

14. Суетин П. Е., Скакун С. Г., Черняк В. Г. Теория термомолекулярной разности давлений для двух статистических моделей // ЖТФ.— 1971.— Т. 41, № 8.
 15. Маркелов Ю. И., Породнов Б. Т. и др. Течение Пуазейля и тепловой крип для различных ядер рассеяния газа на поверхности канала // ПМТФ.— 1981.— № 6.

Поступила 2/IX 1986 г.

УДК 533.6.011.8

ТЕЧЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧИСЕЛ КНУДСЕНА

В. Д. Акинъшин, А. И. Макаров, В. Д. Селезнев,
 Ф. М. Шарипов

(Свердловск)

Течение разреженного газа в бесконечном канале изучено достаточно подробно (см., например, [1—3]). Но в реальном случае длина канала ограничена и влияние концевых эффектов может быть существенным. В [4—13] рассматривается канал конечной длины.

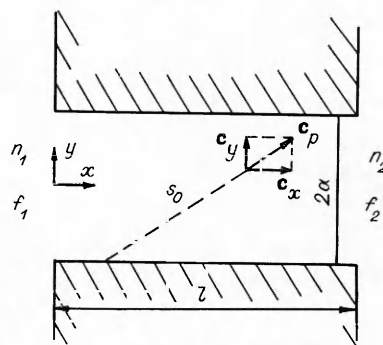
В [4] решено уравнение Клаузинга, справедливое только в свободномолекулярном режиме. В [5] найдена концевая поправка в режиме сплошной среды. В [6] на основе результатов [5] и учета скольжения получена формула для всего диапазона чисел Кнудсена. В свободномолекулярном режиме предложенная формула существенно расходится с данными [4]. В [7] получена эмпирическая формула для расхода газа в круглом конечном капилляре во всем диапазоне чисел Кнудсена и длин канала. В [8, 9] рассматривается режим, близкий к свободномолекулярному. В [10] задача решена на основе БГК-уравнения моментным методом, при этом функция распределения представлена в виде линейной комбинации четырех максвеллианов. Для расхода газа получена простая аналитическая формула, которая согласуется с результатами, найденными в [10] численным методом дискретных скоростей с погрешностью 10% в диапазоне отношения длины канала к высоте от 6 до 0,5, числа Кнудсена от 5 до 0,5 и отношения давлений на концах канала от 0,8 до 0,1. К сожалению, результаты численных расчетов в [10] не приведены.

В [11, 12] рассматривается течение соответственно в плоском и круглом каналах конечной длины. При этом делаются следующие упрощающие предположения: градиент плотности вдоль всего канала постоянный, скорость в канале имеет только продольную составляющую, зависящую от поперечной координаты. Эти предположения справедливы только для достаточно длинных каналов. В [13] в тех же предположениях исследовано неизотермическое движение газа в плоском канале. Таким образом, течение газа в конечном канале рассматривалось либо в узком диапазоне чисел Кнудсена, либо в предположениях, справедливых только для длинных каналов.

В данной работе задача о течении газа в плоском канале конечной длины решена на основе линеаризованного БГК-уравнения интегрально-моментным методом. В отличие от [11, 12] не делаются предположения о поле течения, что позволяет учесть изменения профиля скорости и нелинейную зависимость плотности от продольной координаты на концевых участках канала. Интегральные уравнения решаются численно методом Крылова — Боголюбова. В случае, когда длина канала много больше длины свободного пробега молекулы, найдена простая связь расхода газа в конечном канале с расходом в бесконечном канале при том же числе Кнудсена.

1. Рассмотрим стационарное течение газа между двумя параллельными бесконечно широкими пластинами, расположенными в плоскостях $y = \pm a$ и имеющими длину l вдоль потока. В сосудах, которые соединяет этот канал, содержится один и тот же газ при одинаковой температуре T и разных плотностях n_1 и n_2 , как показано на рис. 1. Под действием перепада плотности газ движется в направлении x .

Введем следующие масштабы: a , n_1 , $\beta = (2RT)^{1/2}$, $n_1\beta^{-3/2}$, $\eta_1 = n_1 m v \lambda_1 / 2$ соответственно для длины, плотности n , скоростей \mathbf{c} и \mathbf{u} , функции распределения f и коэффициента вязкости η . Здесь R — газовая постоянная; m — масса молекулы; $v = (8RT/\pi)^{1/2}$ — тепловая скорость молекул; λ_1 — длина свободного пробега



Р и с. 1

молекулы в первом сосуде. В дальнейшем все выражения будут записаны в этих масштабах.

Сделаем предположения: перепад плотности много меньше средней плотности $|\Delta n| = |n_2 - 1| \ll 1$, отражение молекул от стенки диффузное, молекулы, входящие в канал с торцов, имеют максвелловские функции распределения:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad c_x \geq 0, \quad f = f_1 = \pi^{-3/2} \exp(-c^2), \\ \text{при } x = L \quad c_x \leq 0, \quad f = f_2 = n_2 f_1 \quad (L = l/a). \end{aligned}$$

Это означает, что изменение функции распределения на предвходном участке так же, как в [10—12], не учитывается, что ограничивает область применимости результатов данной работы конечными, но достаточно длинными каналами. Ниже проведена оценка влияния предвходных областей на расход газа. Следует отметить, что приведенная здесь постановка задачи корректно описывает процесс переиспарения газа с одного торца канала на другой, что также представляет практический интерес. В [10] показано, что отклонение температуры газа в канале от равновесного значения и влияние этого отклонения на параметры течения не превышает 0,5%, поэтому во всем поле течения температуру можно считать постоянной.

БГК-уравнение, которое примем за исходное для функции распределения, имеет вид

$$(1.1) \quad c \partial f / \partial \mathbf{r} = \delta (f^0 - f),$$

где $\delta = \sqrt{\pi} a / 2 \lambda_1$ — обратное число Кнудсена;

$$f^0(\mathbf{r}, \mathbf{c}) = \frac{n(\mathbf{r})}{\pi^{3/2}} \exp[-(\mathbf{c} - \mathbf{u}(\mathbf{r}))^2];$$

$$(1.2) \quad n(\mathbf{r}) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{c}) d\mathbf{c};$$

$$(1.3) \quad \mathbf{u}(\mathbf{r}) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{c}) \mathbf{c} d\mathbf{c};$$

\mathbf{c} — вектор скорости молекулы; $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y)$.

В силу малости перепада плотности неизвестную функцию распределения представим как

$$(1.4) \quad f(\mathbf{r}, \mathbf{c}) = f_1 [1 + h(\mathbf{r}, \mathbf{c}) \Delta n].$$

Тогда из определений (1.2) и (1.3)

$$(1.5) \quad n(\mathbf{r}) = 1 + q_1(\mathbf{r}) \Delta n, \quad q_1(\mathbf{r}) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} f_1 h(\mathbf{r}, \mathbf{c}) d\mathbf{c},$$

$$u_x(\mathbf{r}) = q_2(\mathbf{r}) \Delta n, \quad q_2(\mathbf{r}) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} f_1 h(\mathbf{r}, \mathbf{c}) c_x d\mathbf{c},$$

$$u_y(\mathbf{r}) = q_3(\mathbf{r}) \Delta n, \quad q_3(\mathbf{r}) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} f_1 h(\mathbf{r}, \mathbf{c}) c_y d\mathbf{c}.$$

Подставив (1.4) в (1.1), легко получить линеаризованное БГК-уравнение, интегрирование которого вдоль характеристики дает выражение для функции возмущения

$$(1.6) \quad h(\mathbf{r}, \mathbf{c}) = \delta \int_0^{s_0} [q_1(\mathbf{r}) + 2c_x q_2(\mathbf{r}) + 2c_y q_3(\mathbf{r})] \exp\left(-\frac{\delta \mathbf{c}}{c_p} \frac{d\mathbf{c}}{c_p}\right) + h_0 \exp\left(-\frac{\delta s_0}{c_p}\right),$$

где $s = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$; c_p — проекция скорости \mathbf{c} на плоскость XOY ; s_0 — расстояние от точки наблюдения до границы поля течения в направлении

— c_p (см. рис. 1); h_0 — функция возмущения молекул, летящих со скоростью c_p с границы в точку наблюдения. Согласно сделанным предположениям и условию непротекания, для h_0 находим

$$(1.7) \quad h_0|_{y=\pm 1} = q_4(x) = -\frac{\int \int_{c_y \approx 0} f_1 h c_y d\mathbf{c}}{\int \int_{c_y \approx 0} f_1 c_y d\mathbf{c}}.$$

Приведенное число молекул n_w , падающих в единицу времени на единицу площади стенки, связано с q_4 соотношением $n_w(x) = 1 + q_4(x)\Delta n$. Подставив (1.6) в (1.2), (1.3) и (1.7), имеем систему интегральных уравнений

$$(1.8) \quad \begin{aligned} q_i(x, y) &= \int_0^L \int_{-1}^1 \sum_{j=1}^3 K_{ij}(x, y, x', y') q_j(x', y') dy' dx' + \\ &+ \int_0^L K_{i4}(x, y, x') q_4(x') dx' + \Phi_i(x, y), \quad 1 \leq i \leq 3, \\ q_4(x) &= \int_0^L \int_{-1}^1 \sum_{j=1}^3 K_{4j}(x, x', y') q_j(x', y') dy' dx' + \\ &+ \int_0^L K_{44}(x, x') q_4(x') dx' + \Phi_4(x). \end{aligned}$$

Здесь $K_{11} = \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{s} I_0(\delta s)$; $K_{12} = \frac{\delta}{\pi} \frac{2}{s^2} I_1(\delta s)(x - x')$; $K_{13} = \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{s} I_1(\delta s)(y - y')$;

$$K_{14} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{s^2} I_1(\delta s_1)(1 + y) + \frac{1}{s_2^2} I_1(\delta s_2)(1 - y) \right]; \quad K_{21} = \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{s^2} I_1(\delta s)(x - x');$$

$$K_{22} = \frac{\delta}{\pi} \frac{2}{s^3} I_2(\delta s)(x - x')^2; \quad K_{23} = \frac{\delta}{\pi} \frac{2}{s^3} I_2(\delta s)(x - x')(y - y');$$

$$K_{24} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{s_1^3} I_2(\delta s_1)(1 + y)(x - x') + \frac{1}{s_2^3} I_2(\delta s_2)(1 - y)(x - x') \right];$$

$$K_{31} = \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{s^2} I_1(\delta s)(y - y'); \quad K_{32} = \frac{\delta}{\pi} \frac{2}{s^3} I_2(\delta s)(x - x')(y - y');$$

$$K_{33} = \frac{\delta}{\pi} \frac{2}{s^3} I_2(\delta s)(y - y')^2; \quad K_{34} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{s_1^3} I_2(\delta s_1)(1 + y)^2 - \frac{1}{s_2^3} I_2(\delta s_2)(1 - y)^2 \right];$$

$$K_{41} = \frac{\delta}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{s^2} I_1(\delta s_3)(1 + y'); \quad K_{42} = \frac{\delta}{\sqrt{\pi}} \frac{4}{s_3^3} I_2(\delta s_3)(1 + y')(x - x');$$

$$K_{43} = -\frac{\delta}{\sqrt{\pi}} \frac{4}{s_3^3} I_2(\delta s_3)(1 + y')^2; \quad K_{44} = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{s_4^3} I_2(\delta s_4);$$

$$\Phi_i = \frac{(-1)^i}{\delta} \int_{-1}^1 K_{2i}(x, y, L, y') dy' \quad (1 \leq i \leq 3);$$

$$\Phi_4 = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 \frac{1}{s_5^3} I_2(\delta s_5)(1 + y')(L - x) dy',$$

$$s = [(x - x')^2 + (y - y')^2]^{1/2}; \quad s_1 = [(x - x')^2 + (1 + y)^2]^{1/2};$$

$$s_2 = [(x - x')^2 + (1 - y)^2]^{1/2}; \quad s_3 = [(x - x')^2 + (1 + y')^2]^{1/2};$$

$$s_4 = [4 + (x - x')^2]^{1/2}; \quad s_5 = [(L - x)^2 + (1 + y')^2]^{1/2};$$

$$I_n(t) = \int_0^\infty c^n \exp\left(-c^2 - \frac{t}{c}\right) dc.$$

2. Для решения полученной системы интегральных уравнений выбран метод Крылова — Боголюбова [14]. Отрезок $[0, L]$ разбивается на k интервалов $[x_{l-1}, x_l]$ ($l = 1, 2, \dots, k$) при $x_0 = 0, x_k = L$, а отрезок $[-1, 1]$ — на n интервалов $[y_{m-1}, y_m]$ ($m = 1, 2, \dots, n$) при $y_0 = -1, y_n = 1$. Тогда, согласно методу, система интегральных уравнений (1.8) преобразуется в систему алгебраических уравнений

$$(2.1) \quad q_i^{lm} = K_{ij}^{ltps} q_j^{ps} + K_{i4}^{lmp} q_4^p + \Phi_i^{lm} \quad (1 \leq i \leq 3),$$

$$q_4^l = K_{4j}^{lps} q_j^{ps} + K_{44}^{lp} q_4^p + \Phi_4^l.$$

Здесь в правой части уравнений по повторяющимся верхним и нижним индексам идет суммирование и приняты следующие обозначения:

$$q_i^{lm} \approx q_i(\tilde{x}_l, \tilde{y}_m), \quad q_4^l \approx q_4(\tilde{x}_l), \quad K_{ij}^{lmps} = \int_{x_{p-1}}^{x_p} \int_{y_{s-1}}^{y_s} K_{ij}(\tilde{x}_l, \tilde{y}_m, x', y') dy' dx',$$

$$K_{i4}^{lmp} = \int_{x_{p-1}}^{x_p} K_{i4}(\tilde{x}_l, \tilde{y}_m, x') dx', \quad K_{4j}^{lps} = \int_{x_{p-1}}^{x_p} \int_{y_{s-1}}^{y_s} K_{4j}(\tilde{x}_l, x', y') dy' dx',$$

$$K_{44}^{lp} = \int_{x_{p-1}}^{x_p} K_{44}(\tilde{x}_l, x') dx', \quad \Phi_i^{lm} = \Phi_i(\tilde{x}_l, \tilde{y}_m), \quad \Phi_4^l = \Phi_4(\tilde{x}_l),$$

$$x_{l-1} < \tilde{x}_l < x_l, \quad y_{m-1} < \tilde{y}_m < y_m.$$

В силу симметрии и линейности задачи функции q_i обладают свойством

$$(2.2) \quad q_1(x, y) = q_1(x, -y) = 1 - q_1(L - x, y),$$

$$q_2(x, y) = q_2(x, -y) = q_2(L - x, y),$$

$$q_3(x, y) = -q_3(x, -y) = q_3(L - x, y), \quad q_4(x) = 1 - q_4(L - x),$$

использование которого позволяет сократить порядок системы алгебраических уравнений (2.1) в 4 раза.

Система (2.1) решалась итерационным методом Гаусса — Зейделя. Исследование на сходимость показывает, что необходимое и достаточное условие для этого [15] в рассматриваемом диапазоне чисел δ выполняется. Расчеты проводились на ЭВМ.

3. В случае, когда длина канала много больше длины свободного пробега молекулы ($\delta L \gg 1$), поля течения вблизи торцов становятся подобными при фиксированном δ и различных L . Это подобие позволяет избавиться от просчета на ЭВМ вариантов при больших значениях δL . Для доказательства подобия рассмотрим течение газа в полубесконечном канале с торцом в сечении $x = 0$, обусловленное наличием постоянного малого градиента плотности $v = \partial n_\infty / \partial x$ при $x \rightarrow \infty$. Очевидно, что на бесконечности ($x \rightarrow \infty$) поле течения будет соответствовать течению в бесконечном канале с тем же градиентом v .

Граничные условия при $x = 0$ примем такие же, как и на левом торце конечного канала. При этом задача линеаризуется по параметру v , т. е. функцию распределения f_∞ можно представить в виде $f_\infty = f_1[1 + h_\infty(\mathbf{r}, \mathbf{c})v]$. Моменты функции распределения запишем как

$$(3.1) \quad n_\infty(\mathbf{r}) = 1 + p_1(\mathbf{r})v, \quad u_{x\infty}(\mathbf{r}) = p_2(\mathbf{r})v,$$

$$n_{w\infty}(x) = 1 + p_4(x)v, \quad u_{y\infty}(\mathbf{r}) = p_3(\mathbf{r})v.$$

Здесь функции $p_i(\mathbf{r})$ ($1 \leq i \leq 4$) определяются точно так же, как функции $q_i(\mathbf{r})$. Соответствующие моменты функции распределения в левой половине конечного канала, взятые при этом же значении δ , с увеличением длины канала будут стремиться к (3.1) при условии

$$(3.2) \quad v(\delta, L) = \left. \frac{\partial n}{\partial x} \right|_{x=L/2} = \left. \frac{\partial q_1}{\partial x} \right|_{x=L/2} \Delta n.$$

Другими словами, всегда найдется такая длина канала, для левой половины которого в пределах заданной точности при условии (3.2)

$$(3.3) \quad q_i(\mathbf{r}, \delta, L)\Delta n = p_i(\mathbf{r}, \delta)v(\delta, L), \quad 1 \leq i \leq 4.$$

Пусть нам известно поле течения $q_i(\mathbf{r}, \delta, L^*)$ при длине канала L^* , которое в центральной части в пределах точности вычислений отвечает течению в бесконечном канале с градиентом $v(\delta, L^*)$. Тогда, используя равенство (3.3), поле течения в канале любой длины $L > L^*$ в области $0 \leq x \leq L^*/2$ можно выразить через $q_i(\mathbf{r}, \delta, L^*)$ следующим образом:

$$(3.4) \quad q_i(\mathbf{r}, \delta, L) = \frac{v(\delta, L^*)}{v(\delta, L)} q_i(\mathbf{r}, \delta, L^*), \quad 1 \leq i \leq 4.$$

В области $L^*/2 \leq x \leq L/2$ поле течения соответствует бесконечному каналу, поэтому функции q_i примут вид

$$(3.5) \quad q_1(\mathbf{r}, \delta, L) = q_4(x, \delta, L) = \frac{v(\delta, L)}{\Delta n} \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{1}{2},$$

$$q_2(\mathbf{r}, \delta, L) = q_2 \left(x = \frac{L^*}{2}, y, \delta, L \right), \quad q_3(\mathbf{r}, \delta, L) = 0.$$

Заметим, что в силу (3.2) отношение $v(\delta, L)/\Delta n$ не зависит от Δn . При $L/2 \leq x \leq L$ поле течения вычисляется по формулам (2.2).

Для того чтобы найти связь между $v(\delta, L)$ и $v(\delta, L^*)$, воспользуемся тем, что для сечения $x = L^*/2$ справедливы равенства как (3.4), так и (3.5). Приравняв их правые части для q_1 и учитывая, что $q_1(x = L^*/2, y, \delta, L^*) = 1/2$, нетрудно получить

$$(3.6) \quad \frac{\Delta n}{v(\delta, L)} - L = \frac{\Delta n}{v(\delta, L^*)} - L^*.$$

Величиной, представляющей большой практический интерес, является расход газа через поперечное сечение канала, который можно определить по формуле

$$(3.7) \quad Q = \frac{L}{2\Delta n} \int_{-1}^1 u_x(x, y) dy = \frac{L}{2} \int_{-1}^1 q_2(x, y) dy.$$

Подставим в (3.7) выражение (3.4) для q_2 и, воспользовавшись равенством (3.6), имеем

$$(3.8) \quad Q = \frac{L}{L + \Delta L} Q_\infty;$$

$$(3.9) \quad Q_\infty = \frac{\Delta n}{2v(\delta, L^*)} \int_{-1}^1 q_2(x, y, \delta, L^*) dy;$$

$$(3.10) \quad \Delta L = \frac{\Delta n}{v(\delta, L^*)} - L^*.$$

Поскольку при длине L^* поле течения в центральной части канала отвечает течению в бесконечном канале с градиентом $v(\delta, L^*)$, Q_∞ по определению [3] соответствует приведенному расходу в бесконечном канале. Значения Q_∞ и ΔL не зависят от длины канала и могут быть определены на основе расчета поля течения при L^* по формулам (3.2), (3.9), (3.10).

Таким образом, на основе расчетов поля течения при L^* по формулам (3.4) — (3.6) и (3.8) можно найти поле течения и расход газа в канале любой длины $L > L^*$. Расчеты показывают, что для погрешности не хуже 2% необходимым условием применимости этих формул является неравенство $\delta L \geq 40$.

4. На рис. 2 сплошные линии — зависимость расхода газа Q от обратного числа Кнудсена. Расчеты проведены с точностью не хуже 2%. Точность вычисления определялась путем сравнения значений расхода при различном количестве узлов по обоим переменным x и y . В каждом

случае отличие расхода газа в разных сечениях канала находилось в пределах точности вычислений. В свободномолекулярном режиме ($\delta = 0$) результаты расчета совпали с данными [4], так как при этом четвертое уравнение (1.8) переходит в уравнение Клаузинга.

Для сравнения на рис. 2 штриховыми линиями приведены результаты [11]. Большие расхождения наблюдаются во всем диапазоне чисел Кнудсена. Отклонения от точного решения в свободномолекулярном режиме авторы [11] отмечают сами. Причину расхождения в промежуточном и вязком режимах можно объяснить, сравнив поля плотности.

В [11] предполагалось, что плотность постоянна в каждом сечении канала и меняется линейно от n_1 до n_2 . В данной работе плотность вычислялась. На рис. 3 приведена зависимость функции q_1 , связанной с плотностью первым соотношением (1.5), от продольной координаты. Кривые 1, 2 отвечают $L = 4$ и 10, $\delta = 10$ и 4, сплошные линии — плотность газа вблизи стенки канала, штриховые — в центре канала, штрихпунктирная линия — предположение о поле течения в [11] для всех длин канала и чисел Кнудсена.

На рис. 3 видно, что на начальном участке канала плотность газа непостоянна по сечению канала и меняется нелинейно вдоль канала. На торце канала ($x = 0$) плотность газа не равна плотности n_1 . Это объясняется тем, что при $x = 0$ была задана максвелловская функция распределения f_1 в правом полупространстве скоростей. Функция распределения в левом полупространстве скоростей находится из решения кинетического уравнения и в общем случае отлична от f_1 . При вычислении соответствующего момента от функции распределения на торце канала во всем пространстве скоростей получается плотность, отличная от n_1 .

В центральной части канала градиент плотности постоянный, но существенно меньше, чем по предположению о поле плотности в [11]. Так, при $\delta = 4$, $L = 10$ (кривые 2) их отношение примерно равно 2. Расходы в этом случае отличаются также в 2 раза. Таким образом, предположения о поле плотности, сделанные в [11], приводят к большой погрешности во всем диапазоне чисел Кнудсена.

При $\delta L \geq 40$ расход газа вычислялся по формуле (3.8). В таблице приведены значения ΔL и \bar{Q}_∞ для некоторых чисел δ . Во второй графе дано значение минимальной длины, для которой формула (3.8) справедлива в пределах точности вычислений. Для сравнения в пятой графе приведены значения расхода газа в бесконечном канале Q_∞ , полученные в [3], при пересчете числа δ в нашем масштабе длины. Для $\delta = 10$ сравнение проведено с [13], так как в [3] расчеты проведены до $\delta = 5$. Видно, что отличие от результатов [3] находится в пределах точности вычислений.

Заметим, что при больших числах δ значение ΔL сравнимо и может превышать L^* . Это означает, что расход газа, вычисляемый по формуле (3.8), может быть в несколько раз меньше, чем расход в бесконечном канале.

По данным таблицы можно оценить длину канала, при которой погрешность за счет концевых эффектов меньше заданной. Такие оценки необходимы при постановке эксперимента.

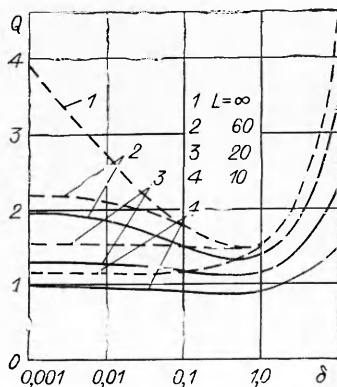


Рис. 2

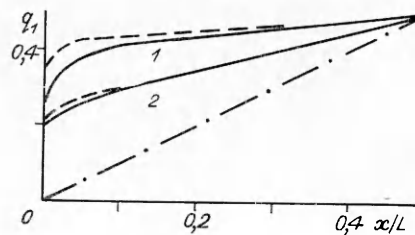


Рис. 3

5. Максимальное влияние предвходных областей на расход газа следует ожидать в вязком режиме. Для оценки этого влияния полное сопротивление канала L/G_{Π} представим в виде суммы (как предложено в [6])

$$(5.1) \quad L/G_{\Pi} = L/G + 1/G_0,$$

| δ | L^* | ΔL | Q_{∞} | Q'_{∞} [3] |
|----------|-------|------------|--------------|-------------------|
| 10 | 4 | 18,8 | 4,37 | 4,40 |
| 4 | 10 | 10,1 | 2,41 | 2,4472 |
| 2 | 20 | 7,47 | 1,83 | 1,8440 |
| 1 | 40 | 6,46 | 1,59 | 1,5942 |
| 0,4 | 100 | 7,14 | 1,54 | 1,5482 |
| 0,2 | 200 | 10,6 | 1,63 | 1,6408 |
| 0,1 | 400 | 12,6 | 1,80 | 1,8075 |

где G_{Π} — приведенный расход газа в канале с учетом предвходных областей; L/G — сопротивление внутренней части канала; $1/G_0$ — сопротивление предвходных областей. Отсюда несложно получить выражение для относительной разности G_{Π} и G :

$$(5.2) \quad \gamma = (G - G_{\Pi})/G_{\Pi} \cdot 100\% = G/G_0 L \cdot 100\%.$$

Значение $1/G_0$ сравнимо с сопротивлением бесконечно тонкой щели, расход через которую в режиме сплошной среды найден в [16] и равен $G_0 = \delta \pi / 16$. Подставляя в (5.2) значения G (данная работа) и G_0 [16], при $\delta = 10$ для различных длин получим при $L = 10; 20; 60$ $\gamma = 8; 6; 3\%$ соответственно. С уменьшением числа δ влияние предвходных областей будет понижаться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Течение разреженного газа между двумя параллельными плоскостями // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 6.
2. Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Плоское течение максвелловского газа // ЖТФ.— 1969.— Т. 35, вып. 4.
3. Cercignani C., Pagani C. D. Variational approach to boundary-value problems in kinetic theory // Phys. Fluids.— 1968.— V. 9, N 6.
4. De Marcus W. C. The problem of Knudsen flow.— Oak Ridge, Tennessee, 1957.— (Rept/Union Carbide Nuclear Company; K — 1302).
5. Weissberg N. L. End correction for slow viscous flow through long tubes // Phys. Fluids.— 1962.— V. 5, N 9.
6. Hanks R. W., Weissberg N. L. Slow viscous flow of rarefied gases through short tubes // J. Appl. Phys.— 1964.— V. 35, N 1.
7. Lund L. M., Berman A. S. Flow and self-diffusion of gases in capillaries. Pt 1, 2 // J. Appl. Phys.— 1966.— V. 37, N 6.
8. Iamamoto K. Nearly free molecular flow through a two-dimensional channel of finite length // Rarefied Gas Dyn.: 11th Int. Symp., Cannes, 1978.— Paris, 1979.— V. 1.
9. Wang P. V., Yu E. Y. Nearly free-molecular channel flow at finite pressure ratio // Phys. Fluids.— 1972.— V. 15, N 6.
10. Raghuraman P., Willis D. R. Kinetic theory analysis of rarefied gas flow through finite length slots // Phys. Fluids.— 1977.— V. 20, N 6.
11. Cercignani C., Neudachin I. Rarefied gas flow through long slots // ZAMP.— 1979.— V. 30.
12. Неудачин И. Г., Черчиньяни К. Течение разреженного газа в длинном ограниченном круглом капилляре // ПМТФ.— 1983.— № 4.
13. Шариков Ф. М., Акиншин В. Д., Селезнев В. Д. Тепломассоперенос газа в плоском канале конечной длины при произвольных числах Кнудсена // Тепломассообмен-VII.— Минск, 1984.— Т. 1, ч. 1.
14. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов.— М.: Госатомиздат, 1961.
15. Бахвалов Н. С. Численные методы.— М.: Наука, 1973.— Т. 1.
16. Roscoe R. The flow viscous fluids round plane obstacles // Phil. Mag.— 1949.— V. 40, N 302.

Поступила 24/III 1986 г.