

УДК 532.526; 536.252

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ СТРУКТУР В ОБДУВАЕМОМ ТОНКОМ СЛОЕ СИЛИКОНОВОГО МАСЛА С ПОДОГРЕВОМ

В. П. Реутов, Г. В. Рыбушкина

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия
E-mails: reutov@appl.sci-nnov.ru, ryb@appl.sci-nnov.ru

Проведено численное моделирование конвективных структур в тонком подогреваемом снизу слое силиконового масла, свободная поверхность которого обдувается потоком воздуха, порождающим дрейфовое течение. Предложено преобразование исходных уравнений к форме, удобной для применения спектрального метода. Рассчитан профиль скорости стационарного течения, полученного в условиях лабораторного эксперимента. Показано, что при увеличении числа Рейнольдса происходит переход от полигональных конвективных ячеек к продольным (вытянутым вдоль потока) валам. Получена зависимость переходного числа Рейнольдса от температуры на нижней границе слоя. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: термическая конвекция, конвективные структуры, сдвиговое течение, пограничный слой.

DOI: 10.15372/PMTF20170207

Введение. Интерес к исследованию конвективных структур, возникающих в жидкости со свободной границей при наличии горизонтального сдвигового течения, обусловлен их использованием при моделировании природных процессов, решении ряда прикладных задач, а также при изучении зарождения турбулентности при термической конвекции [1–5]. Ламинарное сдвиговое течение подавляет поперечные к потоку валиковые моды, способствуя образованию продольных валов. В [6] приведен обзор работ, в которых определялись критические значения параметров конвективных мод и строилась слабонелинейная теория развития этих мод. В [7] проводилось численное моделирование процесса образования продольных конвективных валов в канале, заполненном движущейся жидкостью со свободной поверхностью. Возникновение конвекции определялось более высокой по сравнению с температурой окружающего воздуха температурой на нижней стенке канала, на боковых стенках канала ставились условия прилипания и теплоизоляции. Обзор работ, посвященных изучению термической конвекции в многослойной жидкости при наличии в ней однонаправленного и возвратного течения, представлен в монографии [2].

Инверсное распределение температуры, приводящее к термической конвекции, может формироваться также при охлаждении слоя жидкости сверху за счет испарения при выполнении условия теплоизоляции на нижней границе. Генерация конвективных структур

Работа выполнена в рамках государственного задания для Института прикладной физики РАН (код проекта 0035-2014-0007).

© Реутов В. П., Рыбушкина Г. В., 2017

в охлаждаемом сверху слое этилового спирта с дрейфовым течением экспериментально изучалась в [8, 9]. Результаты численного моделирования, проведенного в рамках двумерной [8, 10] и трехмерной [6] задач, качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными. Ряд исследований посвящен экспериментальному и численному моделированию термической конвекции в приповерхностном слое водоемов при наличии ветра. В работе [3] показано, что в этом случае существенную роль в формировании поля температуры играют подковообразные вихри, порождаемые сдвиговой турбулентностью.

Использование силиконового масла в экспериментальных исследованиях термической конвекции позволяет исключить влияние загрязнений, пленок поверхностно-активных веществ и пыли. Особенность силиконовых масел состоит в том, что их вязкость и число Прандтля могут превышать аналогичные параметры для воды в несколько сотен раз. В ряде работ изучались конвективные структуры в подогреваемых снизу тонких слоях силиконового масла со свободной поверхностью. Отметим работу [4], в которой рассмотрен переход от моделей с шестиугольными ячейками к моделям с четырехугольными ячейками, имеющий место при увеличении числа Марангони. В работе [5] экспериментально обнаружены и численно исследованы кольцевые цепочки конвективных структур в цилиндрической кювете. Экспериментальное исследование структур в обдуваемом подогреваемом тонком слое силиконового масла проводилось в [11]. В рабочей части кюветы под действием касательных напряжений потока воздуха возникало однонаправленное течение. Числа Рэлея и Марангони соответствовали режиму “переходной” конвекции, которая характеризуется образованием упорядоченных структур. При увеличении скорости потока (числа Рейнольдса) в [11] обнаружен переход от конвективных ячеек к продольным (вытянутым вдоль потока) конвективным валам, для описания которого в [12] предложена феноменологическая модель, основанная на уравнении Свифта — Хюенберга.

Целью настоящей работы является численное моделирование трехмерных конвективных структур в обдуваемом тонком слое силиконового масла, подогреваемом снизу, и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [11]. Исследуется переход от конвективных ячеек к валам при увеличении числа Рейнольдса. Задача решается с использованием псевдоспектрального метода, развитого в [6] для изучения конвекции в этиловом спирте, однако в отличие от [6] исследуются установившиеся режимы генерации. Кроме того, учитывается, что теплоотдача поверхности зависит от скорости потока воздуха при наличии в нем турбулентного пограничного слоя (ТПС), и определен профиль скорости стационарного течения в условиях эксперимента. Вследствие отсутствия испарения и большой вязкости силиконового масла вблизи его поверхности холодный пограничный слой не образуется, а в этиловом спирте наличие этого слоя приводит к генерации мелкомасштабных термокапиллярных структур [6]. В отличие от подхода, основанного на решении модельных уравнений, прямое численное решение позволяет исследовать зависимость динамики структур от физических параметров жидкости и потока воздуха.

1. Основные уравнения и граничные условия. Рассмотрим гравитационно-капиллярную конвекцию в тонком слое несжимаемой жидкости со свободной поверхностью, подогреваемом снизу и граничащем с турбулентным пограничным слоем потока воздуха. Поток воздуха создает постоянное касательное напряжение τ_s , вследствие чего внутри слоя возникает дрейфовое течение в направлении оси x декартовой системы координат (будем называть это направление продольным). Ось z направлена вертикально вверх (противоположно силе тяжести), ось y — поперек течения. Используя в качестве масштабов длины и времени толщину слоя H и H^2/ν (ν — кинематическая вязкость жидкости), перейдем к безразмерным переменным. Тогда стандартные уравнения термической

конвекции в приближении Буссинеска принимают вид [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Pr}^{-1} \text{Ra} \theta \mathbf{e}_z, \\ \text{div } \mathbf{v} &= 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \theta = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{v} = (u, v, w)$ — безразмерный вектор скорости; \mathbf{e}_z — единичный орт оси z ; $\theta = (T - T_1)/(T_1 - T_0)$ — безразмерное возмущение температуры; T — абсолютная температура; T_1 — температура пластины на нижней границе слоя; T_0 — температура в однородном потоке воздуха; p — отклонение нормированного давления от гидростатического; $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля; $\text{Ra} = \alpha_* g (T_1 - T_0) H^3 / (\nu \chi)$ — число Рэлея; α_* — коэффициент теплового расширения; g — ускорение свободного падения; χ — температуропроводность. Параметры масла внутри слоя полагаются постоянными и вычисляются при температуре пластины $T = T_1$.

Найдем решение задачи с периодическими граничными условиями по x и y . Это позволяет выделить осциллирующие и средние по x и y составляющие термо- и гидродинамических полей:

$$u = U + \tilde{u}, \quad v = V + \tilde{v}, \quad w = \tilde{w}, \quad \theta = \bar{\theta} + \tilde{\theta}, \quad p = \bar{p} + \tilde{p}, \quad (2)$$

где $U(z, t), V(z, t)$ — профили продольной и поперечной средних скоростей; $\bar{\theta}(z, t), \bar{p}(z, t)$ — профили средних температуры и давления; знак “ \sim ” соответствует осциллирующим составляющим переменных.

Следуя [6], представим осциллирующие величины в виде усеченных рядов Фурье

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{\theta}, \tilde{p}) = \sum_{j=-K_1}^{K_1} \sum_{\substack{l=-K_2 \\ j^2+l^2 \neq 0}}^{K_2} (\hat{u}_{jl}, \hat{v}_{jl}, \hat{w}_{jl}, \hat{\theta}_{jl}, \hat{p}_{jl}) e^{i\alpha_j x + i\beta_l y}, \quad (3)$$

где знак “ $\hat{\cdot}$ ” обозначает комплексные амплитудные профили пространственных гармоник, зависящих от z и t ; $\alpha_j = j\alpha_1$, $\beta_l = l\beta_1$ — продольные и поперечные волновые числа кратных гармоник; $\alpha_1 = 2\pi/\Lambda_x$, $\beta_1 = 2\pi/\Lambda_y$ — волновые числа основных гармоник; $\Lambda_{x,y}$ — их периоды по x и y ; $K_{1,2}$ — число ненулевых гармоник в разложениях Фурье по направлениям x и y . Поскольку ряды (3) являются разложениями вещественных функций, на коэффициенты в правой части (3) налагаются условия $(\hat{\cdot})_{-j,-l} = (\hat{\cdot})_{j,l}^*$. В (3) не входят гармоники с нулевыми волновыми числами по координатам x и y одновременно, которые учтены в (2) как средние поля.

Подставляя (2), (3) в (1), перейдем к уравнениям для комплексных амплитудных профилей гармоник. При этом линейные и нелинейные члены сгруппируем, сохраняя координатное представление нелинейных членов. Исключая амплитудные профили гармоник давления и опуская индексы j, l , систему уравнений для комплексных амплитудных профилей гармоник приведем к виду [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\zeta}}{\partial t} + i(\alpha U + \beta V) \hat{\zeta} - \left(\frac{\partial^2 \hat{\zeta}}{\partial z^2} - \varkappa^2 \hat{\zeta} \right) - i \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\alpha U + \beta V) \right) \hat{w} + \text{Pr}^{-1} \text{Ra} \varkappa^2 \hat{\theta} &= \hat{S}^{(w)}, \\ \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial z^2} - \varkappa^2 \hat{w} &= \hat{\zeta}, \\ \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial t} + i(\alpha U + \beta V) \hat{\Omega} - \left(\frac{\partial^2 \hat{\Omega}}{\partial z^2} - \varkappa^2 \hat{\Omega} \right) + i \left(\frac{\partial}{\partial z} (\alpha V - \beta U) \right) \hat{w} &= \hat{S}^{(\Omega)}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial t} + i(\alpha U + \beta V)\hat{\theta} + \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \hat{w} - \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial z^2} - \varkappa^2 \hat{\theta} \right) = \hat{S}^{(\theta)},$$

где $\varkappa^2 = \alpha^2 + \beta^2$; $\hat{\Omega} = i\alpha\hat{v} - i\beta\hat{u}$ — амплитудный профиль z -компоненты завихренности, взятой со знаком минус: $\Omega = -(\text{rot } \mathbf{v})_z$; $\hat{\zeta}$ — амплитудный профиль вспомогательной переменной $\zeta = \Delta w$; Δ — трехмерный лапласиан; $\hat{S}^{(w)}$, $\hat{S}^{(\Omega)}$, $\hat{S}^{(\theta)}$ — комплексные амплитудные профили нелинейных членов (квадратичных форм компонент скорости и температуры и их производных). Используя определение $\hat{\Omega}$ и уравнение непрерывности в (1), нетрудно получить выражения для профилей гармоник \hat{u} и \hat{v} в виде линейных функций $\partial \hat{w} / \partial z$ и $\hat{\Omega}$, замыкая таким образом систему уравнений для амплитудных профилей, входящих в левые части (4).

В отсутствие нелинейных членов система (4) сводится к обычным уравнениям линейной теории гидродинамической и конвективной неустойчивости. В общем случае (4) следует дополнить уравнениями для средних профилей горизонтальных компонент скорости и температуры

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} (U - U_0(z)) &= -\frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z}, & \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= -\frac{\partial \bar{v}\bar{w}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} - \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial z^2} &= -\frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $U_0(z)$ — профиль скорости стационарного течения, соответствующий условиям экспериментов. Уравнения (5) определяют изменение средней скорости и средней температуры, от которых зависит эволюция амплитудных профилей гармоник (черта над произведениями величин со знаком “ \sim ” означает осреднение по x и y).

2. Граничные условия. В соответствии с [11] примем, что нижняя граница слоя $z = 0$ является жесткой стенкой, имеющей постоянную абсолютную температуру T_1 . Граничные условия на свободной верхней границе запишем в приближении плоской недеформируемой поверхности. Свободная поверхность жидкости находится в контакте с ТПС воздушного потока, который при удалении от границы переходит в потенциальное течение с постоянной скоростью u_∞ и температурой T_0 . Поток воздуха создает на верхней границе слоя $z = 1$ касательное напряжение τ_s , направленное вдоль оси x . В соответствии с [13] получаем

$$\tau_s = \rho_a u_*^2 = 0,0576 \frac{\rho_a u_\infty^2}{2} \left(\frac{\nu_a}{u_\infty x_1} \right)^{1/5}, \quad (6)$$

где u_* — динамическая скорость пограничного слоя; u_∞ — скорость набегающего потока воздуха; ρ_a , ν_a — плотность и кинематическая вязкость воздуха; x_1 — расстояние от передней кромки пластины. В рамках модели взаимодействия поверхности жидкости с ТПС [8] положим в (6) $x_1 = l_0 + l/2$ (l_0 — расстояние от передней кромки пластины до переднего края кюветы; l — длина кюветы в направлении потока (в экспериментах [11] $l_0 = 36$ см, $l = 30$ см)). В работе [8] с помощью автомодельного решения задачи о диффузии тепла в ТПС определена зависимость скорости теплоотдачи поверхности от параметров ТПС и получено граничное условие в безразмерном виде. В соответствии с [8] для средней температуры на поверхности слоя жидкости получаем граничное условие

$$\varkappa_0 \frac{\partial (\bar{T} - T_0)}{\partial z} \Big|_{z=1} = -C_1 \frac{\varkappa_a (T_s - T_0)}{L_T} - 4\varepsilon \sigma_{\text{SB}} T_0^3 (T_s - T_0),$$

где \bar{T} , $T_s = \bar{T}|_{z=1}$ — средняя температура внутри слоя и на его поверхности; \varkappa_0 , \varkappa_a — теплопроводность жидкости и воздуха; $C_1 \approx 0,54$, ε — излучательная способность жидкости;

$\sigma_{\text{СВ}}$ — постоянная Стефана — Больцмана; $L_T = (\delta_* l \chi_a / u_\infty)^{1/3}$ — параметр диффузии тепла в ТПС; χ_a — температуропроводность воздуха; δ_* — толщина вытеснения ТПС. В отличие от [8] выражение для L_T получено с учетом аппроксимации профиля скорости в пристенной области пограничного слоя $\bar{u}(z) = u_\infty z / \delta_*$ при условии $L_T \leq \delta_*$, выполненном в экспериментах [11]. Для определения толщины вытеснения ТПС используем выражение [13]

$$\delta_* = 0,046 x_1 (\nu_a / (u_\infty x_1))^{1/5}. \quad (7)$$

Измеренная в [5] излучательная способность силиконового масла $\varepsilon = 0,9$ близка к значению ε для воды (см. [8]).

Зависимость поверхностного натяжения σ от возмущений температуры представим в виде [2] $\sigma = \sigma(T_s) - \sigma_T(T_1 - T_0)\bar{\theta}_s$, где $\sigma_T = -(\partial\sigma/\partial T)|_{T=T_s} > 0$; $\bar{\theta}_s = \bar{\theta}|_{z=1}$. Коэффициент σ_T , вычисленный при температуре $T_s = T_0 + (T_1 - T_0)\bar{\theta}_s$, слабо зависит от температуры и марки масла [14]. В соответствии с [4, 5, 14] будем полагать $\sigma_T \approx 6 \cdot 10^{-5}$ Н/(м·град). Введем число Рейнольдса $\text{Re} = U_m^{**} H / \nu$ ($U_m^{**} = \tau_s H / (\rho \nu)$ — скорость на поверхности слоя в стационарном течении Куэтта; ρ — плотность жидкости). Опуская индексы j, l , граничные условия на свободной поверхности $z = 1$ запишем в виде

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -b(\bar{\theta} + 1), \quad \frac{\partial U}{\partial z} = \text{Re}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial z} = -b\hat{\theta}, \quad \hat{w} = 0, \quad \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial z} = 0, \quad \hat{\zeta} = -\varkappa^2 \frac{\text{Ma}}{\text{Pr}} \hat{\theta} \Big|_{z=1}, \quad (9)$$

где $\text{Ma} = \sigma_T(T_1 - T_0)H / (\rho \nu \chi)$ — число Марангони; b — безразмерный коэффициент теплоотдачи (число Био):

$$b = C_1 \left(\frac{H}{L_T} \right) \frac{\varkappa_a}{\varkappa_0} + \frac{4\varepsilon\sigma_{\text{СВ}}T_0^3 H}{\varkappa_0}. \quad (10)$$

На нижней границе слоя зададим условия непротекания, прилипания и постоянства температуры:

$$U = 0, \quad V = 0, \quad \bar{\theta} = 0, \quad \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0, \quad \hat{\Omega} = 0, \quad \hat{w} = 0, \quad \hat{\theta} = 0 \Big|_{z=0}. \quad (11)$$

Уравнения (4), (5) с граничными условиями (9), (11) представляют собой замкнутую постановку краевой задачи для дрейфового течения слоя жидкости.

3. Профиль скорости стационарного течения. Полагая в первом уравнении (5) $U_0(z) = 0$, получаем стационарное решение уравнений (4), (5) с линейным профилем средней скорости $U = \text{Re} z$ (течение Куэтта) и профилем средней температуры $\bar{\theta} = -bz / (1+b)$. Заметим, что в соответствии с принятой нормировкой скорости число Рейнольдса Re совпадает с безразмерной скоростью течения Куэтта на поверхности слоя при $z = 1$. В экспериментах [11] жидкость возвращалась из нижней по потоку части кюветы в верхнюю по двум боковым каналам. Однонаправленное течение в рабочей части кюветы возникало под действием касательных напряжений потока воздуха при объединении двух потоков жидкости из боковых каналов (см. рис. 1 в [11]). Ввиду отсутствия касательных напряжений в боковых каналах ($\tau_s = 0$) скорость стационарного течения в рабочей части кюветы U_r^{**} меньше U_m^{**} и соответственно ее безразмерный аналог $\text{Re}_r = U_r^{**} H / \nu < \text{Re}$. В то же время согласно второму уравнению в (7) производная $\partial U / \partial z$ на поверхности $z = 1$ равна Re . Это означает, что профиль скорости в рабочей части кюветы $U(z)$ должен быть вогнутым (менее “наполненным” по сравнению с линейным).

Для расчета стационарного течения в рабочей части кюветы рассмотрим двумерное течение с периодическими граничными условиями, на которое оказывают влияние поверхностные напряжения в интервале $L_1 < L$ (L — период течения). Используя параметры кюветы из [11], при толщине слоя $H = 4$ мм получаем $L = 160$, $L_1 = 64$. Для описания двумерного течения в отсутствие конвекции в (4), (5), (8), (10) положим $\tilde{v} \equiv 0$, $V \equiv 0$, $Ra = 0$, $Ma = 0$, $\theta \equiv 0$. На периоде L зададим П-образное гладкое распределение касательного напряжения

$$\tau_s(x) = 0,5 \operatorname{th} [s(x + d)] + 0,5 \operatorname{th} [s(d - x)],$$

где $d = 32$; $s = 0,5$; $-L/2 < x < L/2$. Граничные условия (8), (9) запишем в виде

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \operatorname{Re} \overline{\tau_s(x)}, \quad \hat{\zeta}_j = -i\alpha_j \operatorname{Re} \hat{\tau}_{sj} \Big|_{z=1},$$

где $\hat{\tau}_{sj}$ — комплексные амплитуды гармоник разложения $\tau_s(x)$ в ряд Фурье; черта сверху означает среднее по x . В данном случае волновое число первой гармоники $\alpha_1 = 2\pi/L$.

В расчетах полагалось $U_0(z) \equiv 0$. Установлено, что перестроение вертикального профиля скорости $U(z, t)$ происходит в узких областях быстрого изменения $\tau_s(x)$, тогда как в областях с постоянными $\tau_s \simeq 1$ и $\tau_s \simeq 0$ он изменяется незначительно. В области $\tau_s \simeq 1$ получена безразмерная скорость течения на поверхности $Re_r = \gamma Re$, где $\gamma \approx 0,55$ — коэффициент редукции поверхностной скорости течения Куэтта, который практически не зависит от числа Рейнольдса Re при $0,1 < Re < 50,0$. В области $\tau_s = 1$ расчетный профиль скорости хорошо аппроксимируется полиномиальной функцией $U_0(z) = \operatorname{Re} [(2\gamma - 1)z + (1 - \gamma)z^2]$, которая удовлетворяет граничным условиям $U_0(0) = 0$, $U_0(1) = \gamma Re$, $U_0'(1) = Re$. В области $\tau_s \simeq 0$ формируется выпуклый профиль скорости и $\gamma = 0,3$. Средняя по периоду L скорость течения на поверхности слоя близка к значению $(L_1/L) Re \approx 0,4 Re$.

4. Результаты численного моделирования конвективных структур. Численное моделирование проводилось с использованием псевдоспектрального метода [6]. Быстрое преобразование Фурье по x и y дополнялось дискретизацией по вертикальному направлению z с постоянным шагом $h = 1/(N + 1)$, где N — число узлов на интервале $0 \leq z \leq 1$, для которых записывались уравнения (4), (5). В “торцевых” точках $n = 0$, $N = 1$, соответствующих значениям $z = 0$, $z = 1$, ставились граничные условия. Производные по z в уравнениях (4), (5) и граничных условиях (8), (9), (11) заменялись конечными разностями с погрешностью $O(h^2)$. Нелинейные члены уравнений вычислялись в координатном представлении полей, полученном с помощью обратного быстрого преобразования Фурье, после чего к дискретным функциям применялось прямое быстрое преобразование Фурье. Для уменьшения влияния алиасинга (наложения спектров при спектральной обработке сигналов) в (3) принималось ограничение на ширину спектра $K_{1,2} < N_{1,2}/3$, где $N_{1,2}$ — число гармоник по направлениям x и y в комплексном быстром преобразовании Фурье. Амплитуды гармоник с номерами больше значений $K_{1,2}$ при вычислении обратного быстрого преобразования Фурье полагались равными нулю. В большинстве расчетов принималось $N_1 = 128$, $N_2 = 96$, $K_1 = 42$, $K_2 = 32$, $N = 40$, $\alpha_1 = 0,30$, $\beta_1 = 0,52$. В соответствии с граничным условием (8) касательное напряжение было постоянным во всей расчетной области, а в первое уравнение (5) подставлялся профиль скорости $U_0(z)$ (см. п. 3). Этот профиль задавался также в качестве начального условия для U . Кроме того, в начальный момент на профиль скорости налагались малые “шумовые” возмущения скорости.

В экспериментах [11] использовались масла марки ПМС, вязкость которых больше вязкости воды в 5, 100 и 300 раз. Основные расчеты проводились для силиконовых масел марок ПМС-5 и ПМС-10, кинематическая вязкость которых при комнатной температуре больше вязкости воды в 5 и 10 раз соответственно. Параметры масла при температуре

Значения тепловых параметров задачи при $H = 4$ мм и различных значениях температуры пластины T_1

Марка масла	$T_1, ^\circ\text{C}$	Ra	Pr	s_0	s_1	s_2	$\lambda_{rot}, \text{мм}$
ПМС-10	56,0	45 240	65,0	0,159	0,262	1,07	24
	47,0	28 940	73,0	0,158	0,276	1,25	16
	36,0	14 160	84,0	0,156	0,295	1,52	12
	27,0	5310	94,5	0,154	0,310	1,77	12
	25,7	4230	97,0	0,154	0,312	1,81	11
	22,1	1394	100,0	0,153	0,319	1,92	—
ПМС-5	40,0	39 027	45,0	0,173	0,238	0,68	19
	35,0	27 822	48,0	0,172	0,244	0,75	15
	30,0	16 380	51,0	0,171	0,252	0,81	14

Примечание. λ_{rot} — средний период валов.

пластины T_1 находились путем интерполяции табличных значений [15. С. 700]. Во всех расчетах температура воздуха T_0 принималась равной 20°C . В качестве исходного параметра задавалась температура пластины T_1 , для которой при толщине слоя $H = 4$ мм вычислялись безразмерные тепловые параметры задачи, приведенные в таблице. Для определения зависимости b от числа Рейнольдса Re сначала по заданному значению Re с помощью (6) находилась скорость потока воздуха u_∞ , затем по формуле (7) вычислялось значение δ_* и применялась формула (10). В результате получаем $b = s_0 + s_1 Re^{2/9}$, $u_\infty = s_2 Re^{5/9}$, где $s_{0,1,2}$ — числовые коэффициенты (см. таблицу). Минимальная указанная в таблице температура, равная $T_1 = 22,1^\circ\text{C}$, является критической для возникновения конвекции при $Re = 0$. Результаты вычисления числа Марангони Ma показали, что в рабочем диапазоне температур отношение $Ma / Ra = \sigma_T / (\alpha_0 g \rho H^2) \approx 0,41$, погрешность составляет не более 2,5 %. Заметим, что это значение находится в интервале, указанном в [11].

На приведенных на рис. 1 профилях средней температуры можно выделить теплый пограничный слой вблизи пластины и слабовыраженный холодный пограничный слой вблизи свободной поверхности. В срединной части слоя профиль температуры близок к однородному, что обусловлено интенсивным конвективным перемешиванием [6, 8]. Видно, что при увеличении числа Рейнольдса перепад средней температуры внутри слоя увеличивается вследствие усиления теплоотдачи поверхности.

На рис. 2 приведена зависимость от времени кинетической энергии $E = \langle \tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2 \rangle / 2$ ($\langle \cdot \rangle$ — осреднение по периоду в горизонтальном направлении и по толщине слоя). Виден переход к установившемуся режиму конвекции, который характеризуется формированием профилей температуры, показанных на рис. 1. Пик E на начальной стадии процесса, очевидно, обусловлен тем, что значение стационарной температуры существенно больше критического значения. Заметим, что зависимости, приведенные на рис. 1, 2, характерны для всех значений температуры на нижней границе слоя, указанных в таблице (кроме критической). Результаты расчетов показывают, что вблизи свободной поверхности средняя скорость $U(z, t)$ на $2 \div 3$ % меньше скорости $U_0(z)$. Уменьшение скорости среднего течения, обусловленное наличием конвекции, отмечено в [6, 8].

Поля температуры поверхности, полученные в расчетах в фиксированный момент времени при различных значениях числа Рейнольдса, представлены на рис. 3. (Визуализация течения в экспериментах [11] проводилась путем добавления в жидкость светоотражающих частиц.) При сравнении данных, приведенных на рис. 3, с экспериментальными данными [11] необходимо учитывать, что распределение поверхностной температуры соответствует распределению дивергенции горизонтальной скорости [6, 9]. Поэтому области

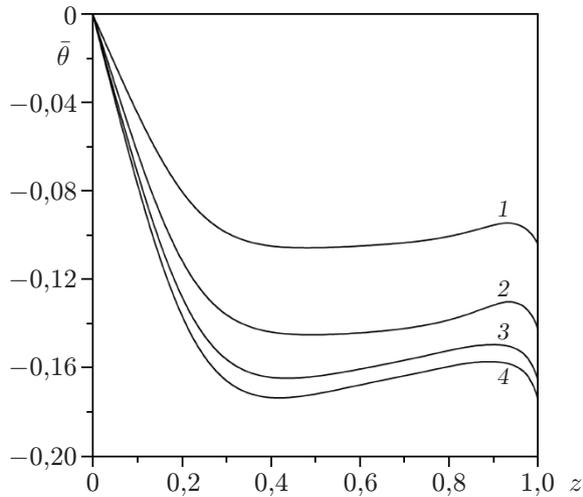


Рис. 1

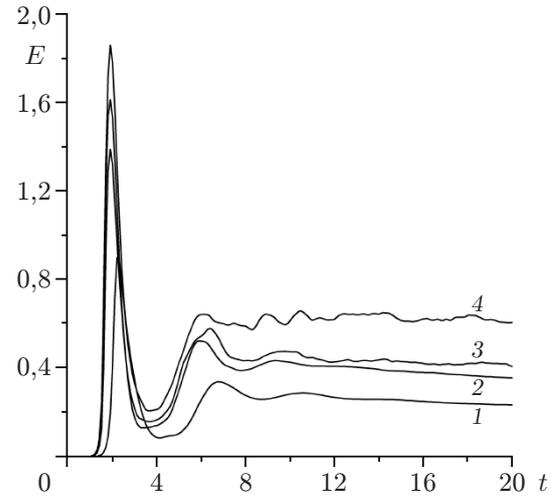


Рис. 2

Рис. 1. Профили средней температуры в слое силиконового масла марки ПМС-10 при наличии дрейфового течения при температуре на нижней границе $T_1 = 47^\circ\text{C}$ и различных значениях числа Рейнольдса:

1 — $Re = 0$, 2 — $Re = 5$, 3 — $Re = 13$, 4 — $Re = 20$

Рис. 2. Зависимость средней кинетической энергии конвекции от времени в слое силиконового масла марки ПМС-10 при наличии дрейфового течения при температуре на нижней границе $T_1 = 47^\circ\text{C}$ и различных значениях числа Рейнольдса:

1 — $Re = 0$, 2 — $Re = 5$, 3 — $Re = 13$, 4 — $Re = 20$

конвергенции скорости поверхности, в которых холодная жидкость опускается вниз, имеют вид тонких темных полос на полях температуры и плотности частиц порошка [9], а области дивергенции имеют вид широких светлых полос, что согласуется с данными работы [11]. На рис. 3 видно, что при малых значениях Re происходит вытяжение и слияние конвективных ячеек, возникающих в отсутствие течения ($Re = 0$), причем их закругленная часть ориентирована вниз по потоку. Качественно это явление объяснено в [9]. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса сначала происходит переход к промежуточному “многофазному” состоянию, включающему валы с нарушениями порядка и удлиненные ячейки, после чего возникает система гладких продольных валов. Трансформации ячеек на рис. 3 аналогичны полученным в [6, 9] для крупномасштабных структур в обдуваемом слое этилового спирта. В отличие от случая конвекции в спирте в силиконовом масле отсутствуют мелкомасштабные структуры (термокапиллярный узор), что обусловлено, очевидно, малой разностью температур в холодном пограничном слое и большими значениями числа Прандтля.

На рис. 4 приведены поля температуры, полученные для конвекции в масле марки ПМС-5. Аналогичные структуры получены в масле марки ПМС-10 при $T_1 \geq 36^\circ\text{C}$. Они характеризуются большей интенсивностью конвекции по сравнению со структурами на рис. 3 и остаются упорядоченными даже при высокой температуре (больших значениях числа Рэлея Ra). Средний период валов λ_{rol} , возникающих после перехода ячейки — валы, приведен в таблице. Видно, что значения λ_{rol} находятся в интервале $3H \div 5H$, включающем значение $\lambda_{rol} \approx 3,25H$, полученное в экспериментах с маслом марки ПМС-100.

В отличие от экспериментов [11] в расчетах при увеличении числа Рейнольдса (т. е. с ростом скорости потока воздуха) число дефектов в системе валов не увеличивается. Это обусловлено тем, что увеличение скорости подавляет генерацию валиковых возмущений,

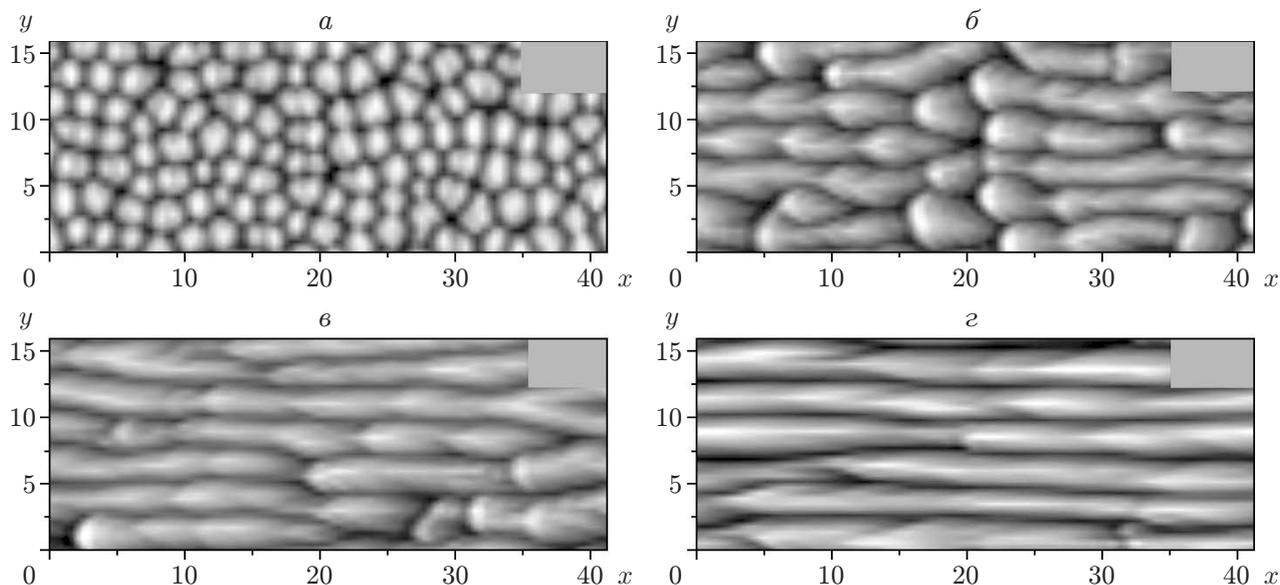


Рис. 3. Поля температуры поверхности тонкого слоя силиконового масла марки ПМС-10 при $T_1 = 25,7 \text{ }^\circ\text{C}$, $t = 60$ и различных значениях числа Рейнольдса: a — $Re = 0$, $б$ — $Re = 2$, $в$ — $Re = 3$, $г$ — $Re = 6$; белый цвет — максимальное значение температуры, черный — минимальное

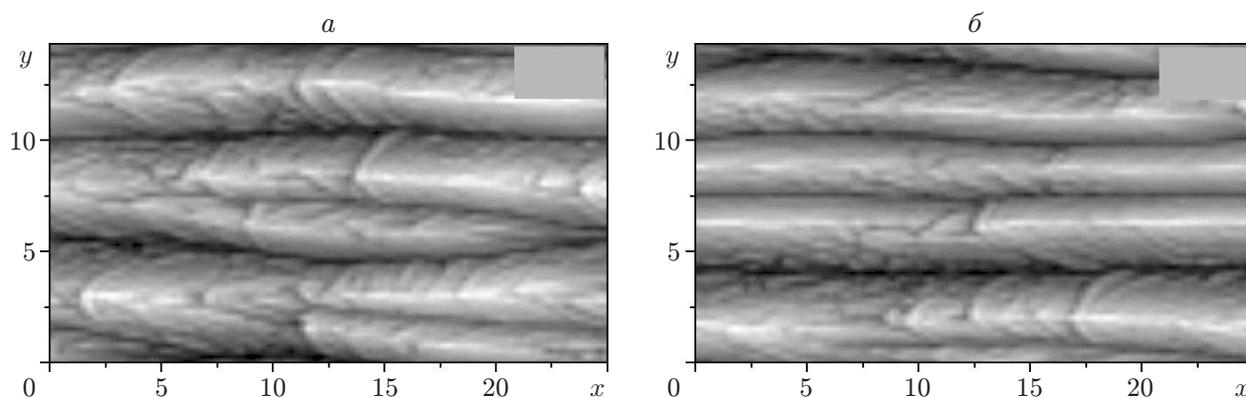


Рис. 4. Поля температуры поверхности тонкого слоя силиконового масла марки ПМС-5 при $T_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $t = 30$ и различных значениях числа Рейнольдса: a — $Re = 17$, $б$ — $Re = 20$; остальные обозначения те же, что на рис. 3

ориентированных поперек потока [11]. Данный эффект отмечался в экспериментах с конвекцией в этиловом спирте [9] и подтвержден при ее численном моделировании [6]. Увеличение числа дефектов в экспериментах [11] обусловлено, по-видимому, особенностями установки, вследствие чего существенное влияние на течение в рабочей части оказывали возмущения, приходящие из боковых каналов.

В работе [11] использовалось число Рейнольдса $Re_{str} = U_{str}^{**} H / \nu$, где U_{str}^{**} — скорость сноса структур. В принятых нормировках Re_{str} равно безразмерной скорости сноса структур, которую можно сравнивать со скоростью течения Куэтта Re и с редуцированной скоростью стационарного течения Re_r . Согласно результатам измерений U_{str}^{**} в масле марки ПМС-100 (см. рис. 4 в работе [11]), проведенных в диапазоне скоростей потока воздуха $4 \text{ м/с} \leq u_\infty \leq 10 \text{ м/с}$ ($0,10 < Re < 0,55$), среднее значение относительной скоро-

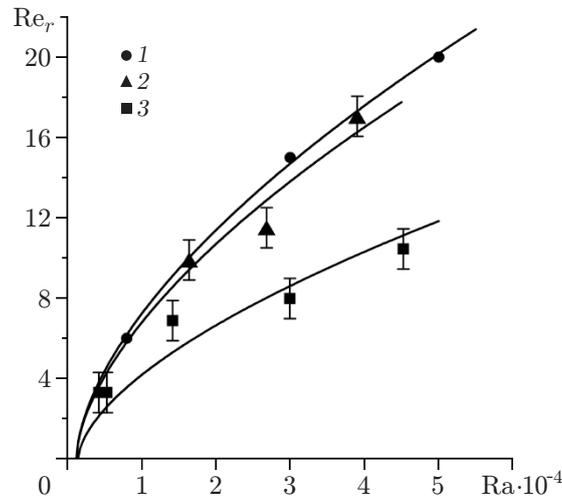


Рис. 5. Зависимость числа Рейнольдса, соответствующего переходу к конвективным валам, от числа Рэлея:

1 — данные эксперимента [11] для масла марки ПМС-5, 2 — результаты численного моделирования для масла марки ПМС-5, 3 — результаты численного моделирования для масла марки ПМС-10

сти сноса структур $Re_{str} / Re \simeq 0,42$. Поскольку $Re_r / Re = 0,55$, для отношения скорости сноса структур к редуцированной скорости стационарного течения получаем оценку $Re_{str} / Re_r \approx 0,8$. При численном моделировании скорость сноса структур близка к продольной скорости переноса теплой жидкости в конвективных валах (скорость осциллирует в направлении, перпендикулярном валам, и имеет минимальные значения в светлых областях на рис. 3, 4 и максимальные — в темных). В расчетах установлено, что относительная скорость сноса структур уменьшается при увеличении Ra , наименьшее значение $Re_{str} / Re_r \approx 0,8$ достигается при максимальной температуре, указанной в таблице. Таким образом, в экспериментах [11] меньшая по сравнению с расчетной для течения Куэтта скорость переноса структур обусловлена редуцией скорости стационарного течения, описанной в п. 3. Уменьшение скорости сноса тепловых структур в турбулентном конвективном течении обнаружено в работе [3], авторы которой объясняют этот эффект преобладанием в структурах теплой жидкости, поднимающейся из нижней части течения, имеющей меньшую скорость.

В работе [11] приведена таблица эмпирически найденных значений Re_{str} , в том числе для масла марки ПМС-5. На рис. 5 приведены зависимости числа Рейнольдса от числа Рэлея, полученные при численном моделировании и в экспериментах [11]. Для нанесения экспериментальных точек на плоскость (Ra, Re_r) необходимо умножить значение Re_{str} из таблицы в [11] на коэффициент Re_r / Re_{str} . Поскольку этот коэффициент зависит от числа Рэлея Ra , а его определение в значительной степени условно, экспериментальные точки показаны на рис. 5 в предположении, что $Re_r / Re_{str} = 1$. На рис. 5 также приведены значения Re_r , соответствующие появлению конвективных валов в численных расчетах для масел марки ПМС-5 и ПМС-10. Для каждой группы точек построены аппроксимирующие кривые, которые приближаются к оси Ra в точках потери устойчивости. Видно, что при $Re_r / Re_{str} = 1$ экспериментальные зависимости хорошо согласуются с результатами моделирования для масла марки ПМС-5. Для масла марки ПМС-10 наблюдается существенное уменьшение “переходного” значения Re_r , что согласуется с экспериментальными данными (см. таблицу в работе [11], в которой данные первых четырех столбцов

с малыми значениями Re_{str} соответствуют маслам с большой вязкостью). Замена условия $Re_r / Re_{str} = 1,00$ на $Re_r / Re_{str} = 1,25$ (согласно приведенной выше оценке) приводит к тому, что на рис. 5 экспериментальные точки для масла марки ПМС-5 смещаются вверх относительно теоретических. Причиной систематического отклонения может быть условный характер определения скорости сноса структур и переходного значения Re_{str} . Кроме того, следует учитывать, что периодические граничные условия в теоретической модели отличаются от экспериментальных.

Заключение. В работе проведен расчет скорости периодического стационарного течения, моделирующего замкнутое течение в эксперименте. Показано, что при частичном (0,4 периода) контакте поверхности жидкости с потоком воздуха скорость на поверхности слоя приблизительно в два раза меньше скорости течения Куэтта. Этот результат хорошо согласуется с экспериментальными данными.

В рамках численного моделирования изучено развитие структур в условиях экспериментов [11], когда температура на поверхности слоя зависит от скорости потока воздуха. Расчеты проведены с учетом уменьшения скорости стационарного течения. Показано, что даже в случае незначительного превышения температуры порога потери устойчивости происходит выравнивание профиля температуры в срединной части слоя. При увеличении числа Рейнольдса наблюдается переход от конвективных ячеек к продольным валам, сопровождаемый вытяжением и слиянием ячеек. Показано, что рассчитанные поля скорости и температуры согласуются с данными эксперимента. Результаты расчета числа Рейнольдса, соответствующего переходу к конвективным валам, и периода конвективных структур для масла марки ПМС-5 также удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Кроме того, в расчетах подтверждена тенденция к быстрому уменьшению “переходного” числа Рейнольдса при увеличении вязкости жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гетлинг А. В.** Конвекция Рэлея — Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
2. **Nepomnyashchy I.** Interfacial convection in multilayer systems / I. Nepomnyashchy, I. Simanovskii, J. C. Legros. N. Y.: Springer-Verlag, 2012.
3. **Handler R. A., Smith G. B., Leighton R. I.** The thermal structure of an air-water interface at low wind speeds // *Tellus. Ser. A.* 2001. V. 53, N 2. P. 233–244. DOI: 10.1034/j.1600-0870.2001.00158.x.
4. **Eckert E., Bestehorn M., Thess A.** Square cells in surface-tension-driven Bénard convection: experiment and theory // *J. Fluid Mech.* 1998. V. 356. P. 155–197.
5. **Pasquetti R., Cerisier P., Niliot C. L.** Laboratory and numerical investigations on Bénard — Marangoni convection in circular vessels // *Phys. Fluids.* 2002. V. 14, N 1. P. 277–288. DOI: 10.1063/1.1424307.
6. **Reutov V. P., Rybushkina G. V.** Different-scale convective structures in a cooled liquid layer with a horizontal shear flow // *Phys. Fluids.* 2013. V. 25, N 7. 074101.
7. **Bammoua L., Omari K. E., Blancher S., et al.** A numerical study of the longitudinal thermoconvective rolls in a mixed convection flow in a horizontal channel with a free surface // *Intern. J. Heat Fluid Flow.* 2013. V. 42. P. 265–277. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.01.017.
8. **Реутов В. П., Езерский А. Б., Рыбушкина Г. В., Чернов В. В.** Конвективные структуры в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 4. С. 3–14.

9. **Реутов В. П., Чернов В. В., Езерский А. Б., Громов П. Р.** Наблюдение перехода конвективные ячейки — валы в испаряющейся жидкости, обдуваемой воздушным потоком // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 2. С. 207–215.
10. **Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.** Отбор конвективных валов в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 1. С. 57–67.
11. **Езерский А. Б., Чернов В. В.** Воздействие ветровых напряжений на структуру конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35, № 5. С. 656–659.
12. **Езерский А. Б., Назаровский А. В., Чернов В. В.** Воздействие ветровых напряжений на конвективные структуры в подогреваемом снизу слое жидкости // Изв. АН. Сер. физ. 2000. Т. 64, № 12. С. 2397–2404.
13. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
14. **Burkersroda C. V., Prakash A., Koster J. N.** Interfacial tension between fluorinert liquids and silicone oils // Microgravity. 1994. V. 4, N 2. P. 93–99.
15. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.

*Поступила в редакцию 22/I 2016 г.,
в окончательном варианте — 14/IV 2016 г.*
