

Вследствие непрерывности скорости давление на границе должно претерпевать разрыв (за исключением точек экватора). Аналогичный эффект имеет место в случае сферического вихря Хилла, несущего вязкую жидкость в невязкой среде [2].

Скачок нормального напряжения приводит к не учитываемой здесь деформации вихря. В случае капли он компенсируется давлением поверхностного натяжения, которое предполагается достаточно большим, чтобы сохранить сферическую форму капли.

Обратив движение, рассмотренное в этом пункте, получим сферический винтовой вихрь, заполненный вязкой жидкостью и движущийся прямолинейно в покоящейся на бесконечности невязкой жидкости со скоростью $w_0 \exp(-b^2 vt/a^2)$ в направлении оси z .

Реакция жидкости на этот вихрь в проекции на направление его движения

$$R_z = \frac{2}{3} b^2 \lambda \mu w_0 \exp(-b^2 vt/a^2).$$

Эта сила убывает с течением времени, причем тем быстрее, чем меньше радиус вихря и чем больше вязкость жидкости, наполняющей его.

Поступила 23 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Стеклов В. А. Один случай движения вязкой несжимаемой жидкости. — «Сообщ. Харьк. мат. об-ва». Сер. 2, 1896, т. 5.
2. Milne-Thomson L. M. Axisymmetrical isovistive flows with vorticity proportional to distance from the axis. — «Rev. Roum. Sci. Techn. Mec. Appl.», 1968, t. 13, N 6.
3. Современное состояние гидроаэродинамики вязкой жидкости. Т. 1. М., ИЛ, 1948.
4. Васильев О. Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. М. — Л., Госэнергоиздат, 1958.
5. Алексеев Н. И. О потоке Громеки для несжимаемой вязкой жидкости. — «Науч. зап. Моск. гидромелиорат. ин-та им. В. Р. Вильямса», 1948, т. 17.
6. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М., «Мир», 1973.
7. Ярмицкий А. Г. Об одном пространственном аналоге вихревого столба Чаплыгина (обобщенный вихрь Хилла). — ПМТФ, 1974, № 5.

УДК 532.526

ДИФФУЗИЯ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. В. Вдовин, А. В. Смольяков

(Ленинград)

За последнее десятилетие достигнут существенный прогресс в экспериментальном исследовании эффекта Томса — явления уменьшения трения в турбулентных потоках, содержащих малые добавки высокомолекулярных соединений (полимеров). Однако подавляющее большинство экспериментов было выполнено при постоянной в потоке концентрации полимерных примесей, например, при протекании заранее приготовленных

растворов по трубопроводам и каналам. Значительно меньше изучен эффект Томса в более сложной, но практически очень важной ситуации, когда раствор полимера вводится в турбулентный пограничный слой (ТПС) обтекаемого тела через щели в его наружной поверхности. В этом случае концентрация полимерных добавок вследствие их турбулентной диффузии уменьшается как вниз по потоку от щели, так и по направлению нормали к обтекаемой поверхности. При этом характер диффузии полимеров, с одной стороны, зависит от способности потока к турбулентному перемешиванию, а с другой — непосредственно влияет на эту способность. Взаимная обусловленность указанных явлений является причиной большей сложности и меньшей изученности диффузии активных примесей в турбулентных потоках по сравнению с диффузией не влияющих на поток пассивных примесей.

Качественная сторона процесса диффузии как пассивных, так и активных примесей в ТПС характеризуется наличием трех областей вдоль по потоку. В ближайшей к щели *начальной* области происходит диффузионное распространение примеси от стенки до верхней границы вязкого подслоя. В следующей *промежуточной* области примесь постепенно заполняет весь ТПС и толщина диффузионного слоя приближается к толщине динамического слоя. После смыкания диффузионного и динамического слоев начинается диффузия в *конечной* области.

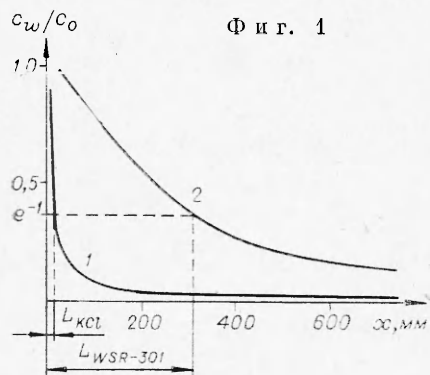
Протяженность начальной области как для пассивных, так и для активных примесей весьма мала, а при $q \geq 50\nu$ эта область вообще отсутствует (q — расход на единицу длины щели подаваемого в поток раствора, ν — кинематическая вязкость потока, так что правая часть неравенства есть расход жидкости в вязком подслое). Промежуточная область для пассивных примесей также невелика (около 60—80 толщин ТПС) [1]. Поэтому в расчетах по диффузии пассивных примесей обычно игнорируют наличие первых двух областей и принимают во внимание только третью самую протяженную конечную область [2]. Это не только оправдано, но и удобно, поскольку конечная область диффузии характеризуется наиболее простыми асимптотическими зависимостями.

Концентрация активных добавок в конечной области обычно невелика, и их воздействие на поток с ростом координаты x постепенно уменьшается. Поэтому и для активных примесей конечная область является самой простой и во многом сходной с конечной областью для пассивных примесей. По-видимому, в этом состоит причина того, что при рассмотрении эффекта Томса принимают во внимание только конечную область диффузии [3, 4]. Как и в задачах о диффузии пассивных примесей, здесь это удобно, но, к сожалению, может быть лишь отчасти оправдано отсутствием надежных экспериментальных данных о диффузии полимеров в промежуточной области. Выполненные в данной работе измерения показали, что протяженность промежуточной области для полимерных примесей во много раз больше, чем для пассивных, и хотя бы поэтому ее наличием уже нельзя пренебрегать. Кроме того, именно в промежуточной области реализуются наибольшие по величине гидродинамические эффекты из-за существенных концентраций полимерных добавок в пристеночной зоне ТПС, где, как известно, и происходит основное воздействие полимеров на турбулентность.

Поэтому в данной работе наибольшее внимание было уделено промежуточной области диффузии полимерных растворов. Представлены результаты измерений концентрации активной (полиэтиленоксид WSR-301), а также пассивной (хлористый кальций KCl) примесей, диффундирующих в ТПС плоской пластины от линейного источника (щели), расположенного на обтекаемой поверхности поперек потока.

Опыты проводились в ТПС, развивающемся на плоской стенке рабочего участка гидродинамической трубы, имеющего поперечное сечение $150 \times 75 \text{ мм}^2$ и длину 1000 мм. Измерения концентрации примесей в потоке осуществлялись на расстояниях $x = 157; 357$ и 557 мм от щели с минимальным шагом по нормали к стенке $\Delta y = 0,1$ мм. Диапазоны изменения контролируемых в опытах величин составляли: для скорости потока u_∞ на внешней границе ТПС от 2 до 12 м/с; для чисел Рейнольдса Re^* (по толщине вытеснения) от $6 \cdot 10^3$ до $2 \cdot 10^4$; для удельных (на единицу длины щели) расходов q раствора от 0,083 до 12,5 см²/с; для начальной концентрации c_0 подаваемого в поток через щель раствора от $5 \cdot 10^{-4}$ до $5 \cdot 10^{-3}$ г/см³.

Конструктивное оформление щели обеспечивало почти касательное к стенке направление подачи раствора. Раствор через щель с поперечным сечением $0,7 \times 120 \text{ мм}^2$ подавался в поток из расходных емкостей с помощью сжатого воздуха. Величина расхода раствора измерялась ротаметрами. Исследование распределения диффундирующих в ТПС примесей осуществлялось путем отбора проб жидкости из различных точек потока с последующим измерением в этих пробах концентраций примеси специально изготовленным прибором — полярографом, позволяющим определять концентрации от 10^{-6} г/см³ и выше [5]. Отбор проб со стенки производился через дренажные отверстия диаметром 0,5 мм, а в потоке — с помощью микротрубок с приемным отверстием $0,15 \times 1,5 \text{ мм}^2$.



Фиг. 1

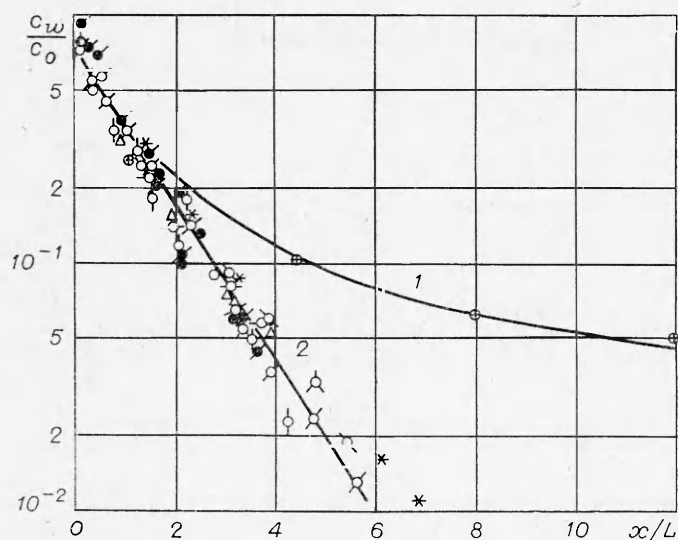
Фиг. 1 иллюстрирует различия в уменьшении концентрации на стенке c_w вниз по потоку от щели для пассивной примеси KCl (кривая 1) и активной полимерной добавки WSR-301 (кривая 2). Видно, что концентрация пассивной примеси очень быстро (примерно обратно пропорционально расстоянию от щели) падает, что находится в полном соответствии с известными данными [1, 2]. При тех же условиях концентрация полимерной добавки на стенке убывает вниз по потоку много медленнее. Это обусловлено тем, что полимерные добавки существенно уменьшают интенсивность турбулентного перемешивания.

Если в рассмотрении продольный масштаб L диффузии соотношением $c_w(L) = c_0 e^{-1}$, где c_0 — начальная концентрация раствора на выходе из щели, то, как следует из фиг. 1, этот масштаб для WSR-301 может быть в 15–20 раз больше, чем для пассивной примеси.

На фиг. 2 представлены результаты измерений безразмерных концентраций c_w/c_0 на стенке в функции от безразмерных расстояний x/L (кривая 2 для WSR-301 расположилась левее кривой 1 для KCl вследствие указанного выше сильного различия в величинах масштабов L). Различные точки на кривой 2 относятся к разным комбинациям расстояний от щели ($x = 157; 357$ и 557 мм), скорости потока ($u_\infty = 4,8$ и 12 м/с) и расхода раствора ($q = 0,85; 1,7; 2,12; 2,96; 8,5; 8,75$ см²/с). Начальная концентрация равнялась $1,12 \cdot 10^{-3}$ г/см³. Можно видеть, что закон падения концентрации на стенке для активных примесей существенно отличается от гиперболического закона для пассивных примесей: при $0 < x/L < 6$ он близок к экспоненциальному

$$(1) \quad c_w/c_0 = \exp(-\alpha x/L - \beta),$$

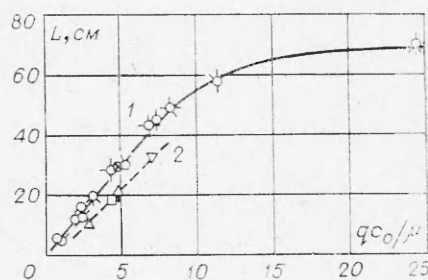
причем для растворов WSR-301 $\alpha = 0,7$ и $\beta = 0,3$.



Ф и г. 2

Чтобы иметь возможность воспользоваться зависимостью (1) или данными фиг. 2, необходимо знать, как изменяется масштаб L от изменения условий подачи раствора в поток и течения в ТПС. На фиг. 3 показаны результаты, относящиеся к скоростям потока 2, 4, 8 м/с, расходам полимерной добавки 0,85; 2,12; 4,23; 8,5 см³/с и концентрациям исходного раствора $0,56 \cdot 10^{-3}$; $1,12 \cdot 10^{-3}$; $2,24 \cdot 10^{-3}$; $5 \cdot 10^{-3}$ г/см³.

Эти данные свидетельствуют о том, что масштаб L зависит не порознь от q и c_0 , а от их произведения qc_0 , т. е. от результирующего количества полимерного вещества, подаваемого в поток в единицу времени. Зависимость эта такова, что при малых qc_0 масштаб L растет примерно пропорционально qc_0 , а при больших qc_0 от этой величины масштаб почти не зависит. По-видимому, слишком большие значения количества полимерного вещества являются избыточными для насыщения примесью пристенной зоны, и «излишки» примеси диффундируют во внешнюю часть ТПС, не увеличивая концентрации вблизи стенки.



Ф и г. 3

Интересной особенностью приведенных результатов для стенки является их независимость от скорости u_∞ обтекания пластины и, следовательно, от интенсивности турбулентной диффузии во внешних частях ТПС. Это коренным образом отличается от того, что имеет место для пассивных примесей, когда концентрация на стенке c_w убывает обратно пропорционально скорости u_∞ потока. Консервативность диффузионных процессов для полимерных добавок в непосредственной близости к стенке по отношению к интенсивности турбулентного перемешивания во внешних частях ТПС можно объяснить почти полным подавлением полимерами у стенки турбулентных пульсаций. В таких условиях вязкий подслоя можно считать практически ламинарным, что, как известно, неверно в отношении обычного вязкого подслоя, в котором существуют довольно интенсивные пульсации скорости, заметно влияющие на процессы переноса [6].

Естественно считать, что в ламинарном течении вязкого подслоя диффузия активной примеси не зависит от турбулентности в более удаленных от стенки частях ТПС и поэтому определяется только физическими свойствами транспортирующей среды, ее расходом в рассматриваемой области и транспортабельными свойствами диффундирующих полимерных частиц. Свойства среды характеризуют ее кинематическая вязкость ν и плотность ρ . Расход жидкости в вязком подслое зависит, как известно, только от вязкости, $q_{в.п} = a^2\nu/2$, где a — локальное число Рейнольдса подслоя, имеющее порядок десяти. Из теории броуновского движения следует, что транспортабельная способность диффундирующих частиц в заданной среде однозначно описывается характерным размером h частиц.

Следовательно, параметрами, определяющими рассматриваемый процесс, являются ν , ρ и h . Из них можно построить единственную безразмерную комбинацию для аргумента продольного масштаба диффузии — qc_0/μ ($\mu = \rho\nu$ — динамическая вязкость растворителя), что и показано на фиг. 3. Безразмерная форма представления самого масштаба диффузии принимает вид L/h . Возможно, что более удобной формой окажется $L\mu D/kT$, которая вытекает из соотношения $D = kT/6\pi\mu h$, связывающего коэффициент молекулярной диффузии D с размером h диффундирующих частиц, вязкостью μ и температурой T среды (k — постоянная Больцмана).

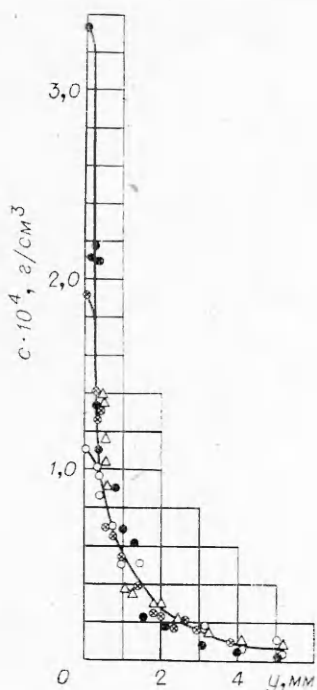
В настоящее время величины D и h для полимерных частиц неизвестны с достаточной точностью, поэтому на фиг. 3 масштаб L показан в размерной форме, кривая 1 относится к свежеприготовленным растворам WSR-301, а кривая 2 — к растворам WSR-301, которые выдерживались перед опытом в течение 5 сут при концентрации 10^{-3} г/см³. За это время либо произошла частичная химическая деградация макромолекул, либо имело место некоторое дорастворение надмолекулярных образований. В результате несколько уменьшились гидродинамическая эффективность раствора и характерный размер частиц, а коэффициент диффузии соответственно возрос. Поэтому можно высказать предположение, что безразмерная функция $L\mu D/kT = \varphi(qc_0/\mu)$ могла бы объединить кривые 1 и 2 фиг. 3. Было бы желательным в дальнейшем проверить, не является ли указанная функция универсальной для всех полимеров, снижающих сопротивление трения.

Примеры распределения поперек ТПС размерной концентрации раствора WSR-301 в промежуточной области показаны на фиг. 4. Обнаружено, что распределение концентрации в ТПС (за исключением малой пристенной зоны) определяется величиной параметра $qc_0/\rho u_\infty x$ и данные фиг. 4 относятся к значению этого параметра, равного $2,1 \cdot 10^{-7}$. Упомянутый параметр является отношением двух параметров

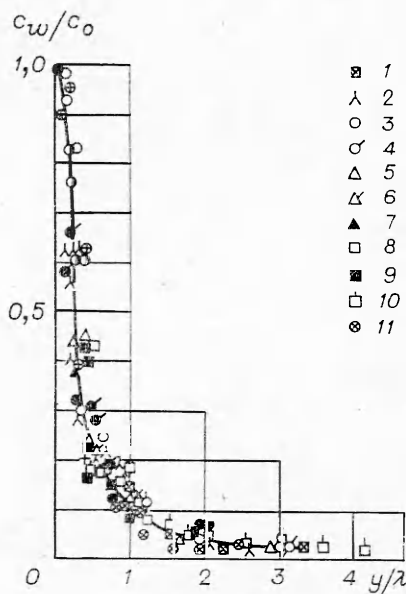
$$\frac{qc_0}{\rho u_\infty x} = \frac{qc_0}{\mu} \frac{u_\infty x}{\nu},$$

и из фиг. 3, 4 следует, что если вблизи стенки определяющим является только безразмерный расход qc_0/μ , то во внешней части ТПС наряду с ним играет роль и число Рейнольдса $u_\infty x/\nu$. Таким образом, для полимерной примеси в промежуточной области ТПС можно выделить две характерные зоны (консервативную пристенную и внешнюю), в то время как для пассивных примесей распределение концентрации вплоть до стенки определяется, как известно [1], единственным параметром $qc_0/\rho u_\infty x^m$, где m мало отличается от единицы.

Семейство кривых $c = f_1(y)$ с параметром $qc_0/\rho u_\infty x$ для внешней части ТПС (см. фиг. 4) удается представить в форме единой безразмерной кривой $c/c_w = f_2(y/\lambda)$, где λ — некоторая условная толщина диффузион-



Фиг. 4



Фиг. 5

ного слоя (фиг. 5, вариации параметров в таблице). Из возможности такого перестроения следует

$$c_w = \frac{c}{f_2(y/\lambda)} = \frac{f_1(y)}{f_2(y/\lambda)}$$

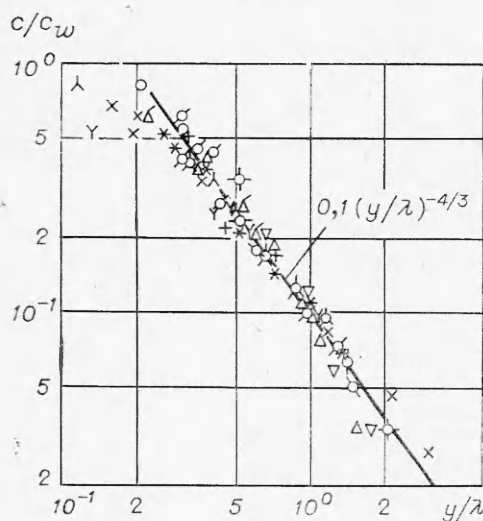
Но концентрация на стенке c_w по смыслу не может зависеть от координаты y . Следовательно, в функцию f_2 функция f_1 должна входить сомножителем: $f_2(y/\lambda) = f_1(y)f(\lambda)$, а это может быть только тогда, когда f_2 — степенная функция. Итак,

$$(2) \quad f_2(y/\lambda) = A(y/\lambda)^n = (By^n) \left(\frac{A}{B} \lambda^n \right),$$

где A зависит от способа определения диффузионной толщины слоя λ и для принятого в данном случае способа $c(\lambda) = 0,1 c_w$ имеем $A = 0,1$. Очевидно также, что первый сомножитель в правой части (2) дает выражение для $f_1(y)$ с коэффициентом B , зависящим от $qc_0/\rho u_\infty x$. Таким образом, обе функции, показанные на фиг. 4, 5, должны иметь форму одинаковой степенной зависимости от своих аргументов. Фиг. 6, построенная в двойном логарифмическом масштабе по данным фиг. 5, наглядно показывает, что зависимость (2) при $n \approx -4/3$ и $A = 0,1$ хорошо

Полиэтиленоксид WSR-301, $c_0 = 1,12 \cdot 10^{-3}$ г/см³

Номер точек фиг. 5	q , см ² /с	u_∞ , м/с	x , мм
1	4,23	8	157
2	12,1	12	157
3	2,12	4	357
4	4,32	4	357
5	4,23	8	357
6	6,27	8	357
7	8,57	8	357
8	6,60	12	357
9	12,1	12	357
10	2,12	4	557
11	4,23	4	557



Ф и г. 6

выполняется для диапазона расстояний от стенки примерно в четыре октавы. Исключение составляют пристенная зона ТПС и, возможно, его самые наружные части.

Начало конечной области диффузии соответствует смыканию диффузионного и динамического пограничных слоев. Поэтому толщину δ последнего принимают в качестве характерного масштаба длины для первого:

$$(3) \quad c/c_w = f_3(y/\delta).$$

В конечной области можно выразить суммарный расход диффундирующей примеси через функцию (3) и профиль средней скорости $u/u_\infty = g(y/\delta)$:

$$qc_0 = \int_0^\infty c u dy = c_w \delta u_\infty \gamma,$$

где

$$\gamma = \int_0^\infty f_3(y/\delta) g(y/\delta) d(y/\delta).$$

Параметр $\gamma = \bar{c}/c_w$ характеризует среднюю по сечению ТПС концентрацию $\bar{c} = qc_0/\delta u_\infty$, нормированную концентрацией c_w на стенке. Он указывает также на степень однородности поперечного распределения концентрации. При обтекании тел однородными растворами $\gamma = 1$, при подаче раствора через щели в обтекаемой поверхности $\gamma < 1$, поскольку максимальная концентрация имеет место на стенке. Вследствие турбулентной диффузии, выравнивающей распределение концентрации примесей, коэффициент γ возрастает вниз по потоку от щели, что свидетельствует о более быстром уменьшении концентрации на стенке c_w по сравнению со средней концентрацией \bar{c} .

Максимального значения $\gamma \approx 0,55$ коэффициент однородности для пассивных примесей достигает к концу промежуточной области и остается постоянным в конечной области. Для полимерных добавок, локализация которых в консервативной пристенной зоне достаточно высока, обычно на начальных участках конечной области наблюдается $\gamma < 0,55$, и здесь еще до некоторой степени проявляется эффект Томса. Это бывает при больших значениях qc_0/μ , когда продольный масштаб диффузии L близок к максимальным значениям. В этом случае величина L слабо зависит от qc_0/μ (см. фиг. 3) и для коэффициента однородности с учетом (1) можно записать

$$(4) \quad \gamma = \frac{\bar{c}^2 c_w}{\delta u_\infty^2 c_w} = \frac{a}{\delta u_\infty} \exp\left(\alpha \frac{x}{L} + \beta\right) = \frac{\bar{c}}{Q} \left(1 - \frac{\delta^*}{\delta}\right) \exp\left(\alpha \frac{x}{L} + \beta\right),$$

где δ^* — толщина вытеснения ТПС; Q — расход жидкости через ТПС, связанный с произведением $u_\infty \delta$ соотношением

$$Q = u_\infty \delta (1 - \delta^*/\delta).$$

Коэффициент равномерности γ тем больше, чем больше отношение расхода полимерного раствора q к суммарному расходу жидкости Q в ТПС. Однако, как отмечалось выше, γ никогда при щелевой подаче не превышает значения $\sim 0,55$ и переход от зависимости (4) к постоянному значению происходит для полимерных растворов тем раньше, чем меньше продольный масштаб диффузии L . В данных опытах даже при максимальных значениях не удавалось получить в конечной области диффузии полимерных добавок значений γ , меньших, чем $0,42-0,45$, что всего на 20—30% отличается от асимптотического значения $0,55$. При малых значениях qc_0/μ , когда продольный масштаб диффузии L также мал (см. фиг. 3), с самого начала конечной области наблюдалось $\gamma \approx 0,55$.

Поступила 17 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Poreh M., Cermak J. E. Study of diffusion from a line source in a turbulent boundary layer.—«Internat. J. Heat and Mass Transfer», 1964, vol. 7, N 10, p. 1083—1095.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
3. Fabula A. G., Burns T. J. Dilution in a turbulent boundary layer with polymeric friction reductions. Naval Undersea Research and Development Center, Pasadena, Calif., 1970, TP 171.
4. Иоселевич В. А., Пилипенко В. Н. О сопротивлении плоской пластины в потоке полимерного раствора переменной концентрации.—«Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 1.
5. Вдовин А. В. Диффузия полимеров от линейного источника в турбулентном пограничном слое.— В кн.: Тезисы докладов на XXIV Всесоюзной научно-технической конференции по теории корабля. Л., «Судостроение», 1975.
6. Хабахпашева Е. М. Некоторые данные о структуре течения в вязком подслое.— В кн.: Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск, «Наука», 1974.

УДК 532.529

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАПЕЛЬ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ

В. А. Архипов, Г. С. Ратанов, В. Ф. Трофимов

(Томск)

Информация о закономерностях слияния и дробления капель жидкости при столкновениях необходима для решения ряда задач динамики двухфазных течений. Исследованию столкновения капель посвящено значительное количество работ [1—8], однако при расчете течений с учетом коагуляции и дробления частиц до сих пор используются приближенные гипотезы и эмпирические формулы для вероятности слияния капель. Ниже рассматриваются результаты кинематографического исследования процесса столкновения свободно летящих в воздухе капель. В отличие от известных работ [2, 3] исследовались не усредненные эффекты массовых соударений, а особенности поведения отдельных взаимодействующих капель в зависимости от значения критериев, определяющих результат столкновения.