УДК 66.011

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБОГАЩЕНИЯ ВОЗДУШНО-ГЕЛИЕВОЙ СМЕСИ БИФУНКЦИОНАЛЬНЫМ СОРБЕНТОМ НА ОСНОВЕ СТЕКЛЯННЫХ МИКРОСФЕР

А. С. Верещагин<sup>\*,\*\*,\*\*\*</sup>, И. В. Казанин<sup>\*,\*\*</sup>, В. Н. Зиновьев<sup>\*</sup>, В. М. Фомин<sup>\*,\*\*</sup>

- \* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
- \*\* Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия
- \*\*\* Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия E-mails: vereshchag@itam.nsc.ru, kazaniniv@gmail.com, zinoviev@itam.nsc.ru, fomin@itam.nsc.ru

Показана гиперболичность конвективной части модели течения воздушно-гелиевой смеси через слой гранулированного сорбента с учетом фильтрации Форхгеймера. С учетом диффузии воздуха и гелия внутрь цилиндрических гранул и удержания гелия микросферами разработана численная модель одномерного течения воздушно-гелиевой смеси через адсорбер, заполненный гранулированным сорбентом. В рамках рассматриваемой модели проведена верификация численного алгоритма в задачах о фильтрации газа через пористую среду и о распространении волны давления, образованной пришедшей ударной волной, по газовой среде. Получены экспериментальные и расчетные данные, которые хорошо согласуются. Проведено моделирование фазы обогащения в рамках метода короткоцикловой адсорбции с использованием бифункционального сорбента на основе микросфер, которое показало возможность увеличения массовой доли гелия в воздушно-гелиевой смеси практически в два раза (с 0,7 до 1,3 %) при степени извлечения гелия 90,4 %.

Ключевые слова: композитный сорбент, гелий, микросферы, мембранно-сорбционный метод, численное моделирование, короткоцикловая адсорбция, гиперболическая модель.

DOI: 10.15372/PMTF20220501

Введение. Мембранно-сорбционный метод выделения гелия из смесей является новым подходом, предложенным в работах [1, 2]. Суть метода заключается в использовании микросфер, представляющих собой замкнутые микросферические мембраны, избирательно проницаемые для гелия и практически непроницаемые для других газов. Под действием разности парциальных давлений внутри и вне микросфер гелий селективно поглощается ими во внутреннюю полость, из которой может быть извлечен путем создания обратного градиента парциального давления [3].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области в рамках научного проекта № 20-41-540002 и в рамках государственного задания (номер государственной регистрации 121030900260-6).

<sup>©</sup> Верещагин А. С., Казанин И. В., Зиновьев В. Н., Фомин В. М., 2022

Оболочка микросферы представляет собой высокоселективную по отношению к гелию мембрану, а ее внутренняя полость является емкостью для накопления гелия [4]. По сути, микросфера представляет собой мембранно-сорбционный элемент, а понятие сорбции используется в более широком значении: поглощение твердым телом либо жидкостью различных веществ из окружающей среды. В отличие от гибридных подходов к разделению газовой смеси, в которых гелий сначала обогащается криогенным или мембранным способом, а затем очищается в адсорбционной установке, в данном подходе сочетаются два механизма (мембранный и сорбционный) в рамках одной микросферы.

Простейшие математические модели для замкнутой системы микросфера — гелий рассматривались в работах [5–7], в которых геометрические и сорбционные параметры микросфер считались одинаковыми. Однако в экспериментальных образцах размеры и сорбционные параметры микросфер, как правило, имеют дисперсионное распределение, особенно в случае использования бифункционального композитного сорбента на основе микросфер, способного одновременно выделять гелий и осушать газовую смесь [8]. Для таких образцов разработана математическая модель, учитывающая дисперсионное распределение микросфер по размерам и сорбционным параметрам. В рамках этой модели микросферы в зависимости от сорбционной емкости делятся на группы (по скорости поглощения гелия), что позволяет качественно и количественно точно описать процесс [9–11].

Для реализации мембранно-сорбционного метода можно использовать подход на основе безнагревной короткоцикловой адсорбции (КЦА) [12]. Целесообразность использования такого подхода обоснована в работе [13], при этом в качестве адсорбента может быть использован бифункциональный композитный сорбент на основе микросфер, способный одновременно осущать смесь и извлекать из нее гелий [8].

Изотерма адсорбции гелия на микросферах представляет собой линейную зависимость, угол наклона которой зависит от отношения объема микрополостей рассматриваемых микросфер к свободному объему адсорбера. Изотермы такого типа идеально подходят для метода КЦА, но для достижения равновесного значения давления при нормальных условиях, как правило, требуется от нескольких минут до нескольких суток [10]. Это обусловлено малым значением коэффициента проницаемости стеклофазы для гелия [14–16]. Следует отметить, что коэффициент проницаемости непосредственно связан с температурой материала [14]. Определяющими параметрами в методе КЦА на стадии обогащения являются соотношение между временем истечения смеси из адсорбера и временем выхода гелия из микросфер; эти времена связаны с длиной адсорбера и коэффициентом проницаемости микросфер.

Цель настоящей работы — на основе созданной модели течения газовой смеси через адсорбер, заполненный композитным гранулированным сорбентом на основе микросфер [17, 18], разработать численный алгоритм и определить степень влияния коэффициента проницаемости на параметры процесса обогащения в рамках метода КЦА.

1. Исходные уравнения и численная модель. Для исследования на гиперболичность и численного интегрирования определяющих уравнений математической модели необходимо представить их в консервативной (в виде законов сохранения) и недивергентной (в виде системы квазилинейных одномерных уравнений для примитивных переменных) форме.

1.1. Основные уравнения и формы их записи. Для описания процесса течения воздушно-гелиевой смеси по пористому слою из гранулированного сорбента используется математическая модель [17, 18], состоящая из конвективной и диффузионной частей.

Конвективная часть представляет собой классическую модель многофазной среды, описываемую уравнениями законов сохранения массы импульса и энергии для смеси газов (воздуха и гелия) и гранулированной неподвижной среды. Вторая часть модели описы-

4

вает диффузию газов в цилиндрической частице адсорбента с учетом поглощения гелия микросферами, которые в ней содержатся. Для моделирования массовых потоков гелия и воздуха между гранулами и свободным объемом адсорбера необходимо определить поток газов  $(J_{11}, J_{13})$ , поглощаемых (выделяемых) частицами адсорбента в окрестности каждой точки адсорбера. Вследствие этого в каждой точке адсорбера необходимо решать задачу о диффузии воздуха и гелия в некоторую "выделенную" цилиндрическую частицу сорбента. Суммарный поток рассчитывается путем умножения полученного потока для "выделенной" частицы на среднюю объемную концентрацию частиц адсорбента в окрестности рассматриваемой точки. Таким образом, моделирование необходимо проводить в двух пространствах: пространстве адсорбера и пространстве пористой частицы.

Рассматриваются гранулированная среда адсорбера, содержащая две основные фазы (газовую и твердую, связанную с цилиндрическими гранулами), и пористая среда гранулированного адсорбента, содержащая газовую фазу, микросферы (их стенки и полости) и материал связующего. В качестве газов рассматривается смесь воздуха и гелия [17].

В конвективной части модели первый индекс у параметра обозначает номер фазы, которой он соответствует: 1 — газовая фаза, 2 — фаза адсорбента. В газовой фазе определены параметры для гелия и воздуха, для этого добавляется второй индекс: 1 — для гелия, 3 — для воздуха. Величины, относящиеся к фазе сорбента, имеют нижний индекс 2. Интегральная величина  $\tilde{\rho}$  обозначает осредненную плотность газов, содержащихся в различных частях сорбента (нижние индексы 21, 23 — гелий, воздух в пористом пространстве адсорбента, 31 — гелий в полостях микросфер).

В диффузионной части модели, в которой описывается диффузия газов внутри цилиндрической частицы адсорбента, нижний индекс 2 соответствует пористому пространству, 3 — микросферам (31 — полостям микросфер, 32 — материалу микросфер), 4 — материалу связующего гранулы.

Первый блок дифференциальных уравнений описывает изменение параметров среды в адсорбере в рамках модели однотемпературного односкоростного нетеплопроводного приближения с учетом фильтрации Форхгеймера. В консервативной форме эти уравнения записываются следующим образом:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}(\boldsymbol{u})}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{W}(\boldsymbol{u})}{\partial x} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}), \qquad (1)$$

где

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{13} \\ v \\ T \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{U}(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{13} \\ \rho_{1}v \\ U_1 + U_2 + E_k \end{pmatrix},$$
$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} \rho_{11}v \\ \rho_{13}v \\ \rho_{1}v^2 + p_1 \\ (U_1 + E_k + p_1)v \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} J_{11} \\ J_{13} \\ f_1 + J_1v \\ f_1v \end{pmatrix},$$
$$\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{13}, \quad p_1 = p_{11} + p_{13}, \quad J_1 = J_{11} + J_{13},$$
$$p_{11} = \rho_{11}R_1T, \quad p_{13} = \rho_{13}R_3T,$$
$$f_1 = -\alpha_{pr}\mu(\rho_{11}, \rho_{13}, T)m_1v/k - \alpha_{pr}^2\beta\rho_1v^2/\sqrt{k},$$
$$U_1 = (\rho_{11}Cv_1 + \rho_{13}Cv_2)T, \qquad E_k = \rho_1v^2/2.$$

$$U_2 = ((\tilde{\rho}_{21} + \tilde{\rho}_{31})C_{V1} + \tilde{\rho}_{23}C_{V3} + \rho_{30}l_{32}m_2C_{S3} + \rho_{40}l_4m_2C_{S4})T,$$

 $\rho_{11}, \rho_{13}$  — плотность гелия и воздуха в пористом пространстве адсорбера; v — скорость потока;  $f_1$  — сила сопротивления, соответствующая закону фильтрации Форхгеймера;  $U_1$ ,  $E_k$  — внутренняя и кинетическая энергия газовой смеси;  $U_2$  — внутренняя энергия гранул с содержащимися в них газами;  $p_{11}, p_{13}$  — давление гелия и воздуха; T — температура;  $J_{11}, J_{13}$  — поток массы гелия и воздуха из гранул в свободный объем адсорбера;  $\tilde{\rho}_{21}, \tilde{\rho}_{31}$  — плотность гелия в пористом пространстве гранул и в микросферах соответственно;  $\tilde{\rho}_{23}$  — плотность воздуха в гранулах;  $k, \beta$  — коэффициенты проницаемости пористого слоя в модели Форхгеймера;  $m_1, m_2$  — пористость и объемная концентрация гранул в адсорбере;  $\mu(\rho_{11}, \rho_{13}, T)$  — вязкость смеси газов;  $\alpha_{pr}$  — величина просвета в адсорбере;  $C_{V1}, C_{V3}$  — удельные теплоемкости гелия и воздуха при постоянном объеме;  $\rho_{30}, \rho_{40}$  — плотность стекла и оксида алюминия;  $l_{32}, l_4$  — объемные концентрации стекла и оксида алюминия;  $l_{32}, l_4$  — объемные концентрации стекла и оксида алюминия; L — длина адсорбера. В конвективной части модели все переменные параметры являются функциями времени t и координаты x.

Для определения членов, характеризующих перенос массы воздуха и гелия из (в) гранулы, необходимо для каждой точки пространства решить задачу о диффузионном массопереносе в "выделенной" цилиндрической частице. Таким образом, в каждый момент времени и в каждой точке пространства решается сопряженная задача, которая описывает изменение плотностей воздуха и гелия, задаваемых параметрами  $\rho_{23} = \rho_{23}(t, \boldsymbol{x}, r, z),$  $\rho_{21} = \rho_{21}(t, \boldsymbol{x}, r, z), \rho_{31} = \rho_{31}(t, \boldsymbol{x}, r, z).$ 

Для воздуха решается уравнение

$$\frac{\partial \rho_{23}}{\partial t} = D_3(T) \,\Delta \rho_{23},$$

где

$$0 \leqslant r \leqslant R_p, \qquad 0 \leqslant z \leqslant L_p,$$
  
$$\rho_{23}|_{z=L_p} = \rho_{23}|_{z=0} = \rho_{23}|_{z=R_p} = \rho_{13}l_2/m_1$$

 $\Delta = \partial_{rr} + (1/r) \partial_r + \partial_{zz}$  — оператор Лапласа, записанный с учетом цилиндрической симметрии;  $\rho_{23}$  — плотность воздуха в свободном объеме гранул;  $D_3(T)$  — коэффициент диффузии;  $l_2$  — пористость гранулы;  $L_p$ ,  $R_p$  — длина и радиус гранулы;  $\rho_{13}$  — плотность воздуха в свободном объеме адсорбера.

Диффузия гелия в грануле с учетом его поглощения микросферами описывается уравнениями

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = D_1(T) \,\Delta \rho_{21} + \frac{3l_{31}R}{dr^2} \,C_m(T) \left(\frac{\rho_{31}}{l_{31}} - \frac{\rho_{21}}{l_2}\right) R_1 T, 
\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = -\frac{3l_{31}R}{dr^2} \,C_m(T) \left(\frac{\rho_{31}}{l_{31}} - \frac{\rho_{21}}{l_2}\right) R_1 T,$$
(2)

где

$$0 \leqslant r \leqslant R_p, \qquad 0 \leqslant z \leqslant L_p,$$
  
$$\rho_{21}\big|_{z=L_p} = \rho_{21}\big|_{z=0} = \rho_{21}\big|_{z=R_p} = \rho_{11}l_2/m_1,$$

 $\rho_{21}, \rho_{31}$  — плотность гелия в грануле в свободном объеме и внутри микросфер;  $D_1(T)$  — коэффициент диффузии;  $l_{31}$  — объемная концентрация внутренних полостей микросфер

в грануле;  $C_m(T)$  — коэффициент проницаемости стенки микросферы; R — радиус микросферы; d — толщина стенки микросферы;  $\rho_{11}$  — плотность гелия в свободном объеме адсорбера.

При известном распределении плотности воздуха и гелия внутри гранулы массовые потоки и плотности определяются следующими выражениями:

$$J_{1i} = 2\pi D_i \frac{m_2}{V_p} \left( 2 \int_0^{R_p} \frac{\partial \rho_{2i}}{\partial z} \Big|_{z=0} r \, dr - R_p \int_0^{L_p} \frac{\partial \rho_{2i}}{\partial r} \Big|_{r=R_p} \, dz \right), \qquad i = 1, 3; \tag{3}$$

$$\tilde{\rho}_{2i} = \frac{m_2}{V_p} \int_{V_p} \rho_{2i} \, dV(r, z) \quad (i = 1, 3), \qquad \tilde{\rho}_{31} = \frac{m_2}{V_p} \int_{V_p} \rho_{31} \, dV(r, z), \tag{4}$$

где  $dV(r, z) = 2\pi r \, dr \, dz$  — элементарный объем в точке (r, z) для цилиндрической системы координат с учетом цилиндрической симметрии.

Соотношения, описывающие влияние температуры на коэффициенты, входящие в модель (коэффициенты кнудсеновской диффузии газов в сорбенте  $D_i(T)$  [19], коэффициент проницаемости стенок микросфер  $C_m(T)$  [4, 14], коэффициент вязкости  $\mu_i(T)$  [20]), имеют вид

$$D_i(T) = \frac{1}{3} d_p \sqrt{\frac{8}{\pi} R_i T}, \qquad C_m(T) = A_q e^{-E_a/(R_g T)}, \qquad \mu_i(T) = \mu_i^0 \frac{T_0 + C_i}{T + C_i} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}, \quad (5)$$

где  $i \in \{1,3\}$ ;  $d_p$  — диаметр пор;  $A_q$  — предэкспоненциальный множитель;  $E_a$  — энергия активации;  $R_g$  — газовая постоянная;  $C_i$ ,  $\mu_i^0$  — константа Сазерленда и вязкость гелия и воздуха при температуре  $T_0$  (i = 1, 3).

Для определения вязкости бинарной газовой смеси использовались формулы Вилке [21]

$$\mu(\rho_{11}, \rho_{13}, T) = \sum_{i \in \{1,3\}} \frac{n_i(\rho_{11}, \rho_{13})}{\sum_{j \in \{1,3\}} n_j(\rho_{11}, \rho_{13})\phi_{ij}(T)} \,\mu_i(T),$$

где

$$\phi_{ij}(T) = \frac{[1 + (\mu_i(T)/\mu_j(T))^{1/2}(M_j/M_i)^{1/4}]^2}{(4/\sqrt{2})(1 + M_i/M_j)^{1/2}}, \qquad i, j \in \{1, 3\},$$
$$n_i(\rho_{11}, \rho_{13}) = \frac{\rho_{1i}/M_i}{\sum_{j \in \{1, 3\}} \rho_{1j}/M_j}, \qquad i \in \{1, 3\},$$

 $n_i(\rho_{11}, \rho_{13})$   $(i \in \{1, 3\})$  — молярная концентрация компонентов смеси, гелия и воздуха;  $\phi_{ij}(T)$   $(i, j \in \{1, 3\})$  — вспомогательные функции;  $M_1, M_3$  — молярные массы гелия и воздуха соответственно.

Для исследования на гиперболичность конвективной части модели, представляющей собой систему обыкновенных квазилинейных дифференциальных уравнений, используется неконсервативная форма:

$$\boldsymbol{u}_t + A(\boldsymbol{u})\boldsymbol{u}_x = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}),\tag{6}$$

где

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{13} \\ v \\ T \end{pmatrix}, \quad A(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} v & 0 & \rho_{11} & 0 \\ 0 & v & \rho_{13} & 0 \\ \frac{R_1 T}{\rho_1} & \frac{R_3 T}{\rho_1} & v & \frac{B_R}{\rho_1} \\ 0 & 0 & \frac{p_1}{B_V} & \frac{B_{1V}}{B_V} v \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}) = \begin{pmatrix} J_{11} \\ J_{13} \\ \frac{f_1}{\rho_1} \\ -\frac{J_1}{B_V} \frac{v^2}{2} \end{pmatrix},$$
$$B_R = \rho_{11} R_1 + \rho_{13} R_3, \quad B_{1V} = \rho_{11} C_{V1} + \rho_{13} C_{V3},$$
$$B_V = (\rho_{11} + \tilde{\rho}_{21} + \tilde{\rho}_{31}) C_{V1} + (\rho_{13} + \tilde{\rho}_{23}) C_{V3} + \rho_{30} l_{32} m_2 C_{S3} + \rho_{40} l_4 m_2 C_{S4}.$$

Представление (6) получено путем преобразований уравнений (1) и выделения производной по времени от примитивных переменных  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{13}$ , v, T. В процессе вычисления производной по переменной t от векторной функции U в уравнении (1) возникает производная от величины  $U_2$  по времени, которая может быть выражена через массовые потоки  $J_{1i}$  ( $i \in \{1, 3\}$ ) следующим образом. Используя уравнения диффузии гелия в грануле (2) и теорему Гаусса — Остроградского, получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \tilde{\rho}_{21} + \tilde{\rho}_{31} \right) = \frac{m_2}{V_p} \int_{V_p} \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho_{2i} + \rho_{31} \right) dV(r, z) = \frac{m_2}{V_p} \int_{V_p} D_1 \,\Delta \rho_{21} \,dV(r, z) = D_1 \frac{m_2}{V_p} \int_{S_p} \nabla \rho_{21} \cdot \boldsymbol{n} \,dS(r, z), \quad (7)$$

где n — внешняя единичная нормаль; dS(r, z) — элемент поверхности цилиндрической гранулы. Выражение (7) совпадает с выражением для величины массового потока (3) при i = 1, но с обратным знаком  $-J_{11}$ . Аналогичным образом можно показать, что

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{23}}{\partial t} = -J_{13}.$$

1.2. *Численный метод*. При построении численного алгоритма для интегрирования конвективной части модели используется разностная схема на равномерной сетке по времени и пространству, основанная на дискретизации уравнений в форме (1) [22]:

$$\frac{\boldsymbol{U}^{n+1} - \boldsymbol{U}^n}{\tau} + \Lambda[\alpha \boldsymbol{W}^{n+1} + \beta \boldsymbol{W}^n] = \alpha \boldsymbol{g}^{n+1} + \beta \boldsymbol{g}^n,$$
(8)

где  $\alpha = \beta = 1/2$  — схемные коэффициенты;  $\Lambda = (T^+ - T^-)/(2h)$  — оператор производной по пространству с порядком  $O(h^2)$ ;  $\tau$  — шаг по времени; h — шаг по пространству.

В результате линеаризации (8) относительно шага по времен<br/>и $\tau$ со вторым порядком аппроксимации имеем

$$[A^{n} + \tau \alpha (\Lambda B^{n} - D^{n})] \frac{\boldsymbol{u}^{n+1} - \boldsymbol{u}^{n}}{\tau} = -\Lambda \boldsymbol{W}^{n} + \boldsymbol{g}^{n} + \alpha \tau C^{n} - F^{n}, \qquad (9)$$

где

$$A = \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \boldsymbol{u}}, \quad B = \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial \boldsymbol{u}}, \quad C = \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial t}, \quad D = \frac{\partial \boldsymbol{g}}{\partial \boldsymbol{u}}, \quad F = \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t},$$

Неявная разностная схема (9) имеет второй порядок аппроксимации по времени и пространству, а также запас устойчивости и решается с помощью метода векторной прогонки [22]. В отличие от классического варианта разностной схемы в (9) в векторах U, g имеются слагаемые, являющиеся решением сопряженной задачи  $(J_{11}, J_{13}, \tilde{\rho}_{11}, \tilde{\rho}_{13}, \tilde{\rho}_{31})$ . В схеме они учитываются как заранее заданные функции переменных t, x, и вследствие этого в уравнении (9) появляются последние два слагаемых.

Для интегрирования диффузионной части модели используется численная аппроксимация:

$$\frac{\rho_{23}^{n+1} - \rho_{23}^n}{\tau} = D_3(\alpha \Lambda \rho_{23}^{n+1} + \beta \Lambda \rho_{23}^n),$$

$$\frac{\rho_{21}^{n+1} - \rho_{21}^n}{\tau} = D_1(\alpha \Lambda \rho_{21}^{n+1} + \beta \Lambda \rho_{21}^n) + \alpha K(\rho_{21}^{n+1}, \rho_{31}^{n+1}) + \beta K(\rho_{21}^n, \rho_{31}^n),$$

$$\frac{\rho_{31}^{n+1} - \rho_{31}^n}{\tau} = -\alpha K(\rho_{21}^{n+1}, \rho_{31}^{n+1}) - \beta K(\rho_{21}^n, \rho_{31}^n),$$

$$K(\rho_{21}, \rho_{31}) = \frac{3l_{31}C_m\beta}{Rd} \left(\frac{\rho_{31}}{l_{31}} - \frac{\rho_{21}}{l_2}\right) R_1 T,$$

$$\Lambda = \frac{T_r^+ - 2I + T_r^-}{h_r^2} + \frac{T_r^+ - T_r^-}{2rh_r} + \frac{T_z^+ - 2I + T_z^-}{h_z^2},$$
(10)

где  $\Lambda$  — численная аппроксимация оператора Лапласа в цилиндрической симметрии с порядком  $O(h_r^2 + h_z^2); \tau$  — шаг по времени;  $h_r, h_z$  — шаг по радиусу и по длине гранулы.

Численные уравнения (10) решаются с помощью метода расщепления по пространству с использованием скалярной прогонки и имеют второй порядок аппроксимации по времени и пространству [22].

Для численного расчета массовых потоков и интегральных характеристик гранул (3), (4) используются формулы второго порядка по пространству.

2. Результаты исследования. Прежде чем проводить непосредственное исследование влияния проницаемости микросфер на величину обогащения воздушно-гелиевой смеси гелием, необходимо проанализировать полученную модель и провести ее верификацию на имеющихся экспериментальных данных.

2.1. Исследование конвективной части модели на гиперболичность. Для определения характеристических направлений системы квазилинейных дифференциальных уравнений в форме (6) необходимо решить характеристическое уравнение относительно  $\lambda$ :

$$\chi(\lambda) = \det\left(A - \lambda E\right) = (v - \lambda)^2 \left(\frac{B_{1V}}{B_V}v - \lambda\right) \left[v - \lambda - \frac{p_1/\rho_1}{v - \lambda} - \frac{B_R^2 T/(\rho_1 B_V)}{v B_{1V}/B_V - \lambda}\right] = 0$$
(11)

(A - матрица (см. формулу (6))).

Разложение (11) получается с помощью формулы для вычисления определителя матрицы путем разложения по первой строке. Величина  $\lambda_3 = v$  является корнем этого уравнения, а остальные три корня, если они существуют, обращают в нуль третий множитель:

$$y(\lambda) = v - \lambda - \frac{p_1/\rho_1}{v - \lambda} - \frac{B_R^2 T/(\rho_1 B_V)}{v B_{1V}/B_V - \lambda}.$$

Функция  $y(\lambda)$  обладает следующими свойствами:

- 1) непрерывна в области определения  $X = \mathbb{R} \setminus \{v\} \setminus \{vB_{1V}/B_V\};$
- 2) убывает в областях непрерывности, так как для всех  $\lambda \in X$

$$\frac{dy}{d\lambda} = -1 - \frac{p_1/\rho_1}{(v-\lambda)^2} - \frac{B_R^2 T/(\rho_1 B_V)}{(v B_{1V}/B_V - \lambda)^2} < 0;$$

3) 
$$\lim_{\lambda \to \pm \infty} \frac{y(\lambda)}{v - \lambda} = 1$$
,  $\lim_{\lambda \to \pm v} = \pm \infty$ ,  $\lim_{\lambda \to \pm v B_{1V}/B_V} = \pm \infty$ .



Рис. 1. Поведение функции  $y(\lambda)$  при v > 0

Поведение функции  $y(\lambda)$  при v > 0 показано на рис. 1. Таким образом, можно сделать вывод, что при v > 0  $y(\lambda)$  имеет три различных вещественных корня, а уравнение (11) — четыре корня, удовлетворяющих условию

$$\lambda_1 < vB_{1V}/B_V < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4,\tag{12}$$

при этом  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  всегда являются положительными, а  $\lambda_1 \leq 0$  тогда и только тогда, когда  $y(0) \leq 0$ :

$$0 < v \leqslant \sqrt{\frac{p_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{B_R}{B_{1V}}\right)}$$

Проведя аналогичный анализ при v < 0, получаем, что уравнение (11) имеет четыре различных вещественных корня, удовлетворяющих условию

$$\lambda_4 < \lambda_3 < \lambda_2 < vB_{1V}/B_V < \lambda_1,$$

при этом  $\lambda_4$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_2$  всегда отрицательные, а  $\lambda_1 \ge 0$  тогда и только тогда, когда  $y(0) \ge 0$ :

$$-\sqrt{\frac{p_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{B_R}{B_{1V}}\right)} \leqslant v < 0$$

Критическая величина скорости

$$c = \sqrt{\frac{p_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{B_R}{B_{1V}}\right)},\tag{13}$$

при которой одно из собственных значений меняет знак, является скоростью звука в этой модели.

В случае v = 0 характеристическое уравнение (11) принимает вид

$$\lambda^2 \left( \lambda^2 - \frac{B_R p_1}{\rho_1 B_V} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) = 0.$$
 (14)

Уравнение (14) имеет четыре корня

$$\lambda_{1,2} = 0, \qquad \lambda_{3,4} = \pm a, \qquad a = \sqrt{\frac{p_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{B_R}{B_V}\right)},$$
(15)

а матрица состоит из левых собственных векторов матрицы A в (6):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\rho_{11}B_V/p_1 \\ 0 & 1 & 0 & -\rho_{13}B_V/p_1 \\ R_1T & R_3T & \rho_1a & B_R \\ R_1T & R_3T & -\rho_1a & B_R \end{pmatrix}.$$
(16)

Определитель матрицы левых собственных векторов отличен от нуля в случае  $\rho_1 > 0$ , т. е. для всех физически корректно поставленных задач.

Таким образом, система уравнений, описывающая конвективный перенос газа в адсорбере (6), имеет гиперболический тип, так как в случае  $v \neq 0$  существует четыре различных вещественных характеристических направления, а в случае v = 0 существуют четыре линейно независимых собственных вектора, соответствующих четырем вещественным направлениям.

2.2. Верификация численного алгоритма в задаче о фильтрации. Для проверки сходимости численного алгоритма рассматривается задача о фильтрации воздуха через адсорбер, заполненный пористым гранулированным сорбентом. В работе [23] с использованием закона Дарси определен коэффициент фильтрации гранулированной среды по экспериментально измеряемым расходу, давлениям на входе в адсорбер и выходе из него.

Физическая постановка рассматриваемой задачи заключается в определении величины стационарного объемного потока воздуха через пористый гранулированный слой проницаемых цилиндрических частиц сорбента при заданных значениях давлений на входе в адсорбер и выходе из него.

При исследуемых перепадах давления сформировавшийся стационарный поток через гранулированную среду имеет незначительный градиент температуры, поэтому при аналитическом исследовании рассматривается изотермическое стационарное приближение модели (1), с помощью которого получаем следующую зависимость между параметрами течения:

$$\frac{1}{L} \left[ \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right) + \frac{R_3 T}{2} \left( \frac{Sm_1}{Qp_a} \right)^2 (p_2^2 - p_1^2) \right] = -\alpha_{pr} \frac{\mu}{k} \frac{Sm_1}{Qp_a} R_3 T - \alpha_{pr}^2 \frac{\beta}{\sqrt{k}}.$$
(17)

Здесь  $p_1, p_2$  — начальное и конечное давление газа в адсорбере; Q — объемный расход;  $p_a$  — атмосферное давление; S — площадь поперечного сечения адсорбера.

В случае если параметры адсорбера, засыпки и температура не изменяются, из (17) следует

$$Q = Q(p_2^2 - p_1^2, p_1/p_2),$$

т. е. расход является функциональной зависимостью от двух переменных. Первая переменная определяет перепад давления, вторая учитывает конвективный перенос. Это обусловлено тем, что в (17) слагаемое  $\ln (p_1/p_2)$  появляется в результате учета конвективного члена. Результаты исследований показали, что влияние конвективного переноса в этой задаче крайне незначительно, поэтому в дальнейшем сравнение проводится в рамках однопараметрической зависимости. Вообще говоря, если в (17) не учитывать конвективное слагаемое и положить второй коэффициент фильтрации  $\beta$  равным нулю, получим классическую связь между расходом и давлениями в рамках модели фильтрации Дарси [24].

Расчет проводился с помощью метода установления на основе численной модели (9), (10) для следующих значений параметров газа:  $C_{V1} = 5193 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ C_{V3} = 1007 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ C_{S3} = 840 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ C_{S4} = 996 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ R_1 = 2077.5 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ R_3 = 286.6 \ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}), \ R_g = 8.31 \ \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K}), \ L_p = 9 \ \text{мм}, \ R_p = 1.5 \ \text{мм}, \ \alpha_{pr} = 0.4, \ l_2 = 0.4, \ l_3 = 0.15, \ l_{31} = 0.14, \ l_{32} = 0.01, \ l_4 = 0.45, \ m_1 = 0.4, \ m_2 = 0.6, \ \mu_1^0 = 1.86 \cdot 10^{-5} \ \text{Пa} \cdot \text{c}, \ \mu_3^0 = 1.72 \cdot 10^{-5} \ \text{Пa} \cdot \text{c}, \ C_1 = 83 \ \text{K}, \ C_3 = 111 \ \text{K}, \ T_0 = 273.15 \ \text{K}, \ p_a = 98\,686 \ \text{Пa}, \ d_p = 5 \cdot 10^{-10} \ \text{m}, \ d_{10} = 1.000 \ \text{M}$ 



Рис. 2. Зависимости расхода воздуха в адсорбере от величины падения давления, полученные различными способами:

1 — аналитическое решение в рамках закона Форхгеймера с учетом конвективного слагаемого при  $k=1,4\cdot10^{-10}$  м²,  $\beta=2,1,2$  — аналитическое решение в рамках закона Дарси с учетом конвективного слагаемого при  $k=8,9\cdot10^{-11}$  м², 3 — численный расчет при  $k=1,4\cdot10^{-10}$  м²,  $\beta=2,1,4$  — данные эксперимента

 $\rho_{30} = 2500 \text{ kr/m}^3$ ,  $\rho_{40} = 3680 \text{ kr/m}^3$ . Кроме того, полагалось, что L = 1,08 м,  $S = 4,91 \text{ cm}^2$ ,  $T_1 = 293,15 \text{ K}$ ,  $\beta = 2,1$ ,  $k = 1,4 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$ . В начальный момент времени (t = 0) адсорбер заполнялся воздухом при начальной температуре  $T_1$  и давлении, равном давлению на выходе из адсорбера  $p_2$ , а содержание воздуха в сорбенте полагалось равным его равновесному значению при  $p_2$ . При постановке граничных условий течение полагалось дозвуковым, следовательно, в соответствии с (12) во всех точках области  $x \in [0, L]$  имеется три положительных и одна отрицательная характеристика. Таким образом, при x = 0 требуется задать три значения, а при x = L — одно:

$$\rho_{11}|_{x=0} = 0, \qquad \rho_{13}|_{x=0} = \frac{m_1}{R_3 T_1} p_1, \qquad T|_{x=0} = T_1,$$
  
 $\rho_{13}|_{x=L} = p_2.$ 

На рис. 2 приведены зависимости расхода воздуха в адсорбере от величины  $\Delta p = \frac{p_1^2 - p_2^2}{2p_aL} \frac{S}{\mu} \cdot 10^{-6}$ , пропорциональной падению давления, полученные в эксперименте, численном расчете и по аналитическим формулам в рамках моделей Дарси и Форхгеймера с учетом конвективного слагаемого. Видно, что имеет место хорошая сходимость численного алгоритма к аналитическому решению и экспериментальным данным.

2.3. Верификация численного алгоритма в задаче о взаимодействии ударной волны с гранулированным слоем. Для проверки сходимости численного алгоритма (9) в нестационарном случае рассматривается задача о прохождении ударной волны (УВ) по гранулированному пористому слою [25]. Сформировавшаяся УВ распространяется по цилиндрическому каналу, имеющему ступенчатое расширение (диаметр канала увеличивается в два раза). Пористый гранулированный слой находится на некотором расстоянии от области расширения, поэтому прошедшая через скачок площади сечения УВ в течение некоторого времени распространяется по газовой среде. При взаимодействии с границей пористого слоя УВ частично отражается от нее, а частично проходит внутрь. Двигаясь в обратном направлении, УВ вторично частично отражается от уступа и меняет направление движения. В результате такого поведения давление в канале волнообразно изменяется. Давление внутри адсорбера фиксируется с помощью датчиков давления, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга, причем один из датчиков расположен на границе газовой среды и пористого слоя.

Поскольку модель (1) описывает только течение в пористом слое, для верификации численного алгоритма предлагается провести моделирование первой волны давления, пришедшей на границу пористого слоя, и сравнить скорость ее распространения и амплитуду с данными датчиков, расположенных ниже по течению.

Физическая постановка задачи включает определение скорости распространения волны давления воздуха в пористой среде, состоящей из цилиндрических гранул сорбента. Начальное давление в адсорбере равно атмосферному, на входе в адсорбер задается полученный в эксперименте профиль давления газа, на выходе — условие непроницаемости преграды.

Таким образом, при численном моделировании на левой границе адсорбера задавалось давление, имитирующее приход УВ (рис. 3,*a*). В эксперименте информация о температуре отсутствует, поэтому на входе в адсорбер задавалось фиксированное значение температуры T = 293,15 К. В качестве дополнительных параметров для этой задачи (кроме указанных выше) задавалась длина адсорбера L = 669 мм. Восемь датчиков давления располагались на одинаковом расстоянии друг от друга, равном 84 мм, начиная со входного сечения. Путем подбора коэффициентов проницаемости среды установлено, что значение  $k = 10^{-7}$  м<sup>2</sup> обеспечивает требуемое время задержки,  $\beta = 0,7$  — необходимую скорость роста волны давления на каждом датчике. Результаты моделирования представлены на рис. 3, на котором видно, что на начальных интервалах времени кривые изменения давления в гранулированной среде совпадают.

2.4. Моделирование процесса обогащения газовой смеси путем отсоса воздушногелиевой смеси из адсорбера. Рассмотрим задачу об откачке адсорбера, заполненного воздушно-гелиевой смесью при давлении 319,4 кПа с объемной долей гелия 5 % (массовая доля приблизительно равна 0,7 %). Полагается, что вследствие подготовки смеси соотношение воздуха и гелия в адсорбере такое же, как в пористом скелете гранулированного сорбента, а микросферы заполнились гелием до предельного равновесного значения (в рассматриваемых условиях). Предельное равновесное давление гелия в микросферах равно парциальному давлению гелия, находящегося в пористом скелете гранулированного сорбента. Равновесная масса гелия в микросферах определяется равновесным давлением, объемом внутренних полостей микросфер и температурой.

Проницаемость микросфер для гелия регулируется начальной температурой адсорбера. Считается, что у адсорбера отсутствует теплообмен с окружающей средой. В данном эксперименте рассматриваются микросферы, по характеристикам близкие к кремнеземным [10]: радиус R = 26 мкм, толщина стенки d = 1 мкм, параметры проницаемости (5)  $E_a = 44 \text{ кДж/моль}, A_q = 1,8892 \cdot 10^{-11} \text{ кг/(Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^2)$ . Длина адсорбера равна L = 1,08 м, остальные параметры газа и сорбента представлены в подп. 2.2.

Граничные условия формировались с помощью метода характеристик. На левой границе адсорбера ставилось условие неподвижной стенки на основе формул (15), (16), определяющих характеристические направления и левые собственные векторы для неподвижного газа (v = 0). На правой границе адсорбера решалась задача о распаде разрыва для случая истечения газа в вакуум.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 4–6. Для различных начальных температур адсорбера ( $T_0 = 20, 30, 60, 75, 90, 120$  °C) получены мгновенная концентрация гелия в выходном сечении (см. рис. 4) и мгновенный массовый расход, нормированный на его начальное значение (см. рис. 5). Каждому значению начальной температуры  $T_0$  соответствует значение коэффициента нормировки массового расхода ( $q_0 = 7,71$ ; 7,56; 7,14; 6,96; 6,78; 6,46 кг/(с · м<sup>2</sup>)).



Рис. 3. Зависимости давления воздуха в адсорбере от времени, полученные различными датчиками, расположенными в порядке следования вниз по потоку на расстоянии 84 мм друг от друга, начиная со входного сечения: 1 — эксперимент, 2 — расчет



Рис. 4. Зависимость массовой концентрации гелия на выходе из адсорбера от времени при различных значениях начальной температуры:  $1 - T_0 = 20$  °C,  $2 - T_0 = 30$  °C,  $3 - T_0 = 60$  °C,  $4 - T_0 = 75$  °C,  $5 - T_0 = 90$  °C,  $6 - T_0 = 120$  °C



Рис. 5. Зависимость массового расхода смеси на выходе из адсорбера от времени

На рис. 5 видно, что массовый расход газа в течение 5 с уменьшается на два порядка. За это время 95 % массы смеси выходит из адсорбера, причем 50 % массы смеси в течение первых 0,5 с. Если не учитывать первоначальное незначительное увеличение концентрации гелия в течение первых тысячных долей секунды (на рис. 4 не показано), то видно, что концентрация гелия (см. рис. 4) всегда растет, начиная со значения, которое реализуется в адсорбере в начальный момент времени. При малых значениях коэффициента проницаемости (соответствующих  $T_0 = 20$  °C) график является вогнутым, при больших (соответствующих  $T_0 = 120$  °C) — выпуклым. Практически линейный рост концентрации наблюдается при средних значениях коэффициента проницаемости ( $T_0 = 75$  °C).

На рис. 6,*а* представлена зависимость степени извлечения гелия от времени для различных значений температуры, которая рассчитывалась по формуле

$$\alpha_{out} = M_{\rm He}/M_{\rm He,0},$$

где  $M_{\rm He}$  — масса гелия, вытекающего из адсорбера;  $M_{\rm He,0}$  — масса гелия в адсорбере в начальный момент времени. Видно, что степень извлечения увеличивается с увеличением коэффициента проницаемости микросфер. Максимальное значение степени извлечения, достигнутое в течение 5 с, равно 90,4 %.



Рис. 6. Зависимости степени извлечения (a) и массовой концентрации гелия в отобранной из адсорбера смеси  $(\delta)$  от времени при различных значениях начальной температуры:

 $1 - T_0 = 20 \text{ °C}, 2 - T_0 = 30 \text{ °C}, 3 - T_0 = 60 \text{ °C}, 4 - T_0 = 75 \text{ °C}, 5 - T_0 = 90 \text{ °C}, 6 - T_0 = 120 \text{ °C}$ 

На рис. 6, *б* приведена зависимость массовой концентрации гелия в отобранной из адсорбера смеси от времени, рассчитываемая по формуле

$$C_{\mathrm{He},mass} = M_{\mathrm{He}}/M_{mix}$$

 $(M_{mix}$  — масса воздушно-гелиевой смеси, извлеченной из адсорбера). Наблюдается рост концентрации гелия в выделенной смеси с увеличением коэффициента проницаемости микросфер. При наибольшем значении коэффициента проницаемости, соответствующем  $T_0 = 120$  °C, концентрация гелия в смеси увеличивается почти в два раза (1,3 %).

3. Обсуждение результатов. Для корректной постановки начальных и граничных условий, устойчивости решения многофазных моделей необходимо, чтобы уравнения, описывающие перенос газа, являлись гиперболической системой квазилинейных уравнений. Для анализа на гиперболичность (см. подп. 2.1) требуется решить полиномиальное уравнение, степень которого, как правило, выше трех, с произвольными коэффициентами, определяющими характер движения. В настоящей работе получена оценка для характеристических направлений и определена скорость звука в газовой смеси (13) при условии смены знака характеристического направления.

Выражение для скорости звука (13) можно преобразовать к виду

$$c = \sqrt{\frac{p_1}{\rho_1} \left(1 + \frac{B_R}{B_{1V}}\right)} = \sqrt{\gamma_{mix} \frac{R_g}{M_{mix}} T},$$
(18)

где  $\gamma_{mix}$ ,  $M_{mix}$  — показатель адиабаты и молярная масса воздушно-гелиевой газовой смеси. Выражение (18) совпадает с выражением для скорости звука для газовой смеси, состоящей из двух идеальных газов.

Для верификации численного алгоритма использовались две задачи: о стационарном течении смеси через гранулированный слой сорбента и о взаимодействии УВ с гранулированным слоем. В обоих случаях численно интегрировалась полная система уравнений (9), (10) без дополнительных условий. В первой задаче (см. подп. 2.2) обнаружено (см. рис. 2), что фильтрация воздуха в слое цилиндрических гранул достаточно точно описывается законом Форхгеймера, а нестационарные численные решения исследуемой модели (1) сходятся к полученному в рамках упрощения модели аналитическому решению (изотермическому случаю). Следовательно, в рамках рассматриваемых условий (перепадов давлений, температур, длины слоя и др.) температурными эффектами при изучении фильтрации можно пренебречь. Во второй задаче (см. подп. 2.3) требовалось верифицировать возможность описания с использованием модели (1) процесса распространения волны давления по пористому гранулированному слою (фактически обладающему двойной пористостью). Для полной математической постановки задачи, рассматриваемой в эксперименте, необходимо решить следующие задачи: о формировании УВ; о взаимодействии УВ с областью резкого расширения канала; о распространении УВ по части адсорбера, не заполненной сорбентом; о взаимодействии УВ с границей пористого слоя; о распространении УВ по пористому слою. Верификация проводится в рамках численного интегрирования последней задачи при допущениях отсутствия деформации гранулированного слоя и постоянства температуры на входе в слой. Результаты решения задачи о распространении волны давления, представленные на рис. 3, показали, что первый пик и характер увеличения давления, регистрируемого датчиками, расположенными вниз по потоку, адекватно описываются моделью, зависящей от двух констант фильтрации. Данная модель может быть использована для расчета нестационарных течений.

Для моделирования процесса обогащения смеси (см. подп. 2.4) использовались микросферы с параметрами, близкими к параметрам кремнеземных микросфер [10]. Для оценки параметров проницаемости микросфер используется коэффициент скорости сорбции [9]

$$\beta' = C_m \, \frac{S_m \gamma}{dV_{in}} \, R_1 T$$

 $(S_m, V_{in}, d$  — площадь поверхности, объем внутренней полости и толщина стенки выбранной микросферы). С помощью этого коэффициента определяется время достижения половины равновесной массы:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\beta'(1+\alpha)}$$

( $\alpha$  — отношение объема микрополостей всех микросфер к свободному объему адсорбера). В случае гексагональной упаковки микросфер одинакового размера с очень тонкой стенкой  $\alpha \approx 2.85$ , в случае композитного сорбента  $\alpha = l_{31}m_2/(m_1 + m_2l_2) \approx 0.13$ .

Для исследуемого образца и температур  $T_0 = 20, 30, 60, 75, 90, 120$  °C параметр  $t_{1/2}$  равен 29,35; 15,86; 2,99; 1,44; 0,75; 0,22 с соответственно. Последние четыре значения времени  $t_{1/2}$  сопоставимы или меньше времени выхода смеси из адсорбера (приблизительно 5 с). Для микросфер с такими параметрами характерно существенное увеличение концентрации гелия в выходном сечении адсорбера (см. рис. 4).

На конечную концентрацию также оказывает влияние величина, равная отношению сорбционного объема к свободному объему адсорбера (с учетом транспортного объема пористого гранулированного сорбента). В рассматриваемом случае объемная концентрация сорбционного объема достаточно мала:  $m_2l_{31} = 0.6 \cdot 0.14 = 0.084$ . Одним из эффективных способов увеличения степени обогащения является модификация сорбента с целью увеличения сорбционного объема.

Заключение. В работе на основе анализа корней характеристического уравнения и с учетом фильтрации Форхгеймера показана гиперболичность конвективной части модели течения воздушно-гелиевой смеси через слой гранулированного сорбента. В случаях, когда скорость потока не равна нулю, показано существование четырех различных вещественных характеристических направлений и получена их количественная оценка. Для случая, когда поток останавливается, получены собственные значения и показано существование четырех линейно независимых левых собственных векторов.

С использованием линеаризованных уравнений движения и с учетом диффузии воздуха и гелия внутрь цилиндрических гранул и удержания гелия микросферами разработана численная модель одномерного течения воздушно-гелиевой смеси через адсорбер, заполненный гранулированным сорбентом. Проведена верификация численного алгоритма для задач о фильтрации газа через пористую среду и о распространении волны давления, образованной пришедшей УВ. Получены экспериментальные и расчетные данные, которые хорошо согласуются.

Проведено моделирование фазы обогащения в методе короткоцикловой адсорбции с использованием бифункционального сорбента на основе микросфер, которое показало возможность увеличения массовой доли гелия в воздушно-гелиевой смеси практически в два раза (с 0,7 до 1,3 %) при степени извлечения гелия 90,4 %.

## ЛИТЕРАТУРА

- Пат. 2291740 РФ, МПК В 01 D 69/12, В 01 D 61/00, В 01 D 53/22. Система и способ разделения газовой смеси / В. П. Фомичев, В. М. Фомин, Л. Н. Пузырев и др. № 2005105093/15; Опубл. 24.02.2005.
- Пат. 2508156 РФ, МПК В 01 D 53/02. Способ разделения многокомпонентной парогазовой смеси / В. М. Фомин, В. Н. Зиновьев, И. В. Казанин и др. № 2012118350; Опубл. 03.05.2012.
- Верещагин А. С. Стеклянные шарики для солнечного газа // Наука из первых рук. 2010. Т. 5. С. 32–37.
- 4. Зиновьев В. Н., Казанин И. В., Лебига В. А. и др. Экспериментальное определение коэффициента проницаемости на примере полых микросферических мембран // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 6. С. 855–864.
- Tsugawa R. T., Moen I., Roberts P. E., et al. Permeation of helium and hydrogen from glass-microsphere laser targets // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, N 5. P. 1987–1993.
- Черных Я. Ю., Верещагин С. Н. Исследование гелиевой проницаемости узкой фракции ценосфер энергетических зол // Журн. Сиб. федер. ун-та. Сер. Химия. 2011. Т. 4, № 2. С. 137–147.
- Верещагин А. С., Зиновьев В. Н., Фомин В. М. и др. Оценка коэффициента проницаемости стенок микросфер // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2010. Т. 5, № 2. С. 8–16.
- 8. Зиновьев В. Н., Казанин И. В., Лебига В. А. О совместном выделении паров воды и гелия из природного газа // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 5. С. 771–777.

- Веренцагин А. С., Казанин И. В., Зиновьев В. Н. и др. Математическая модель проницаемости микросфер с учетом их дисперсионного распределения // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 2. С. 88–96.
- 10. Казанин И. В., Зиновьев В. Н., Пак А. Ю. и др. Проницаемость полых микросферических мембран по отношению к гелию // Инж.-физ. журн. 2016. Т. 89, № 1. С. 24–36.
- Верещагин А. С., Фомин В. М., Зиновьев В. Н. и др. Исследование процесса поглощения гелия микросферами и композитным сорбентом на их основе // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 3. С. 60–70.
- Матвейкин В. Γ. Математическое моделирование и управление процессом короткоцикловой безнагревной адсорбции / В. Г. Матвейкин, В. А. Погонин, С. Б. Путин и др. М.: Машиностроение-1, 2007.
- 13. Верещагин А. С., Верещагин С. Н., Фомин В. М. Математическое моделирование движения импульса концентрации гелия по колонке, заполненной ценосферами // ПМТФ. 2007. Т. 3, № 48. С. 92–102.
- 14. **Barrer R. M.** Diffusion in and through solids. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1951. (Cambridge ser. phys. chem.)
- 15. Altemose V. O. Helium diffusion through glass // J. Appl. Phys. 1961. V. 32, N 7. P. 1309–1316.
- Дытнерский Ю. И. Мембранное разделение газов / Ю. И. Дытнерский, В. П. Брыков, Г. Г. Каграманов. М.: Химия, 1991.
- 17. Верещагин А. С., Зиновьев В. Н., Казанин И. В. Модель адсорбции гелия и паров воды пористым композитным сорбентом на основе микросфер // Докл. АН. Физика. Техн. науки. 2020. Т. 490, № 1. С. 18–23.
- Верещагин А. С. Учет сопротивления и температуры при течении парогелиевой смеси через слой пористого композитного сорбента, созданного на основе микросфер // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 2. С. 77–87.
- 19. Кельцев Н. В. Основы адсорбционной техники. М.: Химия, 1984.
- 20. Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей. М.: Физматгиз, 1959.
- Wilke C. R. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18, iss. 4. P. 517-519.
- 22. Ковеня В. М. Разностные методы решения многомерных задач: Курс лекций. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2004.
- 23. Kazanin I. V., Zinovyev V. N., Lebiga V. A., et al. Determination of transport characteristics of granulated sorbents in adsorber // AIP Conf. Proc. 2018. V. 1939. 020029.
- 24. Басниев К. С. Нефтегазовая гидромеханика: Учеб. пособие для вузов / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Г. Д. Розенберг. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2005.
- Kazanin I. V., Zinoviev V. N., Vereshchagin A. S., et al. Interaction of a shock wave with selectively sorbing granulated media // AIP Conf. Proc. 2021. V. 2351. 040014(7).

Поступила в редакцию 30/XII 2021 г., после доработки — 15/III 2022 г. Принята к публикации 28/III 2022 г.