

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.37

ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

М.И. Эпов^{1,2}, Э.П. Шурина^{1,3}, Е.П. Штабель¹, Н.В. Штабель¹

¹ Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия

² Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Россия

³ Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, просп. К. Маркса, 20, Россия

Предложен способ трехмерного моделирования импульсных зондирований с помощью быстрого преобразования Фурье: вместо решения задачи во временной области решается серия задач в частотной области, полученных в результате преобразования исходного генерирующего импульса методом быстрого преобразования Фурье. Приводятся численные оценки погрешности предложенного метода по сравнению с методом решения задачи во временной области на модельной задаче с синусоидальным сигналом.

Векторный метод конечных элементов, трехмерное моделирование, преобразование Фурье, импульсные электромагнитные зондирования.

THREE-DIMENSIONAL MODELING OF PULSED SOUNDINGS USING
A FAST FOURIER TRANSFORM

M.I. Epov, E.P. Shurina, E.P. Shtabel, and N.V. Shtabel

A method for three-dimensional modeling of pulsed soundings using a fast Fourier transform is developed: instead of the time-domain problem, it is proposed to solve a set of frequency-domain problems obtained by processing the original excitation pulse by a fast Fourier transform. The error of the proposed method compared to the method of solving the time-domain problem is numerically estimated for a model problem with a sinusoidal signal.

Vector finite element method, three-dimensional modeling, Fourier transform, pulsed electromagnetic soundings

ВВЕДЕНИЕ

Электроразведочные методы поиска полезных ископаемых можно классифицировать следующим образом: наземная и морская электроразведка. Для наземной электроразведки используются установки индукционного и гальванического типов [Современные методы..., 2009]. В ходе проведения электроразведочных работ исследуемая среда подвергается воздействию электромагнитного поля, возбуждаемого в источнике типа петля или заземленный электрический кабель. В зависимости от конфигурации возбуждающего поля ЭДС, измеряемая в приемных катушках, или разность потенциалов между измерительными электродами, реагирует на различные типы неоднородностей в изучаемом разрезе (криволинейные границы между различными породами, присутствие в области локальных объектов).

Одним из основных параметров, определяющих область применимости электроразведочного метода наряду с выбором установки источник-приемник, является глубинность метода, который устанавливает возможную область исследования. Выделяют малоглубинную разведку, исследующую среду до десятков метров; методы электроразведки с глубинностью до нескольких километров (зондирование становлением поля, вертикальное электрическое зондирование); методы электроразведки, исследующие глубинное строение Земли от нескольких десятков до сотен километров (магнитотеллурическое зондирование) [Parasnis, 1997; Kearey et al., 2002]. Метод частотных зондирований может быть применен как

для малоглубинной, так и для электроразведки средних глубин в зависимости от частоты возбуждающего сигнала [Ваньян, 1997].

В работе рассмотрена задача поисков локальных объектов различной конфигурации и природы. Локальные объекты могут находиться как приповерхностными на глубинах до 2—3 м, так и располагаться на небольших глубинах до сотен метров. Среда с локальным объектом является трехмерной при любой конфигурации объекта, поэтому целесообразен выбор индукционного источника возбуждения поля. Глубинность зондирования регулируется длительностью или частотой возбуждающего импульса. Для малоглубинных исследований используют высокие частоты и короткие импульсы, для средних глубин частоту тока в источнике понижают, а длительность временного импульса увеличивают.

Электромагнитные процессы, происходящие во время зондирования с импульсным возбуждением поля, описываются нестационарным уравнением второго порядка относительно напряженности электрического поля. Эта математическая модель описывает распространение электромагнитного поля как по пространству, так и во времени. Поэтому для решения этого уравнения требуется два типа дискретизаций: пространственная в виде сеточного разбиения и временная в виде схемы аппроксимации по времени. Последние можно разделить на два больших класса: явные и неявные [Годунов, Рябенский, 1977; Самарский, Гулин, 1989]. В явных схемах выделяют два класса: Рунге—Кутты и Адамса—Бошфорты [van de Vosse, Minev]. Такие схемы обладают низкими вычислительными затратами и хорошо распараллеливаются, но их существенным недостатком является ограничение на соотношение шагов по пространству и времени для устойчивости схемы. Поэтому для вычислений чаще всего применяют неявные схемы, которые обладают более ресурсоемкими вычислительными затратами, потому что на каждом шаге по времени приходится решать систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), но при этом можно использовать большие значения шагов по времени, что в общем итоге оказывается менее затратным. Широкий диапазон времени возбуждения поля требует большого числа шагов временной схемы. Так как каждый шаг временной схемы зависит от результатов, полученных на предыдущих шагах, это исключает возможность ускорения времени решения за счет использования параллельных вычислений.

Для частотных зондирований применяют математическую модель уравнения Гельмгольца относительно напряженности электрического поля. Уравнение Гельмгольца описывает распределение электромагнитного поля по пространству для заданной частоты. В отличие от нестационарного уравнения второго порядка уравнение Гельмгольца должно быть решено только один раз для одной заданной частоты. В работе предлагается способ ускорения времени моделирования задач импульсной электроразведки для поисков локальных объектов путем перехода от решения нестационарного уравнения второго порядка к решению уравнения Гельмгольца для серии частот с помощью быстрых преобразований Фурье (FFT). Это позволяет сократить время решения в несколько раз.

Чтобы восстановить функцию с помощью обратного преобразования Фурье, не обязательно знать значения на всех частотах. Для того чтобы получить кривую во временной области с некоторой погрешностью, необходимо знать максимальные значения на ограниченном наборе частот. Воспользовавшись этим для решения задачи математического моделирования нестационарного процесса, можно заменить выполнение множества шагов временной схемы на решение нескольких десятков задач в частотной области. После чего восстановить кривые измерения (ЭДС в петле, значение поля в измерительной линии) во временной области. Такой подход при разумном выборе частот позволяет существенно сократить вычислительные затраты и решать задачи параллельно.

В работе использован векторный метод конечных элементов [Rodrigue, White, 2001; Нечаев, Шурина, 2005] на неструктурированных симплицальных разбиениях в качестве метода дискретизации по пространству. Симплицальные сеточные разбиения позволяют описывать модели среды любой сложности, в том числе с локальными криволинейными объектами и наклонными внутренними границами. При такой аппроксимации веса конечно-элементного решения и базисные функции ассоциированы с ребрами тетраэдров. Используемые тетраэдральные сетки неструктурированы и точность вычислительных схем может быть оценена только численно. Присутствие оператора rot-rot в уравнении второго порядка и уравнении Гельмгольца приводит к большому нуль-ядру. Использование иерархических базисов и специальных итерационных решателей позволяет учесть особенности решаемой СЛАУ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Электромагнитное поле описывается системой уравнений Максвелла (1)—(4)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} + \sigma \mathbf{E}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{E} — напряженность электрического поля (В/м); \mathbf{H} — напряженность магнитного поля (А/м); \mathbf{D} — электрическая индукция (Кл/м²); \mathbf{B} — магнитная индукция (Тл); \mathbf{J} — плотность электрического тока (А/м²); σ — электропроводность (См/м); μ — магнитная проницаемость (Гн/м); ε — электрическая проницаемость (Ф/м).

Система уравнений (1)—(4) может быть преобразована к уравнению второго порядка относительно вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} :

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \text{ в } \Omega \quad (5)$$

с начальными (6) и граничными условиями (7):

$$\mathbf{E}|_{t=t_0} = \mathbf{E}_0, \quad \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}|_{t=t_1} = \mathbf{E}_1, \quad (6)$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n}|_{\partial \Omega} = 0. \quad (7)$$

Аппроксимация по времени для уравнения (5) выполнялась с помощью трехслойной неявной схемы [Самарский, 1977]. В результате получаем

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}^{n+1}) + \sigma \frac{\mathbf{E}^{n+1} - \mathbf{E}^n}{\Delta t} + \varepsilon \frac{\mathbf{E}^{n+1} - 2\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t^2} = -\frac{\mathbf{J}^{n+1} - \mathbf{J}^n}{\Delta t}. \quad (8)$$

Преобразование Фурье (существует несколько вариантов таких преобразований) [Cooley, Tukey, 1965; Седлецкий, 2005] позволяет сопоставить сигналу, заданному во временной области, представление этого сигнала в частотной области и, наоборот, если известна частотная характеристика сигнала, то с помощью обратного преобразования Фурье можно определить соответствующий сигнал во временной области.

Так как значения выходных данных определены на конкретном временном интервале (t_0, t_{N-1}), т.е. являются дискретными значениями, то над ними можно выполнить дискретное преобразование Фурье (ДПФ), с помощью которого можно получить линейчатый спектр дискретизированной периодической функции времени. Прямое дискретное преобразование имеет вид:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi}{N} i k n}, \quad k = 0 \dots N-1, \quad (9)$$

где N — число дискретных значений сигнала, измеренных за период; $x_n, n = 0, \dots, N-1$ — измеренные значения сигнала (в дискретных временных точках с номерами $n = 0, \dots, N-1$), которые являются входными данными для ДПФ; $X_k, k = 0, \dots, N-1$ — число комплексных амплитуд синусоидальных сигналов, определяющих сигнал и являющихся выходными данными для прямого преобразования.

Выполнив ДПФ для \mathbf{J} , получим распределение тока по частотам с комплекснозначными амплитудами \mathbf{I} . Пусть напряженность электрического поля \mathbf{E} зависит от времени следующим образом:

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(x, y, z) e^{i\omega t}, \quad (10)$$

т.е. имеет место гармонический характер изменения поля \mathbf{E} от времени с частотой ω . Подставляя выражение (10) в уравнение (5), получим уравнение Гельмгольца:

$$\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) + (i\sigma\omega - \varepsilon\omega^2) \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{I}. \quad (11)$$

Введем функциональные пространства [Nedelec, 1980, 1986] $H(\text{rot}, \Omega) = \{\mathbf{u} | \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega), \nabla \times \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega)\}$, $H_0(\text{rot}, \Omega) = \{\mathbf{u} | \mathbf{u} \in H(\text{rot}, \Omega), \mathbf{u} \times \mathbf{n}|_{\partial \Omega} = 0\}$, где \mathbf{n} — вектор внешней нормали к границе области Ω . В пространстве $H(\text{rot}, \Omega)$ введем скалярное произведение, определяемое соотношением (12):

$$(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Omega} \text{rot } \mathbf{u} \cdot \text{rot } \mathbf{v} \, d\Omega. \quad (12)$$

Вариационная формулировка в форме Галеркина для уравнения (8) имеет вид:
 для заданного $\mathbf{J} \in \mathbf{C}^1(0, T; \mathbf{L}^2(\text{rot}, \Omega))$ найти $\mathbf{E} \in \mathbf{C}^2(0, T; \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega))$ такое, что для $\forall \mathbf{W} \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$ выполняется для всех t :

$$\left(\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}^{n+1}) + \sigma \frac{\mathbf{E}^{n+1} - \mathbf{E}^n}{\Delta t} + \varepsilon \frac{\mathbf{E}^{n+1} - 2\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{\Delta t^2} + \frac{\mathbf{J}^{n+1} - \mathbf{J}^n}{\Delta t}, \mathbf{W} \right) = 0. \quad (13)$$

Для уравнения (11) вариационная формулировка имеет вид:
 для заданного $\mathbf{I} \in \mathbf{L}^2(\Omega)$ найти $\mathbf{E} \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$ такое, что для $\forall \mathbf{W} \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$ выполняется:

$$\left(\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) + (i\sigma\omega - \varepsilon\omega^2)\mathbf{E} + i\omega\mathbf{I}, \mathbf{W} \right) = 0. \quad (14)$$

Введем конечномерное подпространство V^h роторно-конформных функций $V^h(\text{rot}, \Omega) \subset \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$.
 Дискретная вариационная постановка для (13) имеет вид:

для заданного $\mathbf{J}^h \in \mathbf{C}^1(0, T; \mathbf{L}^2(\text{rot}, \Omega))$ найти $\mathbf{E}^h \in \mathbf{C}^2(0, T; \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega))$ такое, что для $\forall \mathbf{W}^h \in V^h(\text{rot}, \Omega)$ выполняется для всех t :

$$\left(\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}_{n+1}^h) + \sigma \frac{\mathbf{E}_{n+1}^h - \mathbf{E}_n^h}{\Delta t} + \varepsilon \frac{\mathbf{E}_{n+1}^h - 2\mathbf{E}_n^h + \mathbf{E}_{n-1}^h}{\Delta t^2} + \frac{\mathbf{J}_{n+1}^h - \mathbf{J}_n^h}{\Delta t}, \mathbf{W}^h \right) = 0. \quad (15)$$

Для (14):
 для заданного $\mathbf{I}^h \in \mathbf{L}^2(\Omega)$ найти $\mathbf{E}^h \in \mathbf{H}_0(\text{rot}, \Omega)$ такое, что для $\forall \mathbf{W}^h \in V^h(\text{rot}, \Omega)$ выполняется:

$$\left(\nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}^h) + (i\sigma\omega - \varepsilon\omega^2)\mathbf{E}^h + i\omega\mathbf{I}^h, \mathbf{W}^h \right) = 0. \quad (16)$$

Дискретизация по пространству выполняется на тетраэдральном разбиении векторным методом конечных элементов, в качестве базиса используются edge-функции 1-го порядка I и II типов [Nedelec, 1980; Webb, 1993]. Конечно-элементное решение можно представить в виде разложения по базисным функциям:

$$E = \sum_i e_i N_i, N_i \in V^h.$$

Подставив это разложение в (15), получаем систему алгебраических уравнений:

$$\left(A + \frac{C_\sigma}{\Delta t} + \frac{C_\varepsilon}{\Delta t^2} \right) e^{n+1} = \frac{C_\sigma}{\Delta t} e^n + 2 \frac{C_\varepsilon}{\Delta t^2} e^n - \frac{C_\varepsilon}{\Delta t^2} e^{n-1} - \frac{1}{\Delta t} (J^{n+1} - J^n), \quad (17)$$

где $A, C^\sigma, C^\varepsilon$ — конечно-элементные матрицы, определяемые соотношениями:

$A_{ij} = \int_{\Omega} \mu^{-1} \text{rot } N_i \text{ rot } N_j \partial \Omega$, $C_{ij}^\sigma = \int_{\Omega} \sigma N_i N_j \partial \Omega$, $C_{ij}^\varepsilon = \int_{\Omega} \varepsilon N_i N_j \partial \Omega$, где N_i — базисные edge-функции из пространства $V^h(\text{rot}, \Omega)$. Аналогичным образом для (16) получаем систему:

$$(A + i\omega C_\sigma - \omega^2 C_\varepsilon) e = -i\omega I. \quad (18)$$

СЛАУ (17) является действительной, симметричной и положительно-определенной. Система (18), записанная в комплексной арифметике, также симметрична. При переходе к действительной арифметике матрица СЛАУ (18) становится несимметричной и знаконеопределенной.

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для проверки предложенной схемы моделирования был проведен ряд вычислительных экспериментов в полупространстве для различных видов временных импульсов. Расчетная область представляет собой параллелепипед $8000 \times 8000 \times 4000 \text{ м}^3$, разделенный на две подобласти: воздух и землю. На границе этих подобластей находится квадратная генераторная петля со стороной 250 м и центром в точке $(0, 0, 0)$. Электропроводность в воздухе равна 1 мкСм/м.

В качестве первого тестового импульса был взят простой синусоидальный сигнал с частотой 1 кГц. Длительность сигнала по времени равна 1 мс. Электропроводность полупространства принималась равной одному из следующих значений: 1 мкСм/м, 0.1 мСм/м, 0.01 См/м, 1 См/м, 10 См/м. Для данного сигнала во временной задаче необходимо сделать 1000 шагов. Спектр синусоидального сигнала имеет только одну значащую частоту и необходимо решить лишь одну гармоническую задачу.

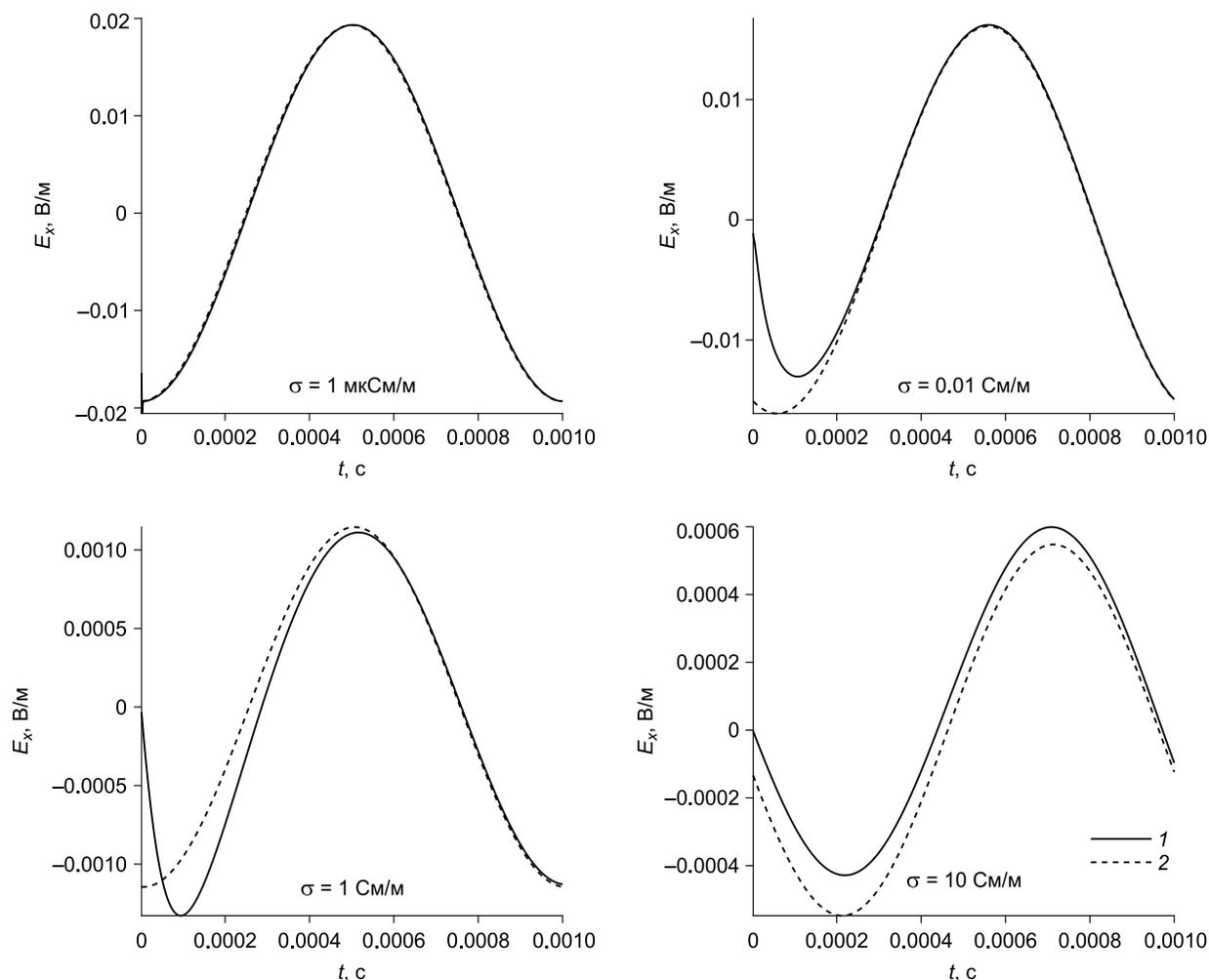


Рис. 1. Значение компоненты поля E_x от t в точке (225, 50, 0.01).

Сравнение результатов временной задачи и полученных обратным FFT из частотных для полупространства. 1 — E_x (вр.), 2 — E_x (част.).

На рис. 1 приведены графики изменения компоненты поля E_x от времени в точке (225, 50, 0.01) для нестационарной задачи (E_x (вр.)) и решения, полученного из гармонической задачи с помощью обратного FFT (E_x (част.)). Из рисунков видно, что с увеличением электропроводности полупространства происходит все большее расхождение между кривыми. Для слабопроводящих подобластей (до 0.01 См/м) расхождение, возникающее на ранних временах, сокращается к середине временного отрезка и далее кривые совпадают. Для более проводящих областей электромагнитному полю требуется больше времени для выхода на устойчивый гармонический режим.

В табл. 1, 2 приведены погрешности вычисления компонент электрического поля для временных и гармонических задач в зависимости от значений электропроводности полупространства. Для того чтобы оценить погрешность вычислений на тех интервалах времен, где графики на рис. 1 совпадают, из расчетов были исключены первые N_{E_x} , N_{E_y} шагов по времени. Из табл. 1, 2 видно, что величина сдвига по времени, после которого наблюдается хорошее совпадение между графиками изменения компонент электромагнитного поля от времени, полученными для временной и гармонической задач, зависит от свойств среды. Для более проводящих сред требуется использовать более длительные импульсы, чтобы область сильного расхождения результатов не была больше четверти от общей длины сигнала.

Расхождение графиков компонент поля на начальных временах можно объяснить спецификой предложенной схемы моделирования. Кривые, полученные как результат обратного преобразования Фурье, строятся из предположения о гармоничности сигнала на всей области определения. Тогда как результаты, полученные с помощью решения задачи во временной области, показывают, что есть неко-

Таблица 1. Погрешность компоненты E_x , синусоидальный сигнал $f = 1$ КГц

Электропроводность полупространства, См/м	Погрешность E_x с начала отсчета, %	Число точек отсчета N_{E_x}	Погрешность E_x за вычетом первых N_{E_x} точек отсчета, %
1.e-6	1.91	0	1.91
1.e-4	2.47	10	0.98
1.e-2	21.9	200	1.98
1.0	25.9	500	2.25
10.0	23.6	—	—

Таблица 2. Погрешность компоненты E_y , синусоидальный сигнал $f = 1$ КГц

Электропроводность полупространства, См/м	Погрешность E_y с начала отсчета, %	Число точек отсчета N_{E_y}	Погрешность E_y за вычетом первых N_{E_y} точек отсчета, %
1.e-6	1.45	0	1.45
1.e-4	2.55	10	0.98
1.e-2	22.7	210	1.94
1.0	23.2	270	2.95
10.0	28.3	—	—

торый переходный процесс между моментом включения возбуждающего сигнала и выходом на устойчивый гармонический режим. Длительность этого переходного режима зависит от электропроводности исследуемой области. Например, при электропроводности 0.01 См/м переходный режим составляет примерно 0.2 мс или около 20 % от длины сигнала.

В задаче (5) в качестве токового импульса использовались следующие сигналы: широкоузкий (рис. 2) и узкоширокий (рис. 3). Для приведенных сигналов решение задачи (5) требует выполнения 300 шагов по времени. Методом быстрого преобразования Фурье (FFT) были получены амплитудно-частотные спектры сигналов, вид которых представлен на рис. 4.

Из рис. 4 видно, что значащие частоты спектра широкоузкого сигнала сосредоточены в начале спектра и быстро затухают. Максимальные амплитуды спектра для узкоширокого сигнала еще больше смещены в сторону низких частот по сравнению с широкоузким импульсом. Однако спектр узкоширокого сигнала затухает гораздо медленнее и имеет более высокие амплитуды на большем наборе частот.

Для эффективного ускорения времени моделирования многочастотных импульсов необходимо определить оптимальное число частот, на которых следует считать гармонические задачи. Частичный набор частот из спектра исходного сигнала выбирался следующим образом. Частотный спектр сортируется по убыванию амплитуд и берется k первых частот. На оставшихся частотах полагаем, что амплитуда равна нулю, а значит и значение напряженности электрического поля также равно нулю. Количество

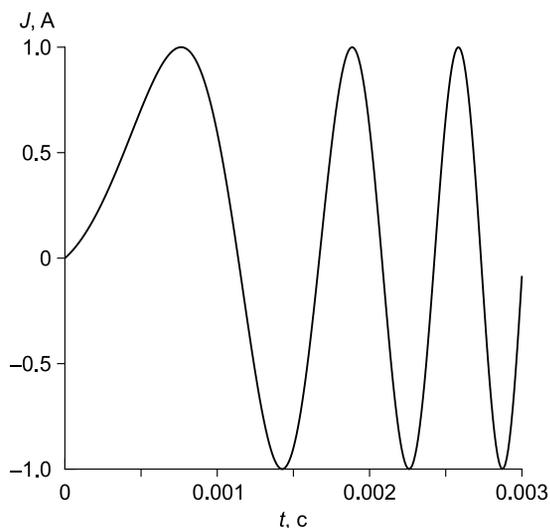


Рис. 2. Широкоузкий импульс.

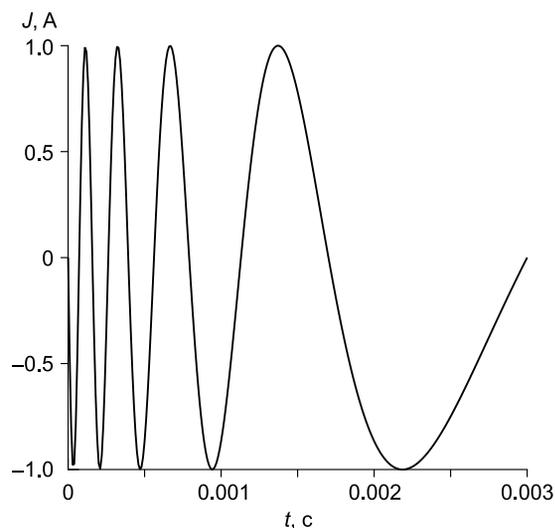


Рис. 3. Узкоширокий импульс.

Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр для широкоузкого (1) и узкоширокого (2) импульсов.

частот k выбиралось таким образом, чтобы выполнялось условие (19):

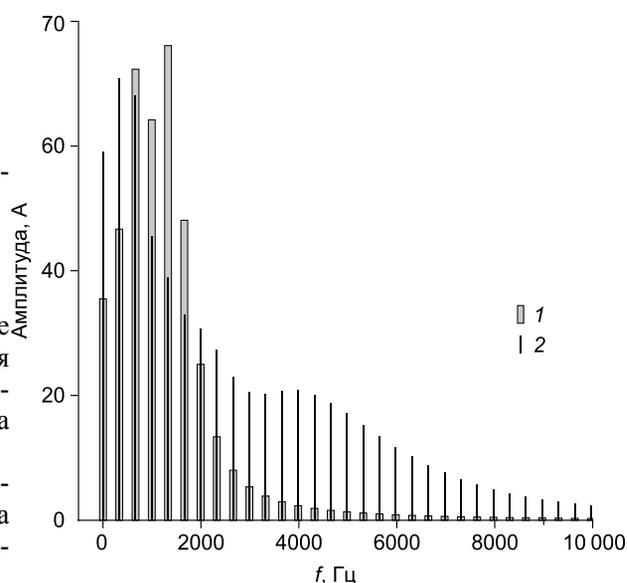
$$\| \mathbf{J} - \mathbf{J}^* \| / \| \mathbf{J} \| < eps, \quad (19)$$

где \mathbf{J}^* — распределение тока от времени, которое получено при обратном преобразовании Фурье для выборочного амплитудно-частотного спектра исходного сигнала, \mathbf{J} — исходное распределение тока от времени, eps — задаваемый параметр точности.

В табл. 3 приведена погрешность восстановления исходного сигнала в зависимости от числа частот, используемых для обратного преобразования Фурье.

Из табл. 3 видно, что для восстановления исходного широкоузкого импульса с точностью меньше 2 % достаточно выбрать 20 частот. Для узкоширокого сигнала необходимо взять большее число частот из-за особенностей спектра: наличие большого числа частот с амплитудами средней величины.

На рис. 5 приведены временные развертки компоненты E_x для широкоузкого и узкоширокого импульсов, полученные по результатам временных и гармонических задач. Для широкоузкого импульса можно видеть переходный процесс на первых 15 % времени моделирования (до 0.5 мс). Для узкоширокого импульса наблюдается хорошее совпадение на начальном этапе, но из-за худшего восстановления исходного сигнала встречаются высокочастотные низкоамплитудные колебания ближе к концу сигнала в широкой его части. Высокочастотные колебания, вносящие погрешность в получаемый сигнал, можно частично погасить, используя большее число частот для решения гармонических задач.



ЗАДАЧИ С ЛОКАЛЬНЫМ ОБЪЕКТОМ

В серии вычислительных экспериментов с локальным объектом в расчетную область помещается параллелепипедальный объект $500 \times 300 \times 100 \text{ м}^3$ на глубине 50 м от границы воздух—земля. Электропроводность вмещающей среды 0.01 См/м. Электропроводность объекта выбрана 0.1 мСм/м для непроводящего и 10 См/м для проводящего включения. Объект может располагаться как под генераторной петлей, так и в стороне от нее. В качестве возбуждающих импульсов были использованы широкоузкий и узкоширокий импульсы.

Предложенный нами подход к моделированию таких сигналов через решение набора гармонических задач показал свою эффективность для ускорения времени счета без потери точности. Поэтому для задач с различными объектами будут рассматриваться только результаты, полученные для набора гармонических задач. На рис. 6, а приведены распределения компоненты E_x в точке по времени для проводящего и непроводящего объектов под петлей в сравнении с полупространством. Для проводящего объ-

Таблица 3. Погрешность восстановления исходного сигнала для широкоузкого и узкоширокого импульсов в зависимости от количества выбранных частот

Количество частот	Погрешность для широкоузкого сигнала, %	Погрешность для узкоширокого сигнала, %
5	27.22	56.55
10	4.58	38.71
15	2.05	24.15
20	1.25	12.34
25	—	6.76
30	—	4.29
35	—	3.07
40	—	2.38
45	—	1.94

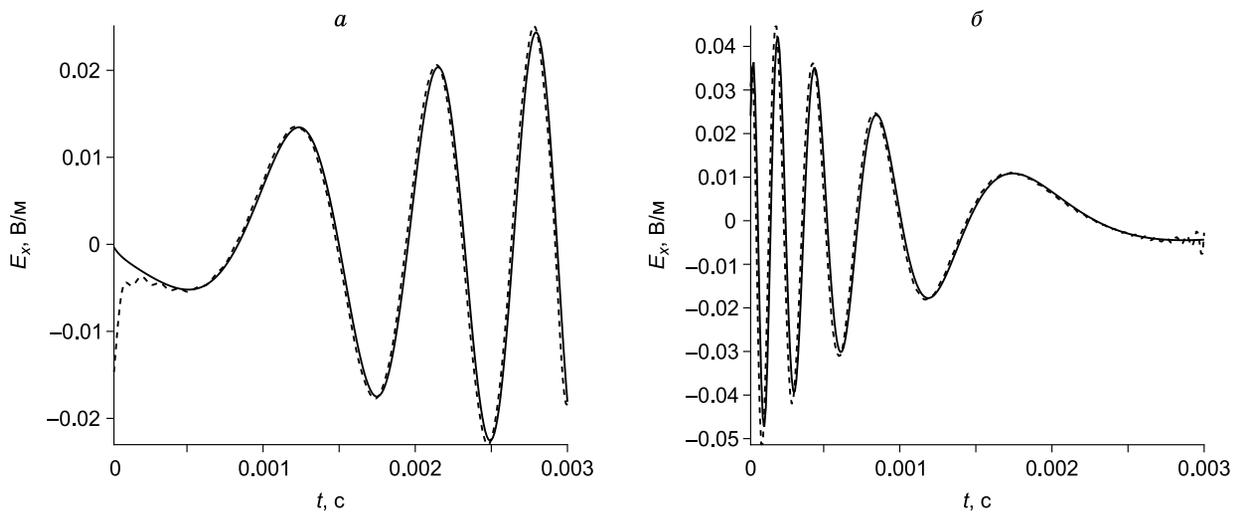


Рис. 5. Значение компоненты E_x от t в точке (225, 50, 0.01).

Сравнение результатов временной задачи и полученных обратным FFT из частотных задач для полупространства. Электропроводность 0.01 См/м. *a* — широкоузкий импульс, *б* — узкоширокий. Усл. обозн. см. на рис. 1.

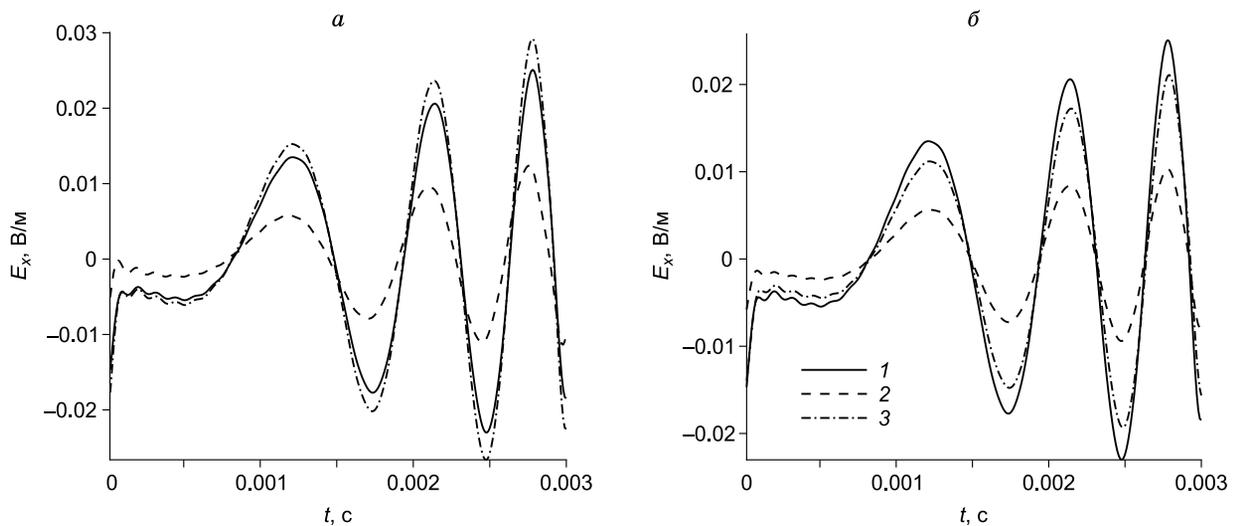


Рис. 6. Значение компоненты поля E_x от t в точке (225, 50, 0.01).

Широкоузкий импульс. *a* — объект под петлей, *б* — объект в стороне от петли. 1 — E_x (вмещ. среда), 2 — E_x (пров. объект), 3 — E_x (непров. объект).

екта наблюдается значительное сокращение частоты колебаний относительно полупространства, тогда как непроводящий объект создает поле несколько большее по амплитуде, чем в однородной среде.

На рис. 6, *б* показаны распределения компоненты E_x для объектов, расположенных в стороне от петли. Видно, что проводящий объект порождает столь же низкую амплитуду как в случае расположения под петлей. Непроводящий объект, находящийся в стороне от петли, создает пониженный по сравнению с однородной средой сигнал, но не такой слабый, как для проводящего объекта.

Аналогичная картина наблюдается и для узкоширокого импульса (рис. 7). Проводящий объект дает практически не зависящее от положения объекта понижение сигнала по сравнению с однородной средой. Непроводящий объект под петлей усиливает сигнал по сравнению с полупространством, а в стороне от петли дает ослабление поля. Для узкоширокого сигнала более информативна высокочастотная часть сигнала, так как ближе к концу импульса амплитуда колебаний сокращается и отклонения, вызываемые непроводящим объектом, также уменьшаются ближе к окончанию сигнала.

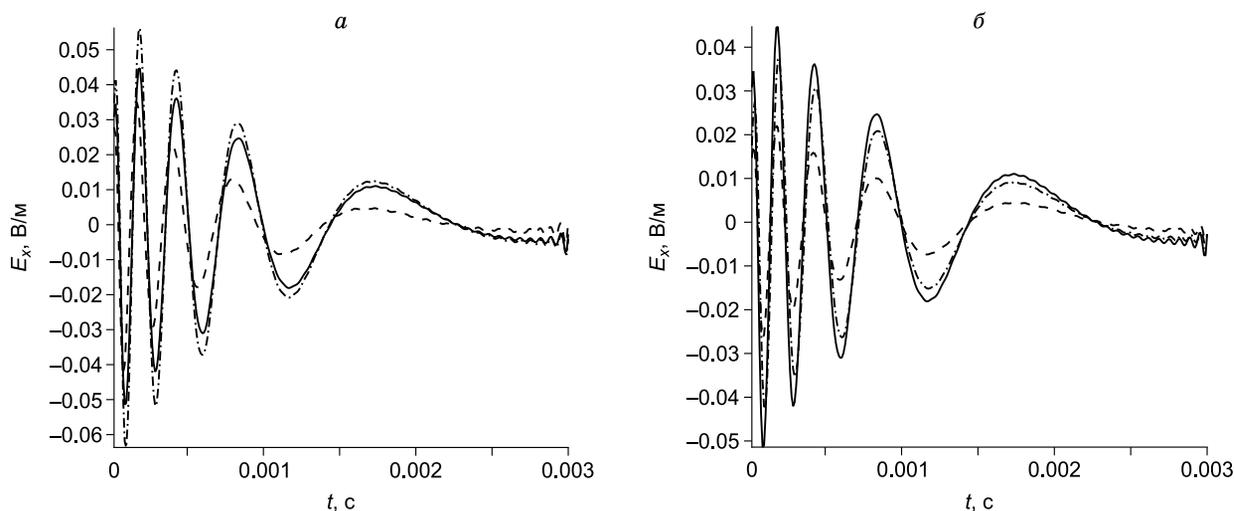


Рис. 7. Значение компоненты поля E_x от t в точке (225, 50, 0.01).

Узкоширокий импульс. *a* — объект под петлей, *б* — объект в стороне от петли. Усл. обозн. см. на рис. 6.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена схема моделирования временных сигналов в задачах импульсных зондирований, позволяющая сократить время вычислений за счет уменьшения количества вычислений и выполнения расчетов параллельно. Данный подход основан на переходе от последовательной временной схемы к набору независимых гармонических задач в количестве много меньшем, чем число шагов по времени для нестационарной задачи.

Выполнены расчеты, показывающие как эффективность предложенной схемы, так и ее особенности, которые необходимо учитывать при интерпретации результатов. Обнаружено, что не удастся достаточно точно восстановить начальные участки временных сигналов в сильно проводящих областях. Это связано с тем, что чем более проводящую среду мы изучаем, тем дольше длятся переходные процессы. Если основным объектом исследования являются ранние времена сигналов, то мы не рекомендуем использовать предложенный подход. Предлагается применять метод для моделирования длительных сигналов, для которых можно пренебречь некоторой частью данных на начальных временах.

Результаты моделирования для задач с локальными объектами, полученные с помощью предложенной схемы, показывают, что данный подход не изменяет идентификацию проводящих и непроводящих объектов, но значительно ускоряет время, необходимое для достижения результата. Непроводящие объекты дают эффект усиления или ослабления измеряемого сигнала в зависимости от положения объекта относительно генераторной петли. Проводящий объект всегда дает стойкое ослабление сигнала независимо от расположения.

ЛИТЕРАТУРА

- Ваньян Л.Л.** Электромагнитные зондирования. М., Научный мир, 1997, 219 с.
- Годунов С.К., Рябенский В.С.** Разностные схемы. М., Наука, 1977.
- Нечаев О.В., Шурина Э.П.** Многосеточный алгоритм решения векторным методом конечных элементов трехмерного уравнения Гельмгольца // Математическое моделирование, 2005, т. 17, № 6, с. 92—102.
- Самарский А.А.** Теория разностных схем. М., Наука, 1977, 656 с.
- Самарский А.А., Гулин В.А.** Численные методы. М., Наука, 1989.
- Седлецкий А.М.** Классы аналитических преобразований Фурье и экспоненциальные аппроксимации. М., Физматлит, 2005, 504 с.
- Современные методы измерения, обработки и интерпретации электромагнитных данных.** Электромагнитное зондирование Земли и сейсмичность / Ред. В.В. Спичак. М., ЛИБРОКОМ, 2009, 304 с.
- Cooley J.W., Tukey O.W.** An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series // Math. Comput., 1965, № 19, p. 297—301.

- Kearey P., Brooks M., Hill I.** An introduction to geophysical exploration. Oxford, Wiley-Blackwell, 2002, 262 p.
- Nedelec J.C.** Mixed finite elements in R^3 // Numerische Mathematik, 1980, v. 35, № 3, p. 315—341.
- Nedelec J.C.** A new family of mixed finite elements in R^3 // Numerische Mathematik, 1986, v. 50, p. 57—81.
- Parasnis D.S.** Principles of applied geophysics. Springer, 1997, 429 p.
- Rodrigue G., White D.** A vector finite element time-domain method for solving Maxwell's equations on unstructured hexahedral grids // SIAM J. Sci. Comput., 2001, v. 35, p. 315—341.
- Webb J.P.** Edge elements and what they can do for you // IEEE Trans. Magn., 1993, № 2, p. 1460—1465.
- van de Vosse F., Minev P.** Spectral element methods: theory and applications. <http://www.mate.tue.nl/people/vosse/docs/vosse96b.pdf>.

*Рекомендована к печати 28 мая 2015 г.
А.Д. Дучковым*

*Поступила в редакцию
31 марта 2015 г.*