и для смешанных порохов [2—11]. Метод, излагаемый в настоящей работе и предложенный автором в 1944 г., сохранил, тем не менее, качества, благодаря которым он остался конкурентоспособным с другими подходами: конкретность физической постановки задачи и возможность расчета эффекта количественно, с точностью до констант, на основе общих свойств турбулентного потока. Этим методом найдена зависимость относительной скорости горения (т. е. коэффициента раздувания отношения скорости горения в потоке к скорости горения без потока при равном давлении) от критерия Победоносцева.

Эта зависимость удовлетворительно согласуется в практически важной области при  $P \leq 200$  с опытными данными, полученными О. И. Лейпунским и Г. А. Барским. Рассмотрено влияние других факторов — давления, температуры, размеров — на кривую раздувания.

§ 1. Современная теория турбулентного потока сочетает приближенные качественные представления о характере движения с выводами теории размерности и теории подобия, широко привлекая экспериментальный материал для определения тех численных коэффициентов, которые не могут быть вычислены строго и не следуют из теории размерности.

Основная общая особенность турбулентного потока, отмеченная еще Рейнольдсом, заключается в том, что наряду с движением в заданном направлении (осредненным движением, например движением параллельно оси в случае жидкости, текущей по трубе) частицы жидкости испытывают еще хаотическое (пульсационное) движение, как совпадающее по направлению с первым, так и перпендикулярное ему. Осредненное движение характеризуется определенным пучком линий тока, не меняющихся со временем и не пересекающихся между собой; истинное движение, как показали наблюдения Рейнольдса над окрашенными струйками жидкости, характеризуется извилистыми и все время изменяющимися линиями тока. Это истинное движение можно представить как движение по линиям тока осредненного движения, сопровождающееся частыми переходами с одной линии тока на другую. Различные линии тока отличаются различной средней скоростью движения и различной температурой, поэтому переходы с одной линии тока на другую сопровождаются обменом и выравниванием температуры в потоке. Таким образом, турбулентное движение характеризуется дополнительной вязкостью и теплопроводностью, так как к хаотическому движению молекул, от которого зависит молекулярная вязкость и теплопроводность, добавляется хаотическое перемещение отдельных больших (содержащих множество молекул) частиц жидкости с одной линии тока на другую. По замечанию Прандтля, справедливому для широкого класса потоков, дополнительная (турбулентная) теплопроводность и вязкость находится как раз в соотношении, равном удельной теплоемкости текущего газа или жидкости. В обычных условиях при отсутствии в жидкости источников тепла такое отношение обеспечивает подобие кривых распределения температуры и скорости. В вопросах теории горения, в частности в случае горения пороха, подобия распределения температуры и распределения скорости не будет, так как в газе происходит выделение теплоты химической реакции, т. е. процесс, не имеющий аналога для скорости.

Из кривых распределения температуры или скорости для обычного (в отсутствие горения) потока можно определять полную молекулярную

и турбулентную вязкость и теплопроводность газа в потоке вблизи твердой поверхности. Действительно, пусть изучение потока в трубе дает коэффициент сопротивления  $\zeta$  и распределение скорости в зависимости от расстояния от стенки трубы  $w(x)$ . Зная коэффициент сопротивления, определим силу трения потока о стенки трубы  $\tau$ :

$$\tau = \frac{\zeta}{8} \rho \overline{w^2},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости. Вблизи поверхности эта сила передается без изменения от одного слоя жидкости другому; напишем ньютоновское выражение срезающего напряжения в вязкой жидкости, формально обозначая через  $\eta_{\Sigma}$  полную вязкость (сумму молекулярной и турбулентной вязкости),

$$\tau = \eta_{\Sigma} \frac{dw}{dx}. \quad (1)$$

Последнее выражение дает возможность по экспериментальным данным найти вязкость. Полная теплопроводность газа  $\lambda_{\Sigma}$  находится в постоянном отношении к полной вязкости, так как это отношение практически одинаково для молекулярной и турбулентной части. (Строго говоря, чтобы это выполнялось, число Прандтля в газе должно быть равно единице, что и будет предполагаться в дальнейшем.)

Отсюда найдем:

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{c_p \tau}{dw/dx},$$

где  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении.

Найденной величиной теплопроводности и зависимостью ее от расстояния до поверхности можно воспользоваться при решении тепловой задачи о горении пороха, т. е. о распределении тепловых потоков и температуры в газе, в котором идет экзотермическая химическая реакция.

Однако при этом следует иметь в виду следующее. Выделение теплоты реакции меняет распределение температуры, от которого зависят тепловые потоки. Нельзя даже в первом приближении непосредственно переносить на горение пороха данные о турбулентном теплообмене при заданных скорости потока и разности температур в обычных условиях. Такое непосредственное использование законов турбулентного теплообмена можно рассматривать лишь для определения порядка величины, но не характера зависимости.

Весьма затруднителен теоретический учет двух обстоятельств:

1. В слое между поверхностью пороха и зоной окончания химической реакции температура, плотность, вязкость и теплопроводность газа переменны.

2. Поверхность пороха после изготовления обладает определенной шероховатостью; многочисленные опыты, начиная с опытов Г. А. Барского, показали, что в области больших скоростей потока при горении возникает увеличенная шероховатость.

Вследствие неполного учета этих обстоятельств в предполагаемой теории, а также вследствие недостаточных сведений о механизме реакций горения пороха нельзя ожидать полного количественного совпадения полученных в работе результатов с опытными данными.

§ 2. Напомним математическую сторону теории горения пороха в отсутствие потока газов и влияния турбулентности.

Процесс будем рассматривать в системе координат, где зона горения находится в спокойном состоянии, так что все распределение тем-

пературы стационарно. В этой системе продукты газификации пороха движутся в зону горения со скоростью  $v$ , которая связана со скоростью горения  $u$  (скоростью движения пороха) соотношением, следующим из закона сохранения вещества

$$u\rho_s = v\rho = m,$$

где  $\rho_s$  — плотность пороха;  $\rho$  — плотность газа, зависящая от температуры и состава газа и, следовательно, переменная в зоне горения. Таким образом, скорость движения  $v$  меняется в зоне горения, достигая максимального значения  $v_m$  по окончании реакции, когда плотность равна  $\rho_m$ . Постоянное по всей зоне произведение скорости на плотность, обозначенное  $m$ , именуется массовой скоростью горения.

Уравнение теплопроводности при стационарном распределении температуры в движущемся газе, в котором идет химическая реакция, имеет вид:

$$-\frac{d}{dx} \lambda \frac{dT}{dx} + v\rho c_p \frac{dT}{dx} = \Phi,$$

где  $\Phi$  есть объемная скорость тепловыделения. Граничные условия, с которыми решается это уравнение: на границе с твердым порохом температура равна  $T_s$ , поток тепла в порох в единицу времени соответствует расходу тепла на газификацию  $m$  грамм пороха, находящегося первоначально при температуре  $T_0$ :

$$x = 0, \quad T = T_s, \\ \lambda \frac{dT}{dx} = m [c_s (T_s - T_0) + L] = mQ_\Sigma,$$

где  $c_s$  — теплоемкость пороха;  $L$  — скрытая теплота газификации<sup>1</sup>;  $T_s$  — температура газификации;  $Q_\Sigma = [c_s (T_s - T_0) + L]$  — полная затрата тепла газификации 1 г пороха. На достаточном расстоянии от поверхности пороха химическая реакция полностью заканчивается при максимальной температуре горения  $T_b$ , отвечающей полному превращению химической энергии в тепловую:

$$x \rightarrow \infty, \quad T = T_b, \quad \frac{dT}{dx} = 0. \quad (2)$$

Уравнение диффузии, определяющее распределение концентрации реагирующих веществ, можно не писать, так как для смеси газов близкого молекулярного веса (этим предположением будем пользоваться) уравнение диффузии, подобно уравнению теплопроводности, и распределение концентрации связано с распределением температуры линейным соотношением. Величина  $\Phi$  в действительности зависит от состава и температуры газа. Однако, учитывая связь состава и температуры, можно выразить  $\Phi$  как функцию одной температуры. Основное свойство  $\Phi$  — наличие резкого максимума при температуре, близкой к температуре горения; это свойство позволяет развить приближенный способ интегрирования уравнения (1) (его строгое обоснование дано в работе [12]), заключающийся в том, что отдельно рассматривается подогрев смеси газов от температуры  $T_s$  до температуры, близкой к  $T_b$ ; в зоне подо-

<sup>1</sup> Эта величина может быть и отрицательной, если реакция газификации экзотермична в условиях горения.

грева химической реакцией пренебрегаем. Уравнение в этой зоне запишем так:

$$-\frac{d}{dx} \lambda \frac{dT}{dx} + \nu \rho c_p \frac{dT}{dx} = -\frac{d}{dx} \lambda \frac{dT}{dx} + mc_p \frac{dT}{dx} = 0,$$

$$-\lambda \frac{dT}{dx} + mc_p T = c_1; \quad x = c_2 + \int \frac{\lambda dT}{mc_p T - c_1},$$

где  $c_1, c_2$  — константы интегрирования. Граничные условия при  $x=0$  позволяют определить константы интегрирования. Окончательно

$$x = \frac{1}{m} \int_{T_s}^T \frac{\lambda dT}{c_p (T - T_s) + Q_\Sigma}.$$

Положение зоны реакции определим, экстраполируя этот закон к температуре

$$x_b = \frac{1}{m} \int_{T_s}^{T_b} \frac{\lambda dT}{c_p (T - T_s) + Q_\Sigma}. \quad (3)$$

Полагая  $\lambda$  постоянным (или подставляя соответствующее среднее значение  $\lambda$ ), можно взять интеграл и получить

$$x_b = \frac{\lambda}{mc_p} \ln \frac{c_p (T_b - T_s) - Q_\Sigma}{Q_\Sigma} = \frac{\lambda}{mc_p} \ln \frac{Q}{Q_\Sigma}, \quad (4)$$

где  $Q$  — удельная теплота горения (калорийность) пороха;  $Q_\Sigma$  — удельная теплота газификации.

Зона химической реакции сравнительно узка: вследствие резкой зависимости скорости горения от температуры химическая реакция протекает в узком интервале температуры, прилегающем к  $T_b$ , и соответственно в сравнительно узком пространственном слое. В этом слое теплопроводность можно считать постоянной, членом  $\nu c_p \rho \frac{dT}{dx}$  в уравнении теплопроводности можно пренебречь, так как он мал по сравнению с членом  $-\frac{d}{dx} \lambda \frac{dT}{dx}$ , описывающим тепловой поток, идущий на газификацию и подогрев вещества до температуры реакции. Сделав указанные допущения, найдем упрощенное уравнение

$$-\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} = \Phi.$$

Интегрируя его, имеем

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dT} \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 = -\frac{\Phi}{\lambda}; \quad \frac{dT}{dx} = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \int_T^{T_b} \Phi dT}$$

Используя граничное условие по окончании химической реакции (2), найдем выражение потока тепла из зоны горения

$$\lambda \frac{dT}{dx} = \sqrt{2\lambda \int_T^{T_b} \Phi dT}.$$

При  $T$ , сколько-нибудь заметно отличающемся от  $T_b$ , интеграл под знаком корня достигает постоянного предельного значения. Соответствующая величина теплового потока равна всему тепловыделению на единицу

цу поверхности пороха за единицу времени, т. е. равна произведению массовой скорости горения и калорийности пороха

$$mQ = \sqrt{2\lambda \int_T^{T_b} \Phi dT}. \quad (5)$$

Таковы два основных уравнения теории горения в отсутствие турбулентности: первое уравнение (3) дает возможность вычислить расстояние от поверхности пороха до зоны интенсивной химической реакции, второе (5) устанавливает зависимость массовой скорости горения от объемной интенсивности реакции.

§ 3. Для уравнений теории горения в турбулентном потоке с мелкомасштабной турбулентностью молекулярная теплопроводность в уравнениях предыдущего параграфа должна быть заменена на полную теплопроводность, равную сумме молекулярной и турбулентной. Полную теплопроводность представим как произведение молекулярной теплопроводности на фактор  $k$ , зависящий от расстояния рассматриваемой точки от поверхности, скорости потока, числа Рейнольдса и гидравлического диаметра потока

$$\lambda_{\Sigma} = \lambda_k.$$

При этом  $k > 1$ ; при  $x \rightarrow 0$  (у поверхности)  $k \rightarrow 1$ ; величину  $k$  в зоне горения (при  $x = x_b$ ) обозначим  $k_b$ . Величины, относящиеся к горению, в отсутствие влияния турбулентности отметим индексом «0» —  $m^0$ ,  $x^0$ . Уравнение скорости горения дает

$$m = \frac{1}{Q} \sqrt{2\lambda_{\Sigma} \int \Phi dT} = \frac{1}{Q} \sqrt{2\lambda k_b \int \Phi dT} = m^0 \sqrt{k_b}.$$

В дифференциальном уравнении для ширины зоны (без которого предыдущее равенство бесполезно, так как  $k_b$  зависит от  $x_b$ ) переменные разделяются

$$-\lambda_{\Sigma} \frac{dT}{dx} + mc_p T = c_1; \quad \lambda k \frac{dT}{dx} = mc_p T - c_1,$$

$$\int_0^x \frac{dx}{k} = c_2 + \int \frac{\lambda dT}{mc_p T - c_1}.$$

Используя граничные условия при  $x=0$  и то, что  $k=1$  при  $x=0$ , определив константы интегрирования, получим

$$\int_0^{x_b} \frac{dx}{k} = \frac{1}{m} \int_{T_s}^{T_b} \frac{\lambda dT}{c_p(T - T_s) + Q_{\Sigma}} = \frac{x_b^0 m^0}{m} = \frac{x_b^0}{\sqrt{k_b}}.$$

Таким образом, если задана зависимость коэффициента увеличения теплопроводности  $k$  от расстояния  $x$ , то увеличение скорости горения определится из решения системы

$$\frac{m}{m_0} = \sqrt{k_b} = \sqrt{k(x_b)}; \quad \int_0^{x_b} \frac{dx}{k} = \frac{x_b^0}{\sqrt{k_b}} = \frac{x_b^0}{\sqrt{k(x_b)}}.$$

В § 1 было показано, каким образом полная теплопроводность турбулентного потока может быть найдена по закону распределения скорости потока у поверхности. Ограничимся здесь в качестве первого приближения случаем изотермического потока, в котором плотность и

другие физико-химические константы текущего вещества постоянны. Измерения, восходящие к Никурадзе [14], показали, что распределение скорости у поверхности зависит исключительно от силы трения жидкости о поверхность  $\tau$ : если откладывать по осям безразмерные величины  $w^* = w \sqrt{\rho/\tau}$  и  $x^* = x \frac{\rho}{\eta} \sqrt{\tau/\rho}$ , то получается универсальная кривая для потоков в трубах различного диаметра при различных числах Рейнольдса [13]. В координатах  $x^*$  и  $w^*$  она представлена на рис. 1, I.

На самой стенке  $x^*=0$ ,  $w^*=0$ . При малом  $x^*$  (в ламинарном слое) ньютоновское выражение силы трения дает

$$x^* < 1; \quad \tau = \eta \frac{w}{x}; \quad \frac{w^*}{x^*} = \frac{w}{x} \frac{\eta}{\tau} = 1 \text{ или } w^* = x^*.$$

Выражение для коэффициента  $k$ , характеризующего увеличение теплопроводности в турбулентном потоке, в выбранных координатах имеет вид

$$k = \frac{\lambda_{\Sigma}}{\lambda} = \frac{\eta_{\Sigma}}{\eta} = \frac{1}{\eta} \frac{\tau}{dw/dx} = \left( \frac{dw^*}{dx^*} \right)^{-1}.$$

Зависимость  $k(x^*)$  (рис. 1, II) была найдена дифференцированием представленной на рис. 1 функции  $w^*(x^*)$ .

Для этого были подобраны аналитические выражения, описывающие зависимость  $w^*$  от  $x^*$ , найденную экспериментально Никурадзе,

$$w^* = x^* - 0,75 \cdot 10^{-5} (x^*)^5; \quad x^* < 11,5,$$

$$w^* = 2,5 \ln x^* + 5,5 - \frac{18}{x^*}; \quad x^* > 11,5.$$

Вид формул отвечает современным теориям. Соответствие формул (кривая I рис. 1 строилась по этим формулам) и данных Никурадзе видно из рисунка. Небольшое несоответствие в наклоне кривой  $k(x^*)$  наблюдается лишь при стыковке интерполяционных формул вблизи точки  $x^*=11,5$ .

В новых переменных уравнение ширины зоны имеет вид

$$\int_0^{x_b} \frac{dx}{k} = \int_0^{x_b} \frac{dw^*}{dx^*} dx^* = \eta/\rho \sqrt{\rho/\tau} \int_0^{x_b} \frac{dw^*}{dx^*} dx^* = \eta/\rho \sqrt{\rho/\tau} w_b^*,$$

где  $w_b^*$  есть безразмерная скорость потока в зоне реакции.

Нашей задачей является нахождение зависимости отношения  $m/m_0$  от скорости потока. Математическая форма, в которую были приведены результаты, подсказывает следующий способ решения задачи. Зададимся определенным отношением скоростей горения (коэффициентом раздувания)  $q = \frac{m}{m_0}$ . Данному  $q$  отвечает  $k(x_b) = \left( \frac{m}{m_0} \right)^2 = q^2$  (ниже ход

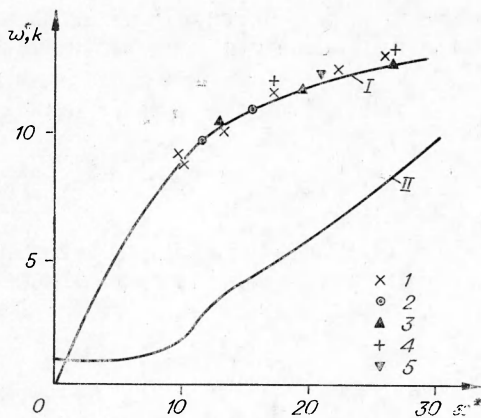


Рис. 1. Зависимость скорости  $w^*$  (кривая I) и коэффициента  $k$  (кривая II) от расстояния  $x^*$ .

I — Re=4000; 2 — Re=6100; 3 — Re=9200; 4 — Re=16 700; 5 — Re=23 300 [13].

расчета будет пояснен численным примером). По кривой  $k(x^*)$  рис. 1 находим соответствующее  $x^*$  и по кривой  $\omega^*$  от  $x^*$  величину  $\omega_b^*$ , последний шаг заключается в том, что все эти величины подставляются в выражение, определяющее ширину зоны

$$\int_0^{x_b} \frac{dx}{k} = \eta/\rho \sqrt{\rho/\tau} \cdot \omega^* = \frac{x_b^0}{\sqrt{k(x_b)}}.$$

Из полученной формулы, в которой все величины, кроме силы трения, следует считать известными, находим

$$\tau = \frac{\eta^2 k (\omega_b^*)^2}{\rho (x_b^0)^2}. \quad (6)$$

Так как сила трения зависит от скорости движения газа вдоль поверхности, то, зная ее из (6), можно найти скорость газа  $\omega$ , при которой будет достигнут заданный коэффициент раздувания  $q$ :

$$\tau = \frac{\zeta}{8} \rho \omega^2; \quad \omega = \sqrt{\frac{8\tau}{\rho\zeta}} = \omega_b^* \frac{\eta}{\rho x_b^0} \sqrt{\frac{8k}{\zeta}} = \omega_b^* \frac{\eta}{\rho x_b^0} q \sqrt{\frac{8}{\zeta}}.$$

Подставим сюда выражение ширины зоны  $x_b^0$  (4) и используем соотношение между теплопроводностью и вязкостью газа

$$x_b^0 = \frac{\lambda}{m^0 c_p} \ln \frac{Q}{Q_s} = \frac{\eta}{m^0} \ln \frac{Q}{Q_s}.$$

Найдем

$$\omega = \frac{m^0}{\rho} \omega_b^* \sqrt{\frac{8k}{\zeta}}; \quad H = \frac{\omega \rho}{m^0} = \frac{\omega_b^*}{\ln Q/Q_s} \sqrt{\frac{8k}{\zeta}} = \frac{\omega_b^* q}{\ln Q/Q_s} \sqrt{\frac{8}{\zeta}}. \quad (7)$$

Параметр  $H = \frac{\omega \rho}{m^0}$  представляет собой отношение скорости потока газа вдоль поверхности и скорости выделения газа с поверхности пороха, горящего в отсутствие влияния турбулентности. Это отношение можно представить либо как  $\omega/\frac{m^0}{\rho} = \omega/v^0$  — отношение линейных скоростей движения, либо как  $\omega \rho/m^0$  — отношение потока газа на единицу свободного сечения камеры сгорания, перпендикулярного поверхности пороха  $\omega \rho$ , и на единицу поверхности пороха  $m^0$ .

Если бы на всей поверхности пороха, расположенной сзади по потоку от рассматриваемого элемента поверхности, скорость горения пороха не отличалась от  $u^0$  (турбулентность не влияла), то, очевидно, отношение этих потоков равнялось бы отношению поверхности пороха  $S$  к свободному сечению камеры  $F$ , т. е. критерию Победоносцева  $P$

$$m = m^0; \quad \frac{\omega \rho}{m^0} = H = \frac{S}{F} = P.$$

В действительности турбулентность увеличивает скорость горения и введенное выше отношение больше критерия Победоносцева. Соотношение между  $H$  и  $P$  найдем для цилиндрической камеры сгорания, заполненной длинными цилиндрическими порошинами. Составляем выражение для количества газа, выделяющегося с поверхности пороха  $S$  и проходящего через свободное сечение  $F$

$$\omega \rho F = \int m dS; \quad F d(\omega \rho) = m dS = m^0 q dS,$$

$$dP = \frac{dS}{F} = \frac{1}{q} d \frac{\omega \rho}{m^0} = \frac{1}{q} dH; \quad P = \int_0^H \frac{dH'}{d(H')}.$$



Таким образом,  $P$ , отвечающее данному коэффициенту раздувания  $q$ , найдем одной квадратурой после того, как изложенным выше способом получена (в табличном виде для ряда отдельных значений  $q$ ) зависимость  $q$  от  $H$ .

Для практического проведения расчета необходимо определить численные значения коэффициента сопротивления  $\zeta$  и отношения теплот  $Q/Q_s$ .

§ 4. Проиллюстрируем сказанное численным примером. Рассмотрим поток газа в двух камерах разного размера. Пусть скорости газов в малой камере достигают 100 и 200 м/сек — в большой, давление газа 100 и 200 кг/см<sup>2</sup> и плотность газа 0,012 и 0,025 г/см<sup>3</sup> соответственно.

Динамическая вязкость газа, не зависящая от давления, равна  $7 \cdot 10^{-4}$  нз. Такова вязкость продуктов сгорания — 45% CO, 8% CO<sub>2</sub>, 17% H<sub>2</sub>, 18% H<sub>2</sub>O, 12% N<sub>2</sub> при температуре горения 2400° К [14].

Гидравлический диаметр для пространства, в котором движется газ между стенками камеры и поверхностью пороха, найдем по известному гидродинамическому правилу как учетверенное отношение проходного сечения камеры к периметру поверхностей трения в сечении. Он равен для двух камер 0,8 и 1,4 см. Соответствующие числа Рейнольдса равны

$$Re_1 = \frac{10^4 \cdot 0,012 \cdot 0,8}{7 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \cdot 10^5; \quad Re_2 = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 0,025 \cdot 1,4}{7 \cdot 10^{-4}} = 10^6.$$

По данным Никурадзе [14], значения коэффициента сопротивления равны 0,0165 и 0,0115 для гладкой поверхности. В дальнейшем используем среднее значение  $\zeta = 0,014$ .

В расчете  $Q_s$  — теплоты газификации — наименее определенной величиной являются скрытая теплота, т. е. теплота самой химической реакции газификации  $L$ ; газификация идет в условиях весьма быстрого нагрева пороха. Тепловые эффекты вторичных химических реакций, происходящих в газовой фазе, не должны быть отнесены к теплоте газификации. Поэтому нельзя для расчета пользоваться данными о составе продуктов и теплоте реакции, измеренными в обычных условиях испытания стойкости пороха. В качестве первого приближения положим  $L=0$ , тогда  $Q_s = c_s (T_s - T_0)$ . Величину  $T_s$  для горения при высоком давлении положим равной 400° С, теплоемкость пороха равна 0,4 кал/г, так что  $Q_s = 160$  ккал/кг и  $\ln \frac{Q}{Q_s} = \ln \frac{880}{160} = 1,7$ . Отсюда

$$H = 14 \omega_b^* q.$$

Покажем на примере способ расчета, изложенный выше: зададимся коэффициентом раздувания  $\frac{m}{m_0} = q = 2$ , найдем  $k_b = q^2 = 4$  и по кривым рис. 1 найдем  $x_b^* = 14,7$ ,  $\omega_b^* = 10,9$ . Тогда

$$H = 14 \cdot 10,9 \cdot 2 = 305.$$

Таким способом были заполнены все пять строк табл. 1. Последняя строка найдена численным интегрированием  $\int_0^H \frac{dH}{q}$ . Для точки  $q=2$  найдем

$$P = \int_0^{305} \frac{dH'}{q} = 254.$$

Таблица 1

Параметры	g															
	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0
$k_b$	1	1,10	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,36	2,89	3,24	3,61	4,0	5,05	6,25	7,55	9
$x_b^*$	0	7,0	8,2	9,5	10,4	10,7	11,3	11,0	11,8	12,7	13,6	14,7	17,7	20,5	24,3	28
$w_b^*$	0	6,9	8,0	8,8	9,5	9,65	9,8	9,95	10,2	10,4	10,7	10,9	11,6	12,2	12,7	13,2
$H$	0	103	123	148	173	190	206	223	243	262	284	305	365	427	490	554
$P$	0	101	120	142	162	182	200	211	223	234	244	254	282	308	332	354

Окончательный результат — кривая зависимости коэффициента раздувания от критерия Победоносцева — показана на рис. 2, 1. Здесь также нанесены и экспериментальные данные из работ О. И. Лейпунского и Г. А. Барского [1]. Точками помечены данные, полученные для пороховых зарядов разных размеров.

§ 5. В расчете, конечные результаты которого представлены на рис. 2, были сделаны определенные предположения относительно численных значений входящих констант. Рассмотрим как зависит результат от этих предположений. Из хода расчета следует, что при изменении констант (при данном  $q$ )  $k_b$ ,  $x_b^*$  и  $w_b^*$  остаются теми же, но все  $H$  и все  $P$  меняются в одном и том же отношении. При этом кривая  $q(P)$ , не искажая своей формы, сжимается или растягивается по оси абсцисс.

В условиях опыта Г. А. Барского число Рейнольдса равнялось  $1,3 \cdot 10^5$  (ему отвечает значение  $\zeta = 0,0173$ ). Полагая  $Q_s = 130$  ккал/кг

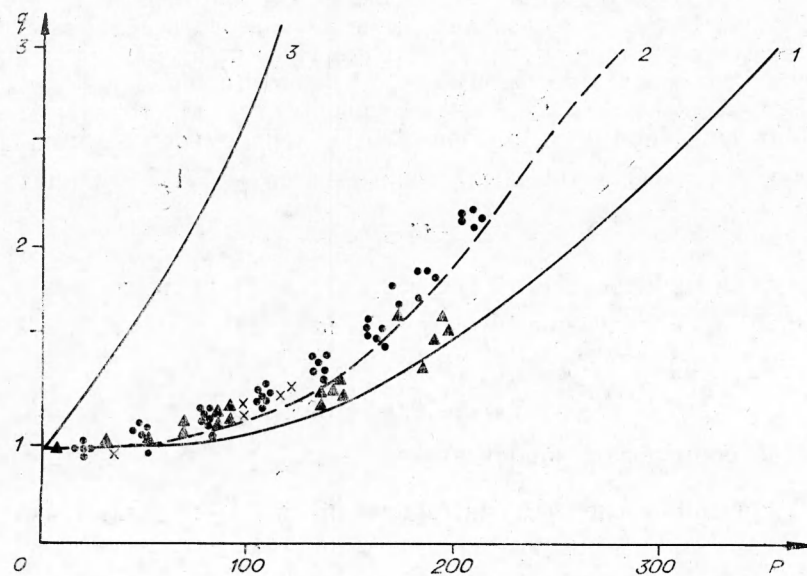


Рис. 2. Зависимость коэффициента раздувания  $q$  от критерия Победоносцева  $P$ .

1 — получена из предлагаемой в § 3 теории, 2 — по формуле (8), 3 — получена из элементарной теории (формула (10)).

(при  $T_s = T_0 + 325^\circ$ ,  $c_s = 0,4 \text{ кал/г} \cdot \text{град}$  и  $L = 0$ ), находим  $\ln \frac{Q}{Q_s} = 1,92$  и  $H = 11,2 \cdot \omega_b^* q$ , т. е.  $H$  и  $P$  меньше на 20%, чем в табл. 1.

Для давления в пороховой камере сгорания существенна средняя по всей поверхности скорость горения пороха, зависящая от среднего значения коэффициента раздувания. Критерий Победоносцева равномерно меняется по длине порохового заряда от 0 до максимального значения  $P$ . Тогда

$$\bar{q} = \frac{1}{P} \int_0^P q(H) dH. \quad (8)$$

Результаты осреднения для условий опытов О. И. Лейпунского и Г. А. Барского представлены в табл. 2.

Кривая 2 на рис. 2 хорошо согласуется с опытными данными по закалке. На рис. 3 сопоставление проводится с данными О. И. Лейпунского, в которых величина  $\bar{q}$  вычислялась на основании измерений максимального давления. В области  $P > 2$  наблюдаются расхождения (экспериментальные точки лежат выше теоретической кривой). К сожалению, как раз в этой области данные О. И. Лейпунского и Г. А. Барского по  $\bar{q}$  не подкреплены прямым (методом закалки) определением  $q$ .

Теория позволяет предсказать влияние различных факторов на кривую зависимости коэффициента раздувания от критерия Победоносцева. Давление и размеры пороховых зарядов должны влиять постольку, поскольку от них зависит число Рейнольдса и коэффициент сопротивления  $\zeta$ , входящий в расчет. Число  $Re$  пропорционально гидравлическому диаметру и пропорционально массовой скорости движения газа, т. е. произведению  $\omega r$ ; при данном значении критерия Победоносцева произведение  $\omega r$  пропорционально скорости горения  $m^0 = u^0 \rho_s$ . В области давлений, используемых в реактивных камерах,  $u^0 \sim \rho v$ , где  $v \sim 2/3$ .

В области чисел Рейнольдса, лежащих в интервале от  $10^5$  до  $10^6$ , приближенно можно считать коэффициент сопротивления

$$\zeta \sim Re^{-1/6}. \quad (9)$$

При данном коэффициенте раздувания  $q$  соответствующее значение  $P$  пропорционально  $\zeta^{-1/2}$  (см. формулу (7) для  $H$ ;  $P$  пропорционально  $H$ ). Сопоставляя с зависимостью  $\zeta$  от  $Re$  (9) найдем, что

$$P(q) \sim p^{1/18} d^{1/12}$$

( $d$  — внутренний диаметр ци-

Таблица 2

$P$	$q$	$\bar{q}$
0	1	1
96	1,1	1,03
130	1,3	1,07
160	1,5	1,135
179	1,7	1,18
203	2,0	1,26
226	2,25	1,35
246	2,50	1,44
266	2,75	1,52
284	3,0	1,61

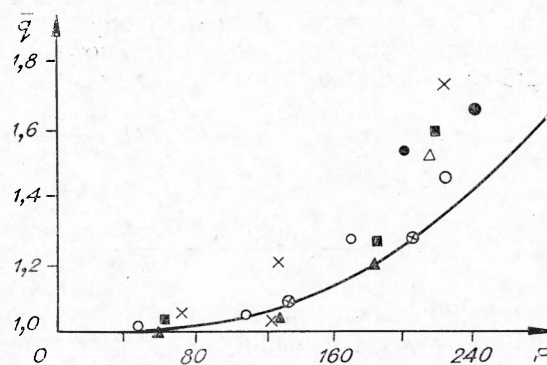


Рис. 3. Зависимость  $\bar{q}(P)$ . Кривая получена по формуле (8) для условий опытов Лейпунского и Барского. Точки вычислялись на основании измерений максимального давления [1].

линдрического заряда). Чем больше давление и чем больше размеры камеры сгорания и зарядов пороха (от которых зависит гидравлический диаметр потока), тем больше  $P$ , необходимое для достижения данного коэффициента раздувания. Однако зависимость эта слаба: изменение давления или диаметра вдвое изменит  $P$  всего на 4 или на 6%. Заметить такое изменение весьма трудно, так как, с одной стороны, невелика точность всех измерений и, с другой стороны, при изменении давления и размеров меняются также второстепенные факторы, например количество газа, сгорающего до установления максимального давления  $p_{\max}$ ; лишь после установления  $p_{\max}$  весь газ, выделяющийся при горении пороха, действительно проходит мимо его поверхности.

Поэтому практически можно сделать вывод о существовании универсальной кривой  $P(q)$  или  $q(P)$ .

Начальная температура пороха влияет на величину  $Q_s$ . Изменение температуры на  $\pm 40^\circ$  меняет  $Q_s$  на  $\pm 16$  ккал/кг. Принимая  $Q_s = 130$  или 160 ккал/кг, найдем, что  $Q_s$  меняется на 10—12% и  $\ln \frac{Q}{Q_s}$  меняется на  $\pm 0,12$ , т. е. на 6% своей величины. Таким образом, если  $P$ , необходимый для достижения данного  $q$  при  $0^\circ\text{C}$  принять за 1, то при  $+40^\circ\text{C}$  необходимое  $P$  уменьшится до 0,94, а при  $-40^\circ\text{C}$  увеличится до 1,06; очевидно, что при постоянном значении  $P$  коэффициент раздувания возрастает с увеличением температуры и уменьшается с понижением температуры.

Физической причиной зависимости функции  $q(P)$  от давления, размеров и температуры является влияние этих факторов на соотношение толщины ламинарного пограничного слоя потока и толщины газовой зоны горения.

Таким образом, в пренебрежении слабой зависимостью (в пределах нескольких процентов) от давления, размеров и температуры, приведенная теория раздувания подтверждает высказанное Победоносцевым положение об определяющей роли критерия  $P$ .

Сравним теперь предложенную теорию с элементарным расчетом скорости горения (газификации) по турбулентному теплообмену от горячих газов к поверхности пороха, при этом используем аналогию Прандтля между трением (обменом количеством движения) и теплообменом. Поток тепла, притекающий к поверхности, пропорционален разности теплосодержания пороховых газов в ядре потока (равного калорийности  $Q$ ) и теплосодержания продуктов газификации при температуре газификации (равного  $Q_s$ ). Этот поток тепла приравняем расходу тепла на газификацию пороха. Найдем

$$\rho w (Q - Q_s) \frac{\zeta}{8} = m_1 Q_s,$$

откуда после деления на  $m^0 Q_s$

$$q_1 = \frac{m_1}{m^0} = \frac{\rho w}{m^0} \frac{\zeta}{8} \frac{Q - Q_s}{Q_s} = H \frac{Q - Q_s}{Q_s} \frac{\zeta}{9} \approx \frac{H}{100}.$$

Если механически прибавить к этой «скорости вынужденной газификации»  $m_1$  скорость горения без турбулентности  $m^0$ , получим

$$q = q_1 + 1 = 1 + \frac{H}{100}. \quad (10)$$

Соответствующая кривая  $q(P)$  нанесена на рис. 2, 3, откуда видно, что такая элементарная теория совершенно не описывает очень харак-

терного и отчетливо наблюдаемого на опыте отсутствия раздувания ( $q \approx 1$ ) при критерии Победоносцева, меньшем 80—100. Изложенная в § 3 более точная теория вполне естественно объясняет отсутствие раздувания при малых  $P$  тем, что в этих условиях зона горения находится внутри ламинарного слоя. Теория хорошо передает наблюдаемый на опыте характер зависимости  $q(P)$ .

Преимуществом теории, предложенной в данной работе, является учет влияния на распределение температуры выделения газов из поверхности и выделения теплоты горения в газовой фазе. Вместе с тем предлагаемую теорию нельзя считать вполне законченной и можно рассмотреть лишь как первое приближение. Ее внутренним логическим недостатком является использование коэффициента обмена, заимствованного из данных измерений в изотермическом потоке жидкости с непроницаемыми стенками. В действительности выделение газа с поверхности пороха при горении влияет не только на распределение температуры, но и на само поле  $k(x)$ . Дополнительные трудности внесет также точный учет зависимости физико-химических констант газов от температуры. Однако на основании полученных результатов уже можно сказать, что следующее приближение в теории оставит без изменения начальный участок кривой  $q(P)$  (так как при малых  $P$  горение происходит в ламинарном слое и турбулентность не влияет) и мало изменит область больших  $P$ , поскольку в этой области влияние выделяющегося с поверхности газа на зависимость  $k(x)$  уменьшается. Поэтому можно полагать, что приведенная здесь кривая в целом мало изменится.

С другой стороны, теория не закончена в той мере, в какой в настоящее время не закончена разработка всей теории горения пороха (не ясны вопросы скоростей отдельных химических стадий и т. п.). Читатель отметит особенность расчетного метода, в котором удалось найти выражение для относительного изменения величины скорости горения, абсолютный расчет которой в настоящее время невозможен.

Специфической и неучтенной трудностью является замеченное Г. А. Барским возникновение при горении в потоке шероховатости пороха. Соответствующее увеличение поверхности, как показали измерения О. И. Лейпунского [1], невелико, однако влияние шероховатости на коэффициент сопротивления потока и зависимость  $k(x)$  может быть более существенным. Возможно, что это обстоятельство влияет на расхождение теории с опытом при  $H > 200$ .

Специфика горения порохов на основе нитросоединений и азотистых эфиров заключается в том, что в газе в зоне горения выделяется, по-видимому, лишь часть тепла. При высоком давлении оставшая часть тепла выделяется в газе на большом расстоянии от поверхности в зоне почти гомогенной реакции. В этой зоне теплопроводность не играет роли и выделяющееся тепло не влияет на процесс в зоне горения и у поверхности. При низком давлении последняя стадия вообще не успевает произойти, и происходит истечение продуктов неполного горения. Показательно, что при ламинарном горении изменение состава продуктов горения не сопровождается скачком скорости горения.

Возникает естественный вопрос, не может ли достаточно сильная турбулентность при высоком давлении привести к эффективному теплообмену зоны, где полностью выделилась энергия реакции и ближней зоны. В таком случае закономерности окажутся разными при низком и высоком давлении.

Таким образом, теорию, изложенную в настоящей работе, нельзя рассматривать как полный, законченный и всесторонний расчет явлений горения пороха в потоке. Вместе с тем анализ теории и согласование результатов с опытом показывают, что в предлагаемой работе правильно учтены основные закономерности явления.

В заключение следует еще раз отметить роль О. И. Лейпунского, Г. А. Барского, М. А. Ривина и Д. А. Франк-Каменецкого на раннем этапе разработки теории горения пороха. Автор благодарен В. Б. Либровичу за большую помощь в подготовке статьи.

Поступила в редакцию  
10/IX 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Лейпунский. Докт. дисс., М., 1945.
2. Грин. Вопросы ракетной техники. 1954, 6 (24).
3. I. W. Kreidler. AIAA — Preprints, 1964, 1955.
4. Ленуар, Робийяр. Вопросы горения твердых топлив (сб. переводов). М., ИЛ, 1959.
5. J. Vandekerckhove, A. Jaumotte. 8-th Symposium (International) Combustion, Pasadena, Calif., Baltimore, 1962.
6. В. Н. Вильюнов. К теории эрозионного горения порохов. Докл. АН СССР, 1961, 136, 2.
7. M. Barrere, P. Zame. Rech. aerospaciale, 1963 95.
8. M. J. Zucrov, J. R. Osborn, I. M. Murphy. Chem. Engng. Progr., 1964, 60, 2.
9. E. Miller. Combustion and Flame, 1966, 40, 4.
10. G. Weiss. Biul. wojsk. akad. techn., 1965, 14, 10.
11. Y. Kuroda, I. Yoshiyama, M. Moshizuki. Pwe. 6-th Internat. Symposium Space Technol. and Sci. Tokyo, 1965.
12. Я. Б. Зельдович. ЖФХ. 1948, 22, 1, 27—49.
13. Проблемы турбулентности. Сб. перев. Под ред. М. А. Великанова и Н. Т. Швейковского. М.—Л., ОНТИ, 1936.
14. Я. Б. Зельдович, М. А. Ривин, Д. А. Франк-Каменецкий. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М., Воениздат, 1950.

УДК 536.46+662.311

#### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ГОРЕНИИ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

*Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов,  
И. М. Кофман, А. В. Шмелев  
(Москва)*

В настоящей работе получено решение сформулированной ранее [1, 2] системы нелинейных уравнений для осредненных по объему внутрибаллистических параметров при открытии сопла. В отличие от более ранних работ [3—8] проведено совместное рассмотрение влияния неадиабатичности нестационарного пламени и незавершенности химических реакций в нем на процессы в двигателе.

Теоретические работы по нестационарным процессам при горении пороха в полузамкнутом объеме, выполненные до настоящего времени,