## УДК 539.63

# ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ МЕДИ ПРИ БОЛЬШИХ ДАВЛЕНИЯХ И ТЕМПЕРАТУРАХ: РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ И ГЕНЕРАЦИЯ ДЕФЕКТОВ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ

## С. Д. Гилёв

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, gilev@hydro.nsc.ru

На основе уравнения электросопротивления Блоха — Грюнайзена и уравнения состояния типа Ми — Грюнайзена рассматривается простая феноменологическая модель электросопротивления металла при больших давлениях и температурах. Сравнением предсказаний модели с экспериментальными данными по изотермическому сжатию и изобарическому нагреву найдены два свободных параметра модели для меди. Из экспериментов по измерению электросопротивления фольговых образцов определена зависимость удельного электросопротивления меди от ударного давления в диапазоне до 20 ГПа. Сравнение экспериментальных ударно-волновых результатов со сформулированной моделью выявило различие в величине удельного электросопротивления. Предложено связать наблюдаемое расхождение между моделью и экспериментом с неравновесностью физического состояния при ударном сжатии, что приводит к генерации дефектов кристаллической структуры металла. Выделена компонента электросопротивления, обусловленная дефектами кристаллической структуры, и определена ее зависимость от ударного давления. Оценена концентрация точечных дефектов в ударно-сжатой меди. Вклад дефектов в электросопротивление металла при ударном сжатии возрастает при увеличении давления. Данный эффект необходимо учитывать для определения равновесного удельного электросопротивления и производных физических величин (например, коэффициента теплопроводности).

Ключевые слова: электросопротивление металлов, уравнение Блоха — Грюнайзена, медь, ударное сжатие, высокие давления и температуры, дефекты кристаллической структуры.

DOI 10.15372/FGV20190514

#### ВВЕДЕНИЕ

Измерения электросопротивления уже более 50 лет используются в динамическом эксперименте для определения состояния вещества в области высоких плотностей энергии [1– 6]. Метод электросопротивления оказался эффективным инструментом обнаружения и исследования фазовых переходов в конденсированных веществах при ударном сжатии [7–12]. До сих пор модель электросопротивления металла при ударном сжатии отсутствует, что приводит преимущественно к качественному характеру экспериментальных исследований. Использование данных динамических экспериментов для нахождения характеристик материалов затруднено более сложным характером физического состояния вещества при ударном сжатии по сравнению со статическим сжатием. Это может приводить к неоднозначным интерпретациям экспериментальных зависимостей и

неверным заключениям.

Известные экспериментальные данные по измерению электросопротивления меди при ударном сжатии проанализированы в [13]. Там же представлены новые результаты измерений. Поскольку фазовые переходы при ударном сжатии меди отсутствуют в широком диапазоне ударных давлений (по крайней мере до ≈200 ГПа, согласно [14]), эти данные можно использовать для выявления факторов, влияющих на электросопротивление металла при ударном сжатии.

Целью настоящей работы является формулировка простой модели электросопротивления металла при больших давлениях и температурах и ее сравнение с данными ударно-волновых измерений для меди. Для этого используется уравнение электросопротивления Блоха — Грюнайзена, уравнение состояния вещества типа Ми — Грюнайзена, а также экспериментальные данные по электросопротивлению меди при ударном сжатии.

<sup>©</sup> Гилёв С. Д., 2019.

В первой части настоящей работы дается формулировка простой модели электросопротивления. Сравнением предсказаний теории и измерений при изотермическом сжатии и изобарическом нагреве находятся свободные параметры модели. Во второй части работы на основе ударно-волновых измерений определяется зависимость удельного электросопротивления меди от ударного давления. В третьей части проводится оценка температуры фольговых образцов при ударном сжатии. В четвертой части экспериментальные значения удельного электросопротивления сравниваются с модельными. В пятой части проводится анализ факторов, влияющих на электросопротивление ударно-сжимаемого металла. Выделяется слагаемое в электросопротивлении металла, обусловленное генерацией дефектов кристаллической структуры при ударном сжатии. Здесь же дается оценка концентрации возникающих точечных дефектов и обсуждаются полученные результаты. Заключение подытоживает основные результаты исследования. В приложении кратко формулируется используемое уравнение состояния.

## 1. МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ КЛАССИЧЕСКИХ МЕТАЛЛОВ ПРИ БОЛЬШИХ ДАВЛЕНИЯХ И ТЕМПЕРАТУРАХ

Электросопротивление классического металла может быть описано теорией Блоха — Грюнайзена в предположении, что термодинамические свойства металла подчиняются теории Дебая. При ряде упрощений зависимость удельного электросопротивления металла от удельного объема V и абсолютной температуры T можно представить в виде [15]

 $\rho_{\rm BG}(V,T) =$ 

$$= \frac{A(V)}{\theta_R} \left(\frac{T}{\theta_R}\right)^5 \int_{0}^{\theta_R/T} \frac{z^5 dz}{(e^z - 1)(1 - e^{-z})}.$$
 (1)

В формуле (1)  $\theta_R$  — характеристическая температура электрического сопротивления, A(V) — сомножитель, зависящий от особенностей геометрии поверхности Ферми, а также от деталей взаимодействия электронов и фононов. Характеристическая температура  $\theta_R$  близка к температуре Дебая  $\theta_D$  [15], что позволяет в дальнейшем не различать эти величины. Величина A зависит от удельного объема; характеристическая температура Дебая  $\theta_{\rm D}$  является функцией удельного объема и абсолютной температуры  $\theta_{\rm D} = \theta_{\rm D}(V,T)$ .

Формула Блоха — Грюнайзена (1) выведена для чистого металла. Электросопротивление реальных образцов зависит также от наличия примесей и нарушений кристаллической решетки. Влияние примесей на электросопротивление обычно учитывается при помощи правила Матиссена, постулирующего аддитивный вклад соответствующих слагаемых. Качественно о степени примесности можно судить по различию удельных электросопротивлений образца и чистого металла.

Формула Блоха — Грюнайзена не выполняется при экстремально высоких температурах, когда длина свободного пробега электрона сравнима с расстоянием между атомами (предел Иоффе — Регеля). В этом случае при росте температуры наблюдается насыщение электросопротивления [16].

В дальнейшем анализе мы будем предполагать, что условия применимости формулы Блоха — Грюнайзена выполнены, т. е. количество примесей в образце невелико, а температура не настолько высока, чтобы электросопротивление испытывало насыщение.

Для использования формулы (1) необходимо знать зависимости A(V) и  $\theta_{\rm D}(V,T)$ . Следуя [17], предположим, что зависимость A(V) можно представить в виде

$$A(V) = A_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\eta},\tag{2}$$

где  $A_0$ ,  $\eta$  — константы,  $V_0$  — удельный объем металла при нормальных условиях (температура  $T_0 = 293$  K, давление  $p_0 \approx 10^5$  H/m<sup>2</sup>).

Параметры  $A_0$ ,  $\eta$  можно найти из измерений электросопротивления при изотермическом сжатии и изобарическом нагреве. В [18] получена зависимость относительного электросопротивления  $R/R_0$  меди от давления p для статического сжатия при комнатной температуре в диапазоне  $p \leq 10$  ГПа, а в [19] —  $p \leq 40$  ГПа. При всестороннем сжатии образца связь относительного электросопротивления  $R/R_0$  и удельного сопротивления  $\rho$  дается формулой

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R}{R_0} \left(\frac{V}{V_0}\right)^{1/3}.$$
(3)

Здесь  $\rho_0$  и  $R_0$  — начальное удельное электросопротивление и электросопротивление образца соответственно.

Зависимость температуры Дебая OT удельного объема и абсолютной температуры  $\theta_{\rm D}(V,T)$  возьмем из малопараметрического уравнения состояния в форме Ми — Грюнайзена, представленного в [20].Согласно [20] эта зависимость дается следующей формулой:

$$\theta_{\rm D}(V,T) = \theta_{\rm D0} \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\Gamma\infty} \times \\ \times \exp\left[\frac{(\Gamma_0 - \Gamma_\infty)(1 + \beta T_0)}{\alpha(1 + \beta T)} \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\alpha}\right)\right], (4)$$

где  $\theta_{D0}$  — температура Дебая при нормальных условиях,  $\Gamma_0$  — коэффициент Грюнайзена при нормальных условиях,  $\Gamma_{\infty}$  — коэффициент Грюнайзена в предельном случае сильного сжатия и нагрева  $(V \to 0, T \to \infty), \alpha, \beta$  — константы. В приложении дана краткая формулировка использованного уравнения состояния меди и приведены значения его констант.

На рис. 1 показаны экспериментальные зависимости относительного электросопротивления [18, 19] вместе с модельной зависимостью, построенной согласно уравнениям (1)-(4). Найденное значение константы  $\eta$  составило  $\eta$  = -1.2. Как видно из рисунка, модель (1)–(4) хорошо согласуется с экспериментальной зависимостью электросопротивления от давления.



Рис. 1. Зависимость относительного электросопротивления меди от давления: эксперимент: 1 — [18], 2 — [19]; 3 — модель

Сравним предсказания настоящей модели и результаты измерений удельного электросопротивления при изобарическом нагреве [21, 22]. На рис. 2 показаны экспериментальные данные, а также зависимость, соответствующая модели (1)–(4). Значение коэффициента  $A_0$ определено исходя из требования, что при нормальных условиях ( $V = V_0, T = T_0$ ) формула (1) должна давать табличное значение удельного электросопротивления меди  $\rho_0$ , т. е.  $\rho_{\rm BG}(V_0,T_0) = \rho_0 \ (\rho_0 = 1.67 \cdot 10^{-6} \ {\rm Om} \cdot {\rm cm})$ [23]). Найденный таким образом коэффициент  $A_0$  оказался равен 2.33 ·  $10^3$  Ом · см/К. Соответствие между модельной кривой и экспериментальными данными на рис. 2 можно оценить как хорошее.

Как видно из рис. 1, 2, модель электросопротивления (1)–(4) адекватно описывает влияние на электросопротивление как изотермического сжатия, так и изобарического нагрева. Поэтому можно надеяться, что модель (1)-(4) может быть использована для нахождения электросопротивления металла при одновременном изменении давления и температуры.

## 2. ЗАВИСИМОСТЬ УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ МЕДИ ОТ УДАРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Ударно-волновые эксперименты по измерению электросопротивления меди выполнены нами в [13]. Экспериментальные данные [13], соответствующие размещению медной фольги



Рис. 2. Зависимость удельного электросопротивления меди от температуры: эксперимент: 1 — [21], 2 — [22]; 3 — модель



Рис. 3. Зависимость относительного электросопротивления меди от ударного давления:

1 — экспериментальные данные [13], 2 — аппроксимация данных полиномом

(толщина 16 и 50 мкм) в гетинаксе, показаны на рис. 3.

Из сравнения рис. 1 и 3 видно, что электросопротивление меди при статическом и ударноволновом сжатии ведет себя совершенно поразному: уменьшается при статическом сжатии и увеличивается при ударном сжатии.

Используя приведенные экспериментальные данные, можно найти зависимость удельного электросопротивления меди от давления при ударном сжатии. Для нахождения удельного электросопротивления использовалось соотношение

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R}{R_0} \frac{V}{V_0},$$

соответствующее одномерному сжатию образца в плоской ударной волне. Для определения ударного давления и удельного объема применялась зависимость волновой скорости D от массовой скорости u: D = 3.915 + 1.495u [24] (D, u выражены в км/с), хорошо соответствующая принятому уравнению состояния меди.

На рис. 4 показана найденная экспериментальная зависимость удельного электросопротивления меди от ударного давления. Из рисунка видно, что удельное электросопротивление меди сильно растет при увеличении давления p. Опытные данные могут быть описаны полиномом  $\rho/\rho_0 = 1 + 0.00584p + 0.00217p^2$  (p выражено в ГПа).



Рис. 4. Зависимость относительного удельного электросопротивления меди от ударного давления:

1 — эксперимент, 2 — аппроксимация данных полиномом, 3 — модель

#### 3. ТЕМПЕРАТУРА УДАРНО-СЖАТОЙ МЕДНОЙ ФОЛЬГИ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

В опытах по измерению электросопротивления [13] тонкая медная фольга находилась между слоями диэлектрика. Поскольку ударные импедансы меди и диэлектрика значительно различаются, физическое состояние металла достигается в процессе реверберации серии волн сжатия и разгрузки в образце. Оценка температуры медного образца выполнялась при помощи термодинамического уравнения [25]

$$dT = \frac{V_0 - V}{2C_V} dp + \frac{p}{2C_V} dV - \Gamma(V, T) \frac{TdV}{V}, \quad (5)$$

где  $C_V$  — теплоемкость при постоянном объеме,  $\Gamma(V,T)$  — коэффициент Грюнайзена (см. приложение). Температура медной фольги достигает своего конечного значения в последовательности волн сжатия и разрежения за время, соответствующее нескольким прохождениям волны по толщине фольги.

На рис. 5 показана расчетная температура тонкой медной фольги, помещенной в диэлектрик, в зависимости от ударного давления.



Рис. 5. Расчетная зависимость температуры тонкого медного образца от ударного давления

## 4. РАСХОЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ

Сравним экспериментальную зависимость удельного электросопротивления меди при ударном нагружении с предсказаниями модели (1)–(4) (см. рис. 4, кривая 3). Модельная зависимость построена по значениям удельного объема и температуры, соответствующим ударно-сжатой фольге. Из рис. 4 следует, что экспериментально регистрируются заметно бо́льшие значения удельного электросопротивления при ударном сжатии (точки 1 и кривая 2), чем предсказывает модель (кривая 3). Так, при давлении 20 ГПа измеренное удельное электросопротивление примерно на 30 % больше, чем модельная величина.

На рис. 6 представлена зависимость относительного отклонения экспериментального и модельного электросопротивления  $\Delta \rho_{em}/\rho_0 = (\rho_e - \rho_{\rm BG})/\rho_0$  от ударного давления ( $\rho_e$  — экспериментальное удельное электросопротивление при ударном сжатии). Видно, что разница между экспериментальным и модельным значениями удельного электросопротивления увеличивается при росте ударного давления.

Возникает вопрос о причинах заметного отличия эксперимента и предсказаний модели, которое демонстрирует рис. 6. Сразу же отметим, что это расхождение нельзя объяснить погрешностями определения удельного электросопротивления и давления (3 и 5÷7 % соответственно). Отличие начального удельного



Рис. 6. Зависимость относительного отклонения экспериментального и модельного удельного электросопротивления от ударного давления:

точки — эксперимент, сплошная кривая — аппроксимация данных полиномом

электросопротивления образцов от табличного значения для меди составляет 7 %, что также не может объяснить выявленное расхождение. Далее, давление и температура в ударноволновых экспериментах находятся в области, в которой справедлива предложенная в § 1 модель электросопротивления металла.

## 5. ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ МЕТАЛЛА, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ГЕНЕРАЦИЕЙ ДЕФЕКТОВ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ

Измерения электросопротивления широко используются в экспериментальной технике ударных волн. Поэтому важно понять причины выявленного расхождения удельного электросопротивления. При анализе измерений обычно неявно предполагается, что электросопротивление ударно-сжатого металла (а также найденное по нему удельное электросопротивление) является функцией двух термодинамических переменных (например, удельного объема и температуры), которые однозначно характеризуют состояние вещества. Принято также считать, что электрофизические параметры, найденные в динамическом эксперименте, можно без каких-либо поправок сопоставить с результатами измерений при статическом сжатии. Примеры такого подхода можно найти в [3, 26-31].

Простая версия уравнения Блоха — Грюнайзена применялась для описания измерений электросопротивления металлов, испытывающих фазовые переходы при ударном сжатии: железа [27], индия [28], натрия [29]. В [3, 26, 30] сравниваются значения электросопротивления железа и меди, полученные в динамических и статических условиях. В работах [3, 26–31] неявно предполагается, что физическое состояние вещества, достигаемое при динамическом и статическом сжатии, идентично. Отметим, что возможность применения уравнения Блоха — Грюнайзена для ударно-сжатых металлов постулирована в [27–30] без каких-либо обоснований и проверки. Представленные выше экспериментальные результаты свидетельствуют о том, что даже в отсутствие фазовых переходов в сравнительно небольшом диапазоне давления и температуры электросопротивление ударносжатой меди не подчиняется классической модели Блоха — Грюнайзена.

Модель Блоха — Грюнайзена описывает термодинамически равновесное электросопротивление классического металла, не имеющего нарушений кристаллической структуры. Состояние чистого металла до ударного сжатия хорошо описывается данной моделью. При ударном сжатии первоначально равновесное состояние вещества подвергается высокоскоростной одномерной деформации, в результате которой происходят сдвиги и перемещение атомов в другие слои кристаллической решетки. В процессе пластической деформации фронт ударной волны генерирует большое количество дефектов кристаллической структуры [31, 32], которые в условиях малого времени динамического эксперимента не успевают выйти на поверхность образца или аннигилировать. В результате состояние ударно-сжатого вещества является, строго говоря, термодинамически неравновесным. Ряд параметров, регистрируемых экспериментально при ударноволновом сжатии вещества (плотность, массовая и волновая скорости, давление, температура), в большинстве случаев оказываются практически неотличимыми от соответствующих равновесных значений. В то же время электрофизические параметры конденсированного вещества (такие, как электросопротивление, удельное электросопротивление) демонстрируют большую чувствительность к изменению структуры вещества и появлению дефектов. Поэтому можно связать расхождение

между экспериментом и моделью с генерацией дефектов кристаллической структуры при ударном сжатии [12, 33].

Представим изменение удельного электросопротивления металла при ударном сжатии в виде суммы трех слагаемых, обусловленных влиянием сжатия, температурного нагрева и генерации дефектов кристаллической структуры:

$$\Delta \rho = \Delta \rho_V + \Delta \rho_T + \Delta \rho_d. \tag{6}$$

Сжатие увеличивает концентрацию электронов и приводит к уменьшению электросопротивления нормального металла ( $\Delta \rho_V < 0$ ). Температурный нагрев увеличивает амплитуду колебаний атомов в кристаллической решетке и вызывает рост электросопротивления ( $\Delta \rho_T > 0$ ). Рассеяние электронов на дефектах также приводит к увеличению электросопротивления ( $\Delta \rho_d > 0$ ). Совместное влияние сжатия и температурного нагрева (первые два слагаемых в правой стороне уравнения (6)) учитывается предложенной в § 1 моделью электросопротивления, в то время как третье слагаемое в настоящее время может быть исследовано лишь экспериментально.

Одним из известных проявлений «дефектного» электросопротивления металла является различие калибровочных зависимостей манганинового датчика давления для статического и ударного сжатия, а также гистерезис показаний датчика при ударном сжатии и последующей разгрузке [34]. В процессе разгрузки «дефектное» сопротивление датчика остается практически постоянным, что позволяет учесть это слагаемое в процедуре определения давления.

Точечные дефекты, а именно вакансии, имеют наименьшую энергию и представляют собой наиболее экономичный энергетически способ генерации дефектов кристаллической структуры [35, 36]. Предполагая, что ударная волна генерирует лишь точечные дефекты, можно оценить их количество. Для этого воспользуемся подходом [12, 33]. Пусть дефекты в металле в количестве 1 % приводят к возникновению дополнительного электросопротивления  $\rho_{sd}$ . Тогда концентрация дефектов может быть оценена по формуле  $n_d \approx \Delta \rho_d / \rho_{sd}$ . Используя среднее значение  $ho_{sd}$  для вакансий в меди из [35]  $(\langle \rho_{sd} \rangle \approx 1.2 \cdot 10^{-6}$  Ом · см/1 %), из данных на рис. 6 можно найти концентрацию дефектов — около 0.26 и 0.66 % при ударном давлении 10 и 20 ГПа соответственно.

Сравним эти значения с известными величинами, полученными в условиях ударного сжатия, для других металлов. В серебре при p = 10 ГПа концентрация дефектов для образнов двух типов составила  $n_d \approx 0.1 \div 0.2$  % [33]. В металлической фазе кремния при  $p \approx 16$  ГПа концентрация дефектов равнялась  $n_d \approx 5$  % [12]. Согласно [12] большое количество дефектов в кремнии связано с особенностями деформации хрупких твердых тел. Таким образом, найденная концентрация дефектов в меди близка к соответствующей величине для серебра [33].

Как видно из рис. 6, отличие между экспериментальным и модельным значениями удельного электросопротивления увеличивается с ростом ударного давления. Параметр  $\Delta \rho_{em}/\rho_0$  достигает значения  $\approx 0.47$  при давлении ударной волны 20 ГПа. При этом отношение отклонения к значению удельного сопротивления при данном давлении  $\Delta \rho_{em}/\rho$  составляет ≈0.24. Экстраполяция зависимости  $\Delta \rho_{em}(p)/\rho_0$  на рис. 6 в область бо́льших давлений показывает, что при p = 100 ГПа значение  $\Delta \rho_{em} / \rho$  может достигать 120 %. Понятно, что подобные отклонения экспериментальных данных от равновесной модели нельзя игнорировать при анализе физического состояния ударно-сжатого металла.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель равновесной электропроводности классического металла в области высоких давлений и температур рассматривается в этой работе на основе уравнения электросопротивления Блоха — Грюнайзена и уравнения состояния вещества типа Ми — Грюнайзена. Концентрация точечных дефектов оценена в ударно-сжатой меди с использованием предложенной модели и измерений электросопротивления. Генерируемые при ударном сжатии дефекты кристаллической структуры заметно влияют на электросопротивление ударносжатого металла. Учет дополнительного электросопротивления, обусловленного дефектами, необходим для корректного сравнения данных, полученных при ударном и статическом сжатии. Это также важно при использовании результатов ударно-волновых измерений электросопротивления металлов для определения производных физических величин (коэффициент теплопроводности, оптическая глубина и т. д.). Пренебрежение дефектами кристаллической структуры приводит к заметной недооценке значений коэффициентов переноса для равновесного состояния вещества, что, повидимому, становится критичным при ударных давлениях, превышающих несколько десятков гигапаскалей.

Приложение

## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МЕДИ В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ПЛОТНОСТЕЙ ЭНЕРГИИ

Свободная энергия Гельмгольца твердого тела представляется тремя слагаемыми, описывающими холодное сжатие, тепловые компоненты кристаллической решетки и электронов в рамках теории Дебая:

$$F(V,T) = E_c(V) + RT\left\{\frac{9}{8}\frac{\theta_{\rm D}}{T} + 3\ln\left[1 - \exp\left(-\frac{\theta_{\rm D}}{T}\right)\right] - D\left(\frac{\theta_{\rm D}}{T}\right)\right\} - \frac{\gamma_0 T^2}{2}\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\Gamma e},$$
(7)

где R — удельная газовая постоянная,  $\gamma_0$  — коэффициент электронной теплоемкости,  $\Gamma_e$  — аналог функции Грюнайзена для электронов, D(x) — функция Дебая:

$$D(x) = \frac{3}{x^3} \int_{0}^{x} \frac{z^3 dz}{e^z - 1}, \quad x = \frac{\theta_{\rm D}}{T},$$

 $E_c(V)$  — холодная энергия вещества:

$$E_c(V) = -\int_{V_{0K}}^{V} p_c(V) dV,$$

 $p_c$  — холодное давление,  $V_{0\rm K}$  — удельный объем при T=0.

В [20] предложено рассматривать коэффициент Грюнайзена в виде следующей зависимости от удельного объема и температуры:

$$\Gamma(V,T) = \Gamma_{\infty} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\alpha} \frac{\Gamma_0 - \Gamma_{\infty}}{1 + \beta T} \left(1 + \beta T_0\right).$$

Такая зависимость качественно правильно описывает поведение коэффициента Грюнайзена металлов при сильном сжатии и большой температуре.

Параметры состояния меди

$V_0,  \mathrm{cm}^3/\Gamma$	$\Gamma_0$	$\Gamma_{\infty}$	$\theta_{\rm D0},{\rm K}$	$K_{T0},$ ГПа	$\gamma_0,\kappa Дж/(\Gamma \cdot K^2)$	$C_1$ , ГПа	$C_2, \Gamma \Pi a$	α	$\beta, 10^{-6} \mathrm{K}^{-1}$	$\Gamma_e$
0.112	1.96	2/3	310	133	$1.09 \cdot 10^{-8}$	-2.232	-8287.69	0.65	1.9	0.58

При помощи уравнения Слэтера — Ландау, связывающего коэффициент Грюнайзена Г и холодное давление  $p_c$ :

$$\Gamma = -\frac{V}{2} \frac{\partial^2 p_c / \partial V^2}{\partial p_c / \partial V} - \frac{2}{3}$$

находится холодное давление

$$p_c(V) = C_1 + C_2 \times \\ \times \int_{1}^{V/V_0} \frac{\exp[-2(\Gamma_0 - \Gamma_\infty)/\alpha(1 + \beta T_0)\tau^\alpha]}{\tau^{2\Gamma_\infty + 4/3}} d\tau$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — константы интегрирования.

Коэффициент Грюнайзена Г связан с характеристической температурой Дебая  $\theta_{\rm D}$  в квазигармоническом приближении известным соотношением

$$\Gamma = -\left(\frac{\partial \ln \theta_{\rm D}}{\partial \ln V}\right)_T.$$

Интегрируя это уравнение, найдем зависимость температуры Дебая от удельного объема и абсолютной температуры. Таким образом, получена формула (4).

Свободная энергия Гельмгольца является термодинамическим потенциалом, поэтому из уравнения (6) может быть найдена любая термодинамическая величина. Так, давление и внутренняя энергия находятся следующим образом:

$$\begin{split} p(V,T) &= -\frac{\partial F}{\partial V} = p_c(V) + \frac{\Gamma(V,T)}{V} R \times \\ &\times \left[ \frac{9}{8} \theta_{\rm D} + 3TD \left( \frac{\theta_{\rm D}}{T} \right) \right] + \frac{\Gamma_e \gamma_0 T^2}{2V} \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\Gamma_e}, \\ E(V,T) &= F - T \frac{\partial F}{\partial T} = E_c(V) + \frac{9}{8} (1+M) R \theta_{\rm D} + \\ &+ 3(1+M) R TD \left( \frac{\theta_{\rm D}}{T} \right) + \frac{\gamma_0 T^2}{2} \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\Gamma_e}, \end{split}$$

где 
$$M(V,T) = -\left(\frac{\partial \ln \theta_{\rm D}}{\partial \ln T}\right)_V.$$

Использованные значения констант уравнения состояния меди приведены в таблице. Постоянные  $V_0$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\theta_{D0}$ ,  $\gamma_0$  известны из справочной литературы. Из квантовостатистической модели Томаса — Ферми следует, что  $\Gamma_{\infty} = 2/3$ . Константа  $C_1$  находится из условия, что давление р в нормальном состоянии  $(T = T_0, V = V_0)$  равно атмосферному давлению  $p_0$ . Константа  $C_2$  находится из условия, что изотермический модуль объемного сжатия  $V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$  при нормальных условиях равен своему экспериментальному значению  $K_{T0}$ . Параметры  $\alpha$  и  $\beta$  являются свободными и подбираются из условия согласования предсказаний модели и известных кривых холодного сжатия, нормальной изотермы и ударных адиабат сплошного и пористого вещества. Параметр  $\Gamma_e$  определялся на участке ударной адиабаты сплошной меди, соответствующем максимальным давлениям.

Настоящее уравнение состояния удовлетворительно описывает широкий спектр физических состояний меди при высоких плотностях энергии, в том числе ударное сжатие сплошного и пористого вещества.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бриш А. А., Тарасов М. С., Цукерман В. А. Электропроводность диэлектриков в сильных ударных волнах // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 38, вып. 1. — С. 22–25.
- Styris D. L., Duvall G. E. Electrical conductivity of materials under shock compression // High Temp. High Pressures. 1970. V. 2, N 5. P. 477–499.
- Килер Р. Электропроводность конденсированных сред при высоких давлениях // Физика высоких плотностей энергии / под ред. П. Калдирола, Г. Кнопфеля. — М.: Мир, 1974. — С. 120– 142.
- Якушев В. В. Электрические измерения в динамическом эксперименте // Физика горения и взрыва. — 1978. — Т. 14, № 2. — С. 3–19.
- Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках / под ред. М. В. Жерноклетова. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003.

- Гилев С. Д. Измерение электропроводности конденсированного вещества в ударных волнах (Обзор) // Физика горения и взрыва. — 2011. — Т. 47, № 4. — С. 3–23.
- Wong J. E., Linde R. K., De Carli P. S. Dynamic electrical resistivity of iron: Evidence for a new high pressure phase // Nature. — 1968. — V. 219. — P. 713.
- Павловский М. Н. Электросопротивление ударно-сжатого иттербия // ЖЭТФ. 1977. — Т. 73, вып. 1. — С. 237–245.
- Nellis W. J., Weir S. T., Mitchell A. C. Minimum metallic conductivity of fluid hydrogen at 140 GPa (1.4 Mbar) // Phys. Rev. B. 1999. V. 59, N 5. P. 3434–3449.
- Mochalov M. A., Glukhodedov V. D., Kirshanov S. I., Lebedeva T. S. Electric conductivity of liquid argon, krypton and xenon under shock compression up to pressure of 90 GPa // Shock Compression of Condensed Matter 1999 / M. D. Furnish, L. C. Chhabildas, R. S. Hixon (Eds). AIP Press, 2000. P. 983–986. (AIP Conf. Proc.; V. 505).
- Fortov V. E., Yakushev V. V., Kagan K. L., Lomonosov I. V., Maksimov E. G., Magnitskaya M. V., Postnov V. I., Yakusheva T. I. Lithium at dynamic pressure // J. Phys.: Condens. Matter. — 2002. — V. 14. — P. 10809– 10816.
- Gilev S. D., Trubachev A. M. Metallization of silicon in a shock wave: metallization threshold and ultrahigh defect densities // J. Phys.: Condens. Matter. — 2004. — V. 16, N 46. — P. 8139– 8153.
- 13. Гилев С. Д., Прокопьев В. С. Электросопротивление меди при ударном сжатии: экспериментальные данные // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 121–130.
- 14. Tonkov E. Yu., Ponyatovsky E. G. Phase Transformations of Elements under High Pressure. — CRC Press, 2005.
- 15. Займан Дж. Электроны и фононы. Теория явлений переноса в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
- Gurvitch M. Ioffe-Regel criterion and resistivity of metals // Phys. Rev. B. — 1981. — V. 24, N 12. — P. 7404–7407.
- Eiling A., Schilling J. S. Pressure and temperature dependence of the electrical resistivity of Pb and Sn from 1–300 K and 0–10 GPa use as continious resistance pressure monitor accurate over wide temperature range; superconductivity under pressure in Pb, Sn and In // J. Phys. F.: Metal. Phys. 1981. V. 11. P. 623–639.
- 18. Лоусон А. У. Влияние гидростатического давления на электрическое сопротивление металлов // Успехи физики металлов: сб. ст. — М.: Гос. науч.-техн. изд-во лит. по черн. и цвет. металлургии, 1960. — Т. 3. — С. 7–52.

- Pu F. N., Ding Y. Z., Guo Q. Q. The pressuredependence of electrical resistances for iron, nickel and copper // Sci. China (Scientia Sinica). Ser. A. Mathematics, Physics, Astronomy. — 1993. — V. 36, N 3. — P. 333–337.
- Гилев С. Д. Малопараметрическое уравнение состояния меди // Физика горения и взрыва. — 2018. — Т. 54, № 4. — С. 107–122.
- Matula R. A. Electrical resistivity of copper, gold, palladium, and silver // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 1979. — V. 8, N 4. — P. 1147–1298.
- Шматко О. А., Усов Ю. В. Электрические и магнитные свойства металлов и сплавов: справочник. — Киев: Наук. думка, 1987.
- Физические величины: справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
- Трунин Р. Ф., Гударенко Л. Ф., Жерноклетов М. В., Симаков Г. В. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ. 2-е изд. Саров: РФЯЦ ВНИИЭФ, 2006.
- 25. Маккуин Р., Марш С., Тейлор Дж. и др. Уравнение состояния твердых тел по результатам исследований ударных волн // Высокоскоростные ударные явления / под ред. Р. Кинслоу. — М.: Мир, 1973. — С. 299–427.
- 26. Mitchell A. C., Keeler R. N. The electrical conductivity of copper and aluminum at high temperatures and pressures // Megagauss Technology and Pulsed Power Applications: Proc. 4th Intern. Conf. on Megagauss Magnetic Fields Generation and Related Topics, Santa Fe, 1986 / C. M. Fowler, R. S. Caird, D. J. Erickson (Eds). N. Y.; L.: Plenum Press, 1987. P. 317–321.
- Yan Bi, Hua Tan, Fuqian Jing. Electrical conductivity of iron under shock compression up to 200 GPa // J. Phys.: Condens. Matter. 2002. V. 14. P. 10849–10854.
- 28. Молодец А. М., Голышев А. А. Теплопроводность индия при высоких давлениях и температурах ударного сжатия // Физика твердого тела. — 2009. — Т. 51, № 2. — С. 213–216.
- 29. Golyshev A. A., Shakhray D. V., Kim V. V., Molodets A. M., Fortov V. E. High temperature resistivity of shocked liquid sodium at pressures up to 230 GPa // Phys. Rev. B. 2011. V. 83. 094114.
- Gomi H., Ohta K., Hirose K., et al. The high conductivity of iron and thermal evolution of the Earth's core // Phys. Earth Planet. Int. — 2013. — V. 224. — P. 88–103.
- Кормер С. Б. Оптические исследования ударно-сжатых диэлектриков // Успехи физ. наук. — 1968. — Т. 94, вып. 4. — С. 641–687.
- 32. Graham R. A. Solids under high-pressure shock compression. — N. Y.: Springer-Verlag, 1993.

- Dick J. J., Styris D. L. Electrical resistivity of silver foils under unaxial shock-wave compression // J. Appl. Phys. — 1975. — V. 46, N 4. — P. 1602–1617.
- 34. Vantine H. C., Erickson L. M., Janzen J. A. Hysteresis-corrected calibration of manganin under shock loading // J. Appl. Phys. — 1980. — V. 51, N 4. — P. 1957–1962.
- Damask A. C., Dienes G. J. Point Defects in Metals. — N. Y.; L.: Gordon and Breach, 1963.
- 36. **Physical** Metallurgy. 3rd ed., revised and enlarged / R. W. Cahn, P. Haasen (Eds). — North Holland, Amsterdam, 1983.

Поступила в редакцию 26.04.2018. После доработки 09.11.2018. Принята к публикации 28.11.2018.