

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Г. Т. Булгакова, Л. А. Калякин, М. М. Хасанов

Уфимский государственный нефтяной технический университет, 450062 Уфа

Исследованы условия устойчивости стационарных режимов фильтрации газированной жидкости при давлении ниже давления насыщения в случае немонотонной зависимости относительной фазовой проницаемости жидкости от газонасыщенности. Показано, что возможно появление периодических автоколебаний, развитие которых приводит к детерминированному хаосу в результате возникновения и разрушения квазипериодических движений.

Обычно изотермическая фильтрация газированной жидкости при давлении ниже давления насыщения рассматривается в рамках классической модели Маскета — Мереса [1], причем согласно экспериментам Викова — Ботсета [2] относительные фазовые проницаемости (ОФП) для жидкости и газа считаются монотонными функциями насыщенности. Вместе с тем в работе [3] обнаружено аномальное увеличение расхода газированной жидкости в области давления насыщения и уменьшение его при дальнейшем снижении уровня давления, что необъяснимо в рамках классического подхода. Авторы работ [3, 4] объясняют этот эффект докритическим зародышеобразованием (накоплением в пористой среде и последующим выносом мельчайших газовых пузырьков), приводящим к уменьшению объемной вязкости газожидкостной смеси. Однако это уменьшение составляет всего 10–15 %, тогда как расход возрастает в 2,5–3 раза [3].

В работе [5] данный эффект объясняется в рамках схемы “газового подшипника”. Однако не рассматриваются условия устойчивости стационарных режимов и не учитывается, что механизм проскальзывания проявляется только в области давления насыщения [3], когда пористая среда занята в основном жидкостью с изолированными газовыми пузырьками (зародышами). Устойчивость движения газожидкостных систем в предпереходных условиях исследована в [6]. Показано, что при определенных режимах движения возможно возникновение периодических и стохастических автоколебаний.

Экспериментально показано [7], что из-за адсорбции газа в микрокапиллярах происходит ослабление сцепления жидкости с поверхностью капилляра и уже при толщине адсорбционного слоя 0,15 нм имеет место значительное проскальзывание жидкости, в результате чего относительная проницаемость для жидкой фазы ведет себя немонотонно. В связи с этим представляет интерес изучить влияние немонотонного изменения ОФП жидкой фазы на фильтрационные характеристики газированной жидкости и, возможно, дать его количественную оценку.

1. Уравнения нестационарной фильтрации. Рассмотрим изотермическую нестационарную фильтрацию газированной жидкости, используя представления теории фильтрации многокомпонентных систем [8]. Для определенности исследуется фильтрация нефти

с растворенным газом. Пренебрегая растворимостью жидкости в газе, уравнения неразрывности масс фаз и компонентов в плоском одномерном случае запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(m\rho_1s_1) + \frac{\partial}{\partial x}(m\rho_1s_1v_1) &= -J_{12(2)}, & \frac{\partial}{\partial t}(m\rho_2s_2) + \frac{\partial}{\partial x}(m\rho_2s_2v_2) &= J_{12(2)}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(m\rho_1gs_1) + \frac{\partial}{\partial x}(m\rho_1gs_1v_1) &= -J_{12(2)}, & s_1 + s_2 &= 1. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Уравнения (1.1) выписаны для двух фаз (1 — жидкая, 2 — газовая) и двух компонентов (1 — нефть, 2 — газ). Здесь s_i , v_i , ρ_i — насыщенность, истинные скорость движения и плотность i -й фазы; m — пористость; g — массовая концентрация растворенного газа в нефтяной фазе; $J_{ij(k)}$ — интенсивность переноса массы при разгазировании жидкости, отнесенная к единице объема пористой среды; t — время; x — пространственная переменная. Скорость движения i -й фазы определяется из закона Дарси

$$ms_iv_i = -\frac{kf_i}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.2)$$

где k — абсолютная проницаемость среды; p — давление; f_i , μ_i — относительная фазовая проницаемость и вязкость i -й фазы.

Как правило, рассматривается равновесная модель фильтрации газированной жидкости, в рамках которой межфазный обмен описывается с помощью известной изотермы растворимости газа в жидкости. В частности, для фазовой концентрации принимается изотерма растворимости Генри $g = g_e = \alpha p$ ($\alpha = \text{const}$; $g_e(p)$ — равновесная фазовая концентрация).

Предположим, что фазовые переходы имеют неравновесный характер. В этом случае зависимость массовой концентрации растворенного газа от давления описывается уравнением неравновесной модели

$$\frac{dg}{dt} = -\frac{g - g_e(p)}{\tau}, \quad (1.3)$$

где τ — время релаксации; $dg/dt = \partial g/\partial t + v_1 \partial g/\partial x$ — субстанциональная производная; скорость v_1 определяется из (1.2).

Уравнение (1.3) качественно согласуется с известными экспериментальными данными [9]. При малых скоростях изменения давления в системе ($|dg/dt| \ll g/\tau$), когда процесс близок к равновесному, можно положить $dg/dt \approx 0$. Тогда уравнение (1.3) перейдет в закон Генри. Это справедливо и при $\tau = 0$, т. е. при отсутствии запаздывания выделения или растворения газа.

Для упрощения анализа плотность нефти и вязкости фаз принимаем постоянными: ρ_1 , μ_1 , $\mu_2 = \text{const}$. При решении модельной задачи такой выбор вполне оправдан, так как вид этих функций не влияет на качественные закономерности фильтрации газированной жидкости [8]. Считая выделившийся газ идеальным, полагаем $\rho_2 = \rho_{2s}p/p_s$, где ρ_{2s} — плотность газа в сечении начала газовыделения; p_s — давление насыщения.

Определяющие соотношения для (1.1)–(1.3) зависят от фазового состояния двухкомпонентной системы. Если $p > p_s$, система находится в однофазном состоянии и $s_2 = 0$, $J_{12(2)} = 0$. При $p \leq p_s$ образуется область локального разгазирования, в которой происходит двухфазная фильтрация. Начальные и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0, \quad x > 0, \quad p = p_0, \quad g = g_e^0, \\ t > 0, \quad x = 0, \quad p = p_0 > p_s, \quad s_2 = s = 0, \quad t > 0, \quad x = L, \quad p = p_k < p_s, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где s — газонасыщенность.

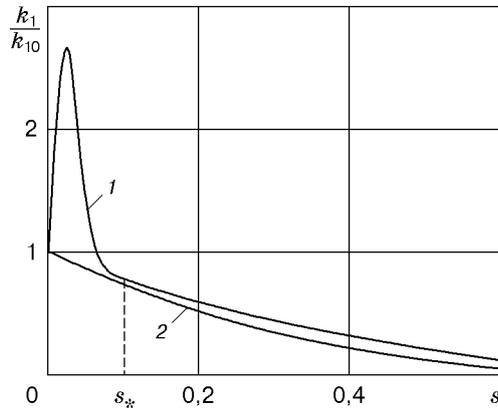


Рис. 1. Зависимость относительной фазовой проницаемости от газонасыщенности:
1 — расчет по предложенной методике, 2 — расчет по методике Викова — Ботсета [2]

Система уравнений (1.1)–(1.4) описывает фильтрацию газожидкостной смеси в модели пористой среды длиной L , на входе которой поддерживается давление p_0 (выше давления насыщения), а на выходе — давление p_k (ниже давления насыщения).

2. Коэффициент относительной фазовой проницаемости. Для замыкания системы уравнений (1.1)–(1.4) необходимо задание зависимостей коэффициентов ОФП f_i от газонасыщенности s . Из анализа экспериментальных результатов [3, 7, 10] следует, что эффект проскальзывания жидкости определяет немонотонный характер изменения относительной проницаемости для жидкой фазы.

В [5] зависимости для относительной проницаемости жидкой фазы получены по схеме “газового подшипника”, согласно которой в области начала газовыделения газовая фаза в основном образуется в слое, прилегающем к стенке порового канала пористой среды. В области контакта жидкости с твердой поверхностью поровых каналов реализуются наиболее благоприятные условия (из-за наличия источников зародышеобразования) для выделения растворенного в жидкости газа. Насыщенный зародышами газа пристенный слой жидкости обладает меньшей вязкостью, чем центральный, в результате реализуется течение с проскальзыванием.

В полученное в [5] выражение для относительной проницаемости жидкой фазы входит вязкость, что определяет соответствующую зависимость расхода жидкости от вязкости в точке максимума, а это не согласуется с экспериментом [3]. При значениях $\mu_0 = \mu_2/\mu_1 < 0,1$ максимум относительной проницаемости нефтяной фазы может достигаться при значениях газонасыщенности более 50%. Как показывают эксперименты и расчеты [11], такие значения газонасыщенности соответствуют снижению давления на выходе из пористой среды до $0,5p_s$ и ниже. При этом пузырьки газа интенсифицируют разгазирование жидкости в соседних участках пор, что способствует возникновению сплошных газонасыщенных каналов [11]. Подпитка газом из окружающей жидкости обеспечивает их устойчивость относительно капиллярной дисперсии или, по крайней мере, быстрое восстановление связности. Это приводит к увеличению фильтрационного сопротивления для жидкой фазы и снижению ее расхода.

Таким образом, выражение для функции ОФП жидкости [5] недостаточно удовлетворительно описывает результаты экспериментов [3, 11], из которых следует, что ее максимум должен соответствовать значениям газонасыщенности, не превышающим критической насыщенности s_* , характеризующей насыщенность связанного газа. Поэтому будем предполагать, что функция фазовой проницаемости жидкой фазы имеет вид, представленный на рис. 1. Отметим, что относительная проницаемость имеет вид $f_i = k_i/k_{i0}$, где k_{i0} — проницаемость, измеренная по фазе i , когда она полностью заполняет поровый объем; k_i — фазовая проницаемость.

Экспериментальные исследования фильтрации газированной жидкости в модели пористой среды [6, 10] показывают, что при достижении критического перепада давления стационарные режимы фильтрации теряют устойчивость, наблюдаются незатухающие колебания расхода фильтрующейся жидкости во времени. Поэтому анализ устойчивости стационарных режимов фильтрации газированной жидкости проведен с учетом немонотонной функции фазовой проницаемости жидкой фазы.

3. Линейный анализ устойчивости стационарных режимов. Перейдем к безразмерным переменным:

$$\bar{p} = \frac{p}{p_s}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{\mu_1 L^2 m}{k p_s}, \quad \mu_0 = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \bar{\rho}_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_{2s}}{\rho_1} \frac{p}{p_s} = \rho_0 \bar{p},$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{t_0}, \quad g_e = \frac{g_s}{p_s} p = g_s \bar{p}, \quad g_s = \rho_0$$

(в дальнейшем черта над символами опускается). Стационарные решения $p^0(x)$, $s^0(x)$, $g^0(x)$ определяются из решения системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(1-g) f_1(s) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(g f_1 + f_2 \frac{\rho_2}{\mu_0} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0,$$

$$\frac{f_1}{1-s} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial x} = - \frac{g(p) - g_s p}{\tau}$$

с соответствующими краевыми условиями. Стационарные решения при фильтрации газированной нефти исследованы в [8]. Функции $p^0(x)$, $s^0(x)$, $g^0(x)$ не тождественно постоянны. Линеаризуем исходные уравнения (1.1) на стационарном решении, положив $s \approx s^0 + s'$, $p \approx p^0 + p'$, $g \approx g^0 + g'$ (s' , p' , g' — малые возмущения). Для s' , p' , g' выписываются линеаризованные уравнения

$$\partial_t \begin{pmatrix} s' \\ p' \\ g' \end{pmatrix} + A(x) \begin{pmatrix} s' \\ p' \\ g' \end{pmatrix} + B(x) \partial_x \begin{pmatrix} s' \\ p' \\ g' \end{pmatrix} + C(x) \partial_x^2 \begin{pmatrix} 0 \\ p' \\ 0 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1)$$

Здесь A , B , C — матрицы, элементы которых вычисляются для стационарных решений $s^0(x)$, $p^0(x)$, $g^0(x)$.

Далее исследуются длинноволновые решения системы (3.1) с использованием метода Бубнова — Галёркина в упрощенном варианте [12]. Решения и коэффициенты системы (3.1) разлагаются в ряд Фурье:

$$\begin{pmatrix} s' \\ p' \\ g' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_0(t) \\ p_0(t) \\ g_0(t) \end{pmatrix} + \sum_{k \neq 0} \exp(2\pi i k x) \begin{pmatrix} s_k(t) \\ p_k(t) \\ g_k(t) \end{pmatrix},$$

$$(A, B, C) = (A_0, B_0, C_0) + \sum_{k \neq 0} \exp(2\pi i k x) (A_k, B_k, C_k).$$

Подставляя разложения в исходную систему (3.1), получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов ряда Фурье. Учитывая сходимость ряда Фурье ($s_k, p_k, g_k \rightarrow 0$ при $|k| \rightarrow \infty$), можно рассмотреть ограниченную систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Упрощение этой системы состоит в отбрасывании всех гармоник, кроме нулевых. Такой подход соответствует решениям,

медленно меняющимся по x , т. е. длинноволновым возмущениям. В результате получаем систему уравнений

$$d_t \begin{pmatrix} s_0 \\ p_0 \\ g_0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} s_0 \\ p_0 \\ g_0 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где элементы матрицы A вычисляются как средние от стационарного состояния:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \int_0^1 \left[\frac{g_s p^0 - g^0}{(1-g^0)\tau} - f_1''(s^0) s_x^0 p_x^0 - f_1'(s^0) p_{xx}^0 \right] dx, & a_{12} &= - \int_0^1 \left[\frac{1-s^0}{1-g^0} \frac{g_s}{\tau} \right] dx, \\ a_{13} &= \int_0^1 \left[\frac{1-s^0}{(1-g^0)\tau} + \frac{1}{1-g^0} f_1(s^0) p_{xx}^0 + \frac{1}{1-g^0} f_1'(s^0) s_x^0 p_x^0 \right] dx, \\ a_{21} &= \int_0^1 \left[\frac{p^0}{s^0} f_1''(s^0) s_x^0 p_x^0 + \frac{p^0 - 1/\rho_0}{s^0(1-g^0)\tau} (g^0 - g_s p^0) + \frac{p^0}{\mu_0 s^0} f_2''(s^0) s_x^0 p_x^0 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{p^0}{s^0} f_1'(s^0) p_{xx}^0 + \frac{p^0}{\mu_0 s^0} f_2'(s^0) p_{xx}^0 + \frac{f_2'(s^0)}{\mu_0 s^0} (p_x^0)^2 \right] dx, \\ a_{22} &= \int_0^1 \left[\frac{g_s(p^0 - 1/\rho_0)(1-s^0) + (1-s^0)(g^0 - g_s p^0)}{s^0(1-g^0)\tau} + \frac{f_1'(s^0)}{s^0} s_x^0 p_x^0 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f_1(s^0)}{s^0} p_{xx}^0 + \frac{f_2'(s^0)}{\mu_0 s^0} s_x^0 p_x^0 + \frac{f_2(s^0)}{\mu_0 s^0} p_{xx}^0 \right] dx, \\ a_{23} &= - \int_0^1 \left[\frac{(p^0 - 1/\rho_0)(1-s^0)}{s^0(1-g^0)\tau} + \frac{p^0 f_1'(s^0)}{(1-g^0)s^0} s_x^0 p_x^0 + \frac{p^0 f_1(s^0)}{(1-g^0)s^0} p_{xx}^0 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\mu_0 s^0(1-g^0)} (p^0 f_2'(s^0) s_x^0 p_x^0 + f_2(s^0)(p_x^0)^2 + p^0 f_2(s^0) p_{xx}^0) \right] dx, \\ a_{31} &= \int_0^1 \left[\frac{f_1^0}{1-s^0} p_x^0 g_x^0 + \frac{g^0 - g_s p^0}{\tau} \right] dx, & a_{32} &= \frac{g_s}{\tau}, & a_{33} &= -\frac{1}{\tau}. \end{aligned}$$

Решение системы (3.2) ищем в виде

$$\begin{pmatrix} s_0 \\ p_0 \\ g_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \exp(\lambda t),$$

где характеристические числа λ определяются из уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3.3)$$

Численное исследование уравнения (3.3) проводилось при $p_0 = 1,25p_s$, $p_s = 10$ МПа для значений параметров в интервалах $p_k = (0,5 \div 0,9)p_s$, $\mu_0 = 0,001 \div 0,010$, $\tau = 0,001 \div 1,0$. Анализ показал, что алгебраическое уравнение (3.3) всегда имеет три действительных корня. Число нулей в правой полуплоскости определяется значениями параметров $\Delta p = p_s - p_k$, μ_0 , τ . При $\Delta p \leq 0,5$ МПа, $\tau \leq 0,001$ линейная система асимптотически устойчива при любом t . Однако в рассматриваемом диапазоне значений параметра Δp линейная задача оказывается всегда неустойчивой, поскольку при этих условиях уравнение (3.3) имеет хотя бы один положительный корень. Более того, при увеличении значений параметров Δp и τ наблюдается увеличение всех корней с переходом их через нуль, т. е. рост инкремента неустойчивости. Характер неустойчивости изменяется от типа седло — узел (один или два корня уравнения (3.3) отрицательны) к типу неустойчивый узел (все три корня положительны). Такой вывод справедлив и для полной линеаризованной системы (3.1), по крайней мере для решений с достаточно малыми фурье-амплитудами s_k , p_k , g_k ($k \neq 0$). Неустойчивость линейного приближения свидетельствует о неустойчивости рассматриваемого положения равновесия $s^0(x)$, $p^0(x)$, $g^0(x)$. Возможно возникновение автоколебаний и их развитие при изменении значений параметров. При расчетах с функцией ОФП нефти, предложенной в [5], все действительные корни уравнения (3.3) отрицательны (устойчивый узел), колебания в линейной системе отсутствуют. Этот результат подтверждается расчетами, приведенными в [5]. Аналитический анализ полных уравнений (1.1) затруднен из-за их сложности, поэтому ограничимся результатами численных расчетов.

4. Результаты вычислений. Для анализа процесса фильтрации в области неустойчивости система уравнений (1.1)–(1.3) решена численно на основе консервативной конечно-разностной схемы сквозного счета. Распределение давления в пласте вычисляется по неявной четырехточечной схеме методом прогонки из условия сохранения массы потока. Полученные значения используются для вычисления насыщенности и фазовой концентрации. Для исключения нелинейности коэффициенты взяты с нижнего слоя. Параметры относительной проницаемости жидкой фазы подбираются таким образом, чтобы максимум функции соответствовал значениям газонасыщенности s , при которых весь выделившийся газ адсорбируется на стенках пор. Выделяющийся газ приобретает подвижность, образуя связанную фазу, при средней газонасыщенности $s = s_* \approx 0,1$, поэтому ОФП жидкой фазы уменьшается до значений, меньших k_{10} .

Шаги по времени Δt и координате h выбирались из условия устойчивости разностной схемы, так что дальнейшее их уменьшение в два раза и более не изменяло количественную и качественную картину расчетов. Исследование решения на различных пространственных сетках показало, что устойчивость и достаточная точность расчетов обеспечиваются при $h \leq 0,01$ и $\Delta t \leq 0,000\,002\,5$. Проведены многовариантные расчеты полей давлений и насыщенности при следующих значениях гидродинамических параметров фаз: $\mu_0 = 0,001 \div 0,010$, $\tau = 0,01 \div 1$, $p_k = (0,5 \div 0,9)p_s$, $p_0 = (1,1 \div 1,3)p_s$, $\mu_2 = 0,01$ мПа \cdot с, $g_s = 0,11$, $\rho_1 = 700$ кг/м³, $\rho_2 = 68$ кг/м³, $L = 1$ м, $k = 0,000\,95$ мкм², $m = 0,2$.

Расчеты показали, что в области фильтрации газированной нефти возникают периодические во времени изменения давления и насыщенности. Область устойчивости определяется параметром μ_0 и перепадом давления $\Delta p = p_s - p_k$. При $\mu_0 \geq 0,01$ движение устойчиво при $\Delta p_* \leq 0,5$ МПа. С уменьшением μ_0 до 0,001 критическое значение Δp_* увеличивается до 1 МПа. Если $0,001 < \mu_0 < 0,01$ и $\Delta p > p_*$, возникает периодический автоколебательный режим, который устойчив в указанном интервале значений параметра μ_0 . Рост τ при постоянном перепаде давления уменьшает среднюю газонасыщенность. С увеличением перепада давления при фиксированном τ увеличиваются частота и амплитуда колебаний, а также среднее значение газонасыщенности. При $\mu_0 \leq 0,001$ увеличение перепада Δp до 3 МПа приводит к потере устойчивости предельного цикла. По мере роста Δp и вре-

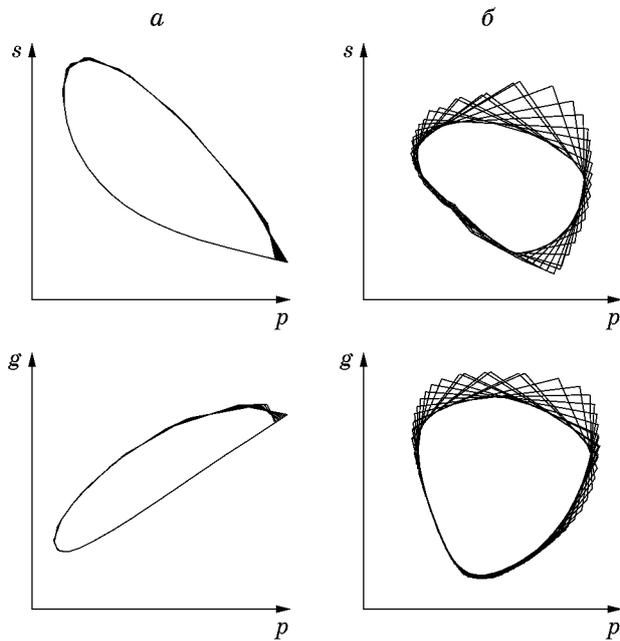


Рис. 2. Эволюция аттрактора колебательного движения:

a — $\Delta p = 3$ МПа, $\tau = 0,01$, $\mu_0 = 0,01$;
б — $\Delta p = 5$ МПа, $\tau = 0,1$, $\mu_0 = 0,001$

мени релаксации τ появляются новые виды возмущений, и возникает квазипериодическое движение. Эволюция аттрактора (проекция на фазовые плоскости $p \sim s, p \sim g$) колебательного движения показана на рис. 2. При дальнейшем увеличении τ квазипериодические колебания разрушаются и становятся хаотическими ($\tau_{kp} = 1$). Из численных результатов следует, что переход к хаосу в рассматриваемой системе происходит путем разрушения квазипериодического движения.

На рис. 3 приведены распределения насыщенности газа s и давления p по длине модели пористой среды для различных моментов времени при $p_k = 7$ МПа, $\Delta p = 3$ МПа, $\tau = 0,01$. В распределении насыщенности наблюдается два “скачка”. Первый соответствует насыщенности ниже равновесного значения s_* , когда выделившийся газ неподвижен, второй — значению $s \approx s_*$, при котором выделившийся газ приобретает подвижность. Периодические колебания давления и насыщенности вызывают соответствующие изменения размеров области разгазирования, поэтому вблизи фронта фазового перехода (при $p = p_s$) образуется область неподвижной газовой фазы, которая и определяет немонотонные изменения фазовой проницаемости жидкой фазы, что в конечном счете приводит к неустойчивым режимам фильтрации.

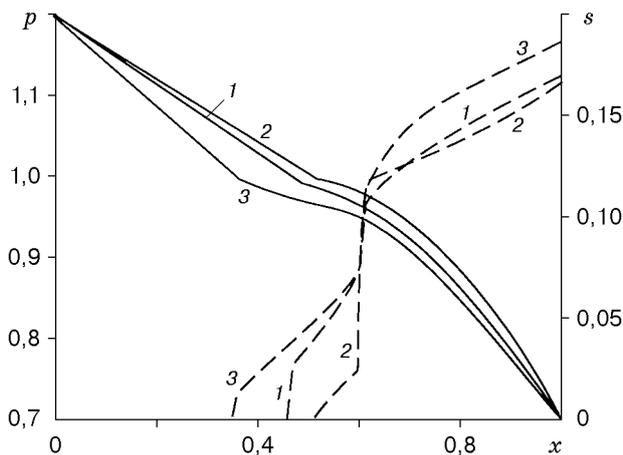


Рис. 3. Распределение давления p (сплошные линии) и газонасыщенности s (штриховые) по длине модели:

1 — $t = 1,2$; 2 — $t = 2,4$; 3 — $t = 3,6$

Авторы выражают благодарность А. Х. Мирзаджанзаде за плодотворные идеи, положенные в основу данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маскет М. Физические основы добычи нефти. М.: Гостоптехиздат, 1953.
2. Wyckoff R. D., Botset H. F. The flow gas liquid mixtures through unconsolidated sands // Physics. 1936. V. 7, N 9. P. 3–25.
3. Болотов А. А., Мирзаджанзаде А. Х., Нестеров И. И. Реологические свойства растворов газов в жидкости в области давления насыщения // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1988. № 1. С. 172–175.
4. Буевич Ю. А. О докритическом образовании зародышей в жидкости с поверхностно-активным веществом // Инж.-физ. журн. 1987. Т. 52, № 3. С. 394–402.
5. Шагапов В. Ш. О фильтрации газированной жидкости // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 5. С. 97–106.
6. Хасанов М. М. Исследование устойчивости фильтрации жидкостей с зародышами газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 2. С. 66–73.
7. Чураев Н. В. Физикохимия процессов массопереноса в пористых телах. М.: Химия, 1990.
8. Розенберг М. Д., Кундин С. А., Курбанов А. К. и др. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М.: Недра, 1969.
9. Ахмедов К. А. О применении идентификационных моделей при расчете фазовых превращений // Изв. вузов. Нефть и газ. 1978. № 6. С. 26–30.
10. Меликов Г. Х., Азизов М. Г. Экспериментальное исследование влияния релаксационных свойств газожидкостных систем на фильтрацию в неоднородных пористых средах // Изв. вузов. Нефть и газ. 1988. № 10. С. 35–38.
11. Мартос В. Н. Некоторые физические закономерности фильтрации газированной жидкости // Фильтрация, теплоперенос и нефтегазоотдача в сложных пластовых системах. М.: Наука, 1978. С. 36–45.
12. Петров Г. И. Применение метода Галёркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости // Прикл. математика и механика. 1940. Т. 8, вып. 3. С. 3–12.

*Поступила в редакцию 22/IV 1999 г.,
в окончательном варианте — 17/XI 1999 г.*
