



**О ЕДИНОЙ СДВИГОВОЙ МОДЕЛИ В ТЕОРИЯХ ПЛАСТИЧНОСТИ,
ПОЛЗУЧЕСТИ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД**

А. М. Коврижных

*Новосибирское высшее военное командное училище МО РФ, E-mail: amkovr@mail.ru,
ул. Иванова 49, г. Новосибирск 630117, Россия*

Принимается, что необратимая деформация является результатом сдвигов в определенных плоскостях. В перпендикулярных к этим плоскостям направлениях происходит изменение нормальной деформации пропорционально соответствующему сдвигу. Такой подход дает возможность учитывать развитие трещин и пор на фоне растущих деформаций ползучести без применения кинетического уравнения поврежденности Качанова–Работнова. Разрушение материала начинается при достижении максимальным сдвигом критической величины. С помощью модели, основанной на максимальном касательном напряжении и степенном законе, решены задачи о деформировании и разрушении упруго-ползучего тела в стадиях неустановившейся и установившейся ползучести. Для рассмотренных элементов конструкций определены напряжения, деформации ползучести, времена начала и полного разрушения, положение фронта разрушения и скорость его распространения в любой момент времени.

Необратимая деформация, пластический сдвиг, ползучесть, разрушение горных пород

GENERAL SHEAR MODEL AT CREEP, PLASTICITY AND FAILURE OF ROCKS

A. M. Kovrizhnykh

*Novosibirsk Higher Military Command School, Russian Ministry of Defense,
E-mail: amkovr@mail.ru, Ivanov str. 49, Novosibirsk 630117, Russia*

Irreversible strain is believed to be formed under in-plane shears. Normal strain varies proportionally to a respective shear in directions perpendicular to shear planes. This approach makes it possible to consider fracturing and pore development without applying *Kachanov–Rabotnov* kinetic equation for damage. The model, based on the maximum shear stress and the exponential law, provided the grounds to solve the problems on strain and failure of an elastic-creeping body at the stages of nonstationary and stationary creep. Stresses, creep strains, fracture start time and complete failure time, as well as position of the fracture front and its development velocity at any time are determined for the structural elements under study.

Irreversible strain, plastic shear, creep, rock failure

В теориях пластичности и ползучести при построении соотношений между напряжениями и деформациями для металлов применяются одинаковые основные гипотезы. Это связано с тем, что к моменту создания теории ползучести теория пластичности была уже сформулирована в завершённом виде, и поэтому базовые постулаты теории пластичности перешли в теорию ползучести. Таким образом было принято, что при деформировании в условиях пластичности и ползучести, материал является несжимаемым, а скорости необратимых деформаций определяются по ассоциированному закону течения [1–7]. Логическим завершением указанного подхода стал результат, полученный в работе [8], где измерено конечное время разрушения стержня при его бесконечной длине. В такой постановке разрушение является следствием неограниченного течения материала. Хотя некоторые экспериментальные результаты удовлет-

ворительно подтверждают [8], тем не менее она имеет ограниченный характер. При таком подходе процесс ползучести при сжатии и кручении не может привести к разрушению. Это обстоятельство, по-видимому, и привело к необходимости введения кинетического уравнения ползучести Качанова – Работнова [9, 10], которое лишь качественно учитывает образование пор и трещин при ползучести через параметр поврежденности. Это уравнение не дает возможности количественно оценить изменение плотности материала при росте деформаций ползучести. При таком подходе процессы ползучести и трещинообразования описываются с помощью различных уравнений.

В данной работе предлагается новый подход, основанный на дилатационно-сдвиговой модели необратимого деформирования металлов и горных пород. Так как в геоматериалах необратимая деформация чаще всего осуществляется по границам зерен, которые могут иметь различные формы, то сдвиги могут вызывать образование трещин и пор на фоне роста деформаций пластичности или ползучести [11–20], что позволяет определять плотность материала при необратимом деформировании в зависимости от сдвига в любой момент времени. Предполагается, что реальные твердые тела начинают разрушаться в тех точках, где сдвиги достигают критической величины, что приводит к потере сдвиговой прочности. Одновременно со сдвигом в момент разрушения критической величины достигает и плотность материала. Принимается также, что разрушенный материал не сопротивляется сдвигу и при всестороннем сжатии в стесненных условиях относительное изменение объема происходит упруго. Если разрушение начинается со свободной границы, то считается, что весь разрушенный материал отделяется от тела и удаляется с его поверхности. В результате фронт разрушения становится новой свободной границей тела.

Дилатационно-сдвиговые теории пластичности и ползучести. Исследуем сдвиговую модель необратимого деформирования, в которой простой сдвиг в направлении границ зерен вызывает образование трещин и пор (рис. 1). Впервые такой подход применен для процессов пластического деформирования в работах [11, 12], где обсуждались теории максимального и октаэдрического пластического сдвигов. В этих теориях рассматривается конечное число плоскостей сдвига и в каждой из них справедлив один и тот же механизм (рис. 1, 2), согласно которому по нормали к плоскости сдвига происходит изменение нормальной деформации по закону:

$$\dot{e}_{ni} = \alpha \dot{\gamma}_{ni}, \quad (1)$$

где α — коэффициент дилатансии.

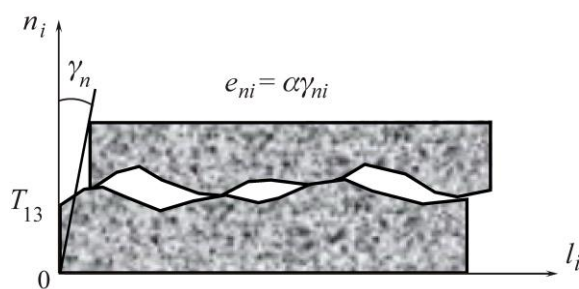


Рис. 1. Дилатансионно-сдвиговая модель деформирования

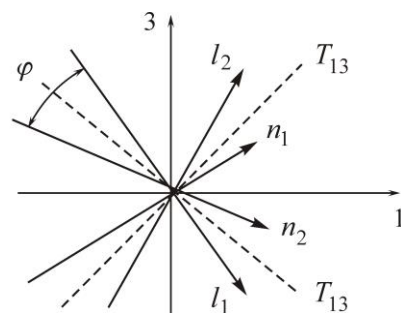


Рис. 2. Направления предельных плоскостей сдвигов

В первой модели суммарная величина сдвигов зависит от главных касательных напряжений и является скалярным структурным параметром, который определяется через напряжение и время его действия по одному из законов ползучести — старения, течения или упрочнения. В состоянии неполной пластичности (ползучести) имеем один такой параметр, связанный с максимальным касательным напряжением, в состоянии полной ползучести — два структурных пара-

метра, связанных с соответствующими главными касательными напряжениями. Во второй модели предполагается, что единственный структурный параметр, который является суммой сдвигов по всем восьми системам скольжения, совпадает с интенсивностью необратимой сдвиговой деформации.

В теории пластического деформирования и разрушения металлов первое направление берет начало с критерия максимального касательного напряжения. Для горных пород наиболее распространено условие разрушения Кулона – Мора.

Спроектировав полученный тензор деформаций ползучести на главные оси напряжений, определим:

$$\dot{e}_1 = \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha \sin \varphi + \cos \varphi}{2} \right) \dot{\gamma}_c, \quad \dot{e}_3 = \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha \sin \varphi + \cos \varphi}{2} \right) \dot{\gamma}_c. \quad (2)$$

В состоянии неполной пластичности (ползучести) имеем один такой параметр γ_c , который связан с максимальным касательным напряжением.

Учитывая уравнение неразрывности и соотношения (2), получим:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho v_{i,i} = -\rho \dot{e}_{ii} = -\rho \alpha \frac{d\gamma_c}{dt} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\alpha d\gamma_c. \quad (3)$$

Интегрируя (3) и принимая, что при $t = 0$, $\gamma_c = 0$, $\rho = \rho_0$, найдем зависимость изменения плотности от γ_c . При разрушении сдвиг $\gamma_c = \gamma_*$ и плотность $\rho = \rho_*$ одновременно достигают критической величины:

$$\rho = \frac{\rho_0}{\exp(\alpha\gamma_c)}, \quad \rho_* = \frac{\rho_0}{\exp(\alpha\gamma_*)}.$$

Рассмотрим дилатансионную модель, основанную на октаэдрическом касательном напряжении и соответствующих сдвигах [12]. Для критерия пластичности (длительной прочности) Мизеса – Шлейхера имеем

$$T + \beta\sigma = k(t_*),$$

где $k(t_*)$ — постоянная (пластичности) прочности, зависящая от времени начала разрушения t_* ; β — коэффициент внутреннего трения; σ — среднее нормальное напряжение; T — интенсивность касательных напряжений. Произвольный девиатор напряжений D_σ в системе координат l, n, b представляется в виде суммы двух тензоров чистого сдвига с $\tau_{nl} = \tau_n \neq 0$ и $\tau_{mt} = \tau_m \neq 0$, для которых

$$D_\sigma = D_n + D_m, \quad I_2(D_\sigma) = T^2 = \tau_n^2 + \tau_m^2, \quad \tau_n = \sqrt{2/3} T, \quad \tau_m = T/\sqrt{3}.$$

Будем считать, что в каждой из систем координат (n_i, l_i) и (m_i, t_i) , представленной на рис. 3, где $i = 1, \dots, 4$, тензор деформаций ползучести является результатом дилатансионного сдвига (1). Предположим, что сумма сдвигов по восьми системам скольжения совпадает с интенсивностью сдвиговых деформаций ползучести Γ_c

$$\Gamma_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[(e_x - e_z)^2 + (e_x - e_y)^2 + (e_y - e_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{xy}^2 + \frac{3}{2} \gamma_{xz}^2 + \frac{3}{2} \gamma_{yz}^2 \right]^{1/2},$$

где e_{ij} $\gamma_{ij}/2$ — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести.

Проектируя деформации ползучести, порождаемые сдвигами в системах скольжения, на оси произвольной системы координат, получим основные определяющие соотношения:

$$\dot{e}_{ij} = \left(\frac{\Lambda}{3} \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2T} \right) \dot{\Gamma}_c, \quad i, j = x, y, z, \quad (4)$$

где $\Lambda = \alpha(1 + \sqrt{2})/\sqrt{3}$ — коэффициент дилатансии.

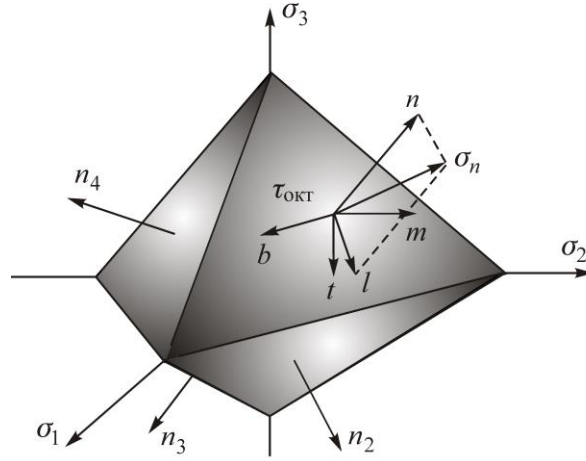


Рис. 3. Направления плоскостей октаэдрических сдвигов

Из (4) и уравнения неразрывности следует, что

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho v_{i,i} = -\rho \dot{\epsilon}_{ii} = -\rho \Lambda \frac{d\Gamma_c}{dt} \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\Lambda d\Gamma_c. \quad (5)$$

Интегрируя (5) и учитывая, что при $t = 0$, $\Gamma_c = 0$, $\rho = \rho_0$, найдем закон изменения плотности при увеличении сдвига Γ_c . При разрушении сдвиг $\Gamma_c = \Gamma_*$ и плотность $\rho = \rho_*$ одновременно достигают критического значения:

$$\rho = \frac{\rho_0}{\exp(\Lambda \Gamma_c)}, \quad \rho_* = \frac{\rho_0}{\exp(\Lambda \Gamma_*)}.$$

Ползучесть и разрушение при однородном напряженном состоянии. Вязкое разрушение можно интерпретировать как результат неограниченного течения металла при ползучести. Такой подход впервые рассмотрен Хоффом [8] в задаче о ползучести растягиваемого стержня при больших деформациях. Рассмотрим одноосное растяжение стержня в направлении x .

Степенной закон ползучести имеет вид:

$$\dot{\epsilon}_x^c = \frac{d\Omega}{dt} \sigma_x^n, \quad \epsilon_x^c = \epsilon = \ln \frac{l}{l_0}, \quad \frac{l}{l_0} = \exp(\epsilon), \quad (6)$$

где $\epsilon = \epsilon_x^c$, $\sigma = \sigma_x$ — абсолютные значения деформации ползучести и напряжения при растяжении; l_0, l — начальная и текущая длина стержня, вызванные деформацией ползучести; F_0 и F — первоначальная и текущая площади поперечного сечения. Так как деформация ползучести происходит без изменения объема, $lF = l_0F_0$, $F_0/F = l/l_0$.

Для напряжения σ имеем:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0} \frac{F_0}{F} = \sigma_0 \frac{F_0}{F} = \sigma_0 \frac{l}{l_0} = \sigma_0 \exp(\epsilon). \quad (7)$$

Учитывая (6) и (7), получим:

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \sigma_0^n \exp(n\epsilon) \frac{d\Omega}{dt}, \quad d\Omega = \frac{d\epsilon}{\sigma_0^n \exp(n\epsilon)}, \quad \Omega(t_*) = \frac{1}{n\sigma_0^n} \left(1 - \frac{1}{\exp(n\epsilon_*)} \right), \quad (8)$$

где ϵ_* — предельная деформация ползучести при разрушении. Для заданной функции $\Omega(t)$ по известному значению $\Omega(t_*)$ можно определить время разрушения t_* . При $\epsilon_* = \infty$ из (3) следует известный результат для t_* [8]. При $\epsilon_* = 0$ материал является идеально хрупким, и разрушение наступает при $t_* = 0$. В общем случае при $0 < \epsilon_* < \infty$ имеем $0 < \Omega(t_*) < 1/(n\sigma_0^n)$. Опытные

точки, построенные по экспериментам Ш. Н. Каца, удовлетворительно согласуются с зависимостью действующего напряжения от времени разрушения, хотя и располагаются несколько ниже теоретических для $\varepsilon_* = \infty$. В этом случае имеется конечное время разрушения $t = t_*$, для которого стержень вытягивается в бесконечно тонкую нить. Фактически процесс равномерного вытягивания стержня по разным причинам прерывается образованием шейки. Качественно это можно объяснить тем, что разрушение образцов происходит при удлинениях, обычно не превышающих несколько десятков процентов. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов осуществляется в тех же логарифмических координатах, что и кривые ползучести, только при разрушении по оси ординат откладывается $\ln \sigma_0$. В итоге

$$\ln t = -\ln B - n \ln \sigma_0 - \ln n + \ln[1 - \exp(-n\varepsilon_*)]. \quad (9)$$

Последнее слагаемое в (9) при критической деформации ε_* дает поправку в решении [8], которая позволяет добиться лучшего соответствия с экспериментом. В приведенном анализе можно учесть упругую деформацию при разрушении растягиваемого стержня. Для этого воспользуемся следующими уравнениями ползучести:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{d\Omega}{dt} \sigma^n + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt}, \left(1 - \frac{\sigma_0}{E} \exp \varepsilon\right) \frac{d\varepsilon}{dt} = \sigma_0^n \exp(n\varepsilon) \frac{d\Omega}{dt}, \\ d\Omega(t) &= -\frac{d \exp(-n\varepsilon)}{n\sigma_0^n} - \frac{d \exp[(n-1)\varepsilon]}{(n-1)E\sigma_0^{n-1}}, \\ \Omega(t_*) &= \frac{1 - \exp(-n\varepsilon_*)}{n\sigma_0^n} - \frac{\exp[(n-1)\varepsilon_*] - 1}{(n-1)E\sigma_0^{n-1}}. \end{aligned}$$

При заданной функции $\Omega(t)$ по известному значению $\Omega(t_*)$ можно вычислить время разрушения t_* .

Определение времени разрушения при сжатии и кручении. Как отмечалось ранее, разрушение стержня при сжатии и кручении не укладывается в схему [8]. Предлагаемый подход дает возможность определить времена разрушения при сжатии и кручении стержня. Рассмотрим разрушение стержня при сжатии. Обозначим $\varepsilon = -\varepsilon_x^c$, $\sigma = -\sigma_x$ — абсолютные значения деформации ползучести и напряжения при сжатии. В результате для больших деформаций:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\Omega}{dt} \sigma^n, \quad \varepsilon = -\varepsilon_x^c = -\ln \frac{l}{l_0} = \ln \frac{l_0}{l}, \quad \frac{l_0}{l} = \exp(\varepsilon). \quad (10)$$

Как и для растяжения стержня при сжатии получим

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0} \frac{F_0}{F} = \sigma_0 \frac{F_0}{F} = \sigma_0 \frac{l}{l_0} = \frac{\sigma_0}{\exp(\varepsilon)}.$$

Подставляя это выражение в степенной закон ползучести (6), имеем:

$$d\Omega(t) = \frac{d \exp(n\varepsilon)}{n\sigma_0^n}, \quad \Omega(t_*) = \frac{\exp(n\varepsilon_*) - 1}{n\sigma_0^n}. \quad (11)$$

При заданной функции $\Omega(t)$ по известному значению $\Omega(t_*)$ определим время разрушения t_* . Если в формулах (8) и (11) для времени разрушения воспользоваться разложением $\exp(n\varepsilon_*)$ в ряд по степеням ε_* , то для малых деформаций при растяжении и сжатии получим $t_* = \Omega^{-1}(\varepsilon_* / \sigma_0^n)$. Как правило, величина предельной деформации при растяжении меньше, чем при сжатии, поэтому и времена разрушения для этих напряженных состояний будут различаться. При малой деформации сдвига γ и постоянном касательном напряжении τ , если в условиях ползучести имеет место степенной закон, время разрушения рассчитывается по такой же формуле

$t_* = \Omega^{-1}(\gamma_* / \tau_0^n)$, где γ_* — предельная сдвиговая деформация ползучести при разрушении. Таким образом, в предлагаемом подходе конечность времени разрушения в условиях ползучести при любом виде нагружения является следствием ограниченности необратимой деформации сдвига предельным значением, которое достигается при разрушении материала.

Ползучесть и разрушение при неоднородном напряженном состоянии. Продольная деформация стержня, нагруженного изгибающим моментом M в условиях ползучести записывается в виде

$$\varepsilon_z = \varepsilon_e + \varepsilon_c = y(\kappa_e + \kappa_c) = \frac{\sigma_z}{E} + \Omega(t)\sigma_z^n,$$

где ε_e и ε_c — упругая деформация и деформация ползучести; κ_e и κ_c — кривизны изогнутой оси балки, которые для стержня прямоугольного поперечного сечения с размерами b и h находятся по известным формулам:

$$\kappa_e = \frac{M}{EI_x}, \quad \kappa_c = \Omega(t) \left(\frac{M}{I_{nx}} \right)^n, \quad I_x = \frac{4bh^3}{3}, \quad I_{nx} = \frac{4nbh^{2+1/n}}{2n+1}.$$

Перейдем к безразмерным величинам:

$$\sigma = \frac{\sigma_z}{M/W_x}, \quad e = \frac{E\varepsilon_c}{M/W_x}, \quad \tilde{t} = E\Omega(t) \left(\frac{M}{W_x} \right)^{n-1}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{h},$$

в которых $W_x = I_x/h$ — осевой момент сопротивления. На основе вышеизложенного, получим формулу для вычисления продольного напряжения

$$\sigma + \tilde{t}\sigma^n = \tilde{y} \left[1 + \tilde{t} \left(\frac{2n+1}{3n} \right)^n \right]. \quad (12)$$

Определим теперь времена начала и полного разрушения балки при чистом изгибе в условиях ползучести. Применяя степенной закон ползучести, гипотезу плоских сечений и не учитывая упругие деформации, получим:

$$\varepsilon_c = y\kappa_c, \quad \kappa_c = \Omega(t) \left(\frac{M}{I_{nx}} \right)^n, \quad d\kappa_c = d\Omega(t) \left(\frac{M}{I_{nx}} \right)^n. \quad (13)$$

До начала разрушения наибольшее значение деформации ε_c достигается при $y = h_0$. Время, когда начинается разрушение определим из (7) и условия, что $\varepsilon_c = \varepsilon_*$ при $t = t_0$:

$$\kappa_c = \frac{\varepsilon_*}{h_0} = \Omega(t_0) \left(\frac{M}{I_{nx}} \right)^n, \quad \Omega(t_0) = \Omega_0 = \frac{\varepsilon_* (4nb)^n h_0^{2n}}{(2n+1)^n M^n}, \quad t_0 = \Omega^{-1}(\Omega_0).$$

Предположим, что при ползучести материал одинаково сопротивляется разрушению при растяжении и сжатии. В рассматриваемом случае нейтральный слой балки будет неподвижным и с двух сторон $y = \pm h(t)$ при $t = t_0$ начинается движение двух фронтов разрушения, которые одновременно является и свободными границами балки. На фронте разрушения имеем $d\kappa_c = -\varepsilon_* dh / h^2$, с другой стороны (13), в результате получим

$$d\Omega(t) = -\frac{\varepsilon_* (4nb)^n h^{2n-1} dh}{(2n+1)^n M^n}. \quad (14)$$

Учитывая начальные условия при $t = t_0$, $h = h_0$ после интегрирования (14) определим:

$$\Omega(t) = \Omega_0 \left[1 + \frac{1}{2n} \left(1 - \frac{h^{2n}}{h_0^{2n}} \right) \right], \quad \frac{h(t)}{h_0} = \left[1 + 2n \frac{\Omega_0 - \Omega(t)}{\Omega_0} \right]^{\frac{1}{2n}}. \quad (15)$$

При $h = 0$ из (15) найдем время полного разрушения стержня.

Теперь рассмотрим деформирование круглого стержня при кручении. Осевое и тангенциальное направления обозначим z и θ . Предположим, что круглый стержень закручивается моментом M_z , тогда для сдвиговой деформации имеем

$$\gamma_z = \frac{\tau_z}{\mu} + \gamma_c = \frac{\tau_z}{\mu} + \Omega(t)\tau_z^n = r(\omega_e + \omega_c),$$

где ω_e и ω_c — две составляющие угла закручивания, обусловленные соответственно упругостью и ползучестью, которые рассчитываются по формулам:

$$\omega_e = \frac{M_z}{\mu I_r}, \quad \omega_c(t) = \Omega(t) \left(\frac{M_z}{I_{nr}} \right)^n, \quad I_r = \frac{\pi a^4}{2}, \quad I_{nr} = \frac{2\pi a^{3+1/n}}{3+1/n}.$$

Перейдем к безразмерным величинам:

$$\tau = \frac{\tau_z}{M_z/W_r}, \quad \gamma = \frac{\mu\gamma_c}{M_z/W_r}, \quad \tilde{t} = \mu\Omega(t) \left(\frac{M_z}{W_r} \right)^{n-1}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{h},$$

где μ — упругий модуль сдвига, а $W_r = I_r/a$ — полярный момент сопротивления. Изложенное позволяет определить касательное напряжение

$$\tau + \tilde{t}\tau^n = \tilde{r} \left[1 + \tilde{t} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n \right].$$

Далее рассмотрим ползучесть и разрушение круглого стержня, нагруженного крутящим моментом при отсутствии упругой деформации. Поверхность $r = a(t)$ является фронтом разрушения, который приближается к центру стержня. Поскольку угол закручивания $\omega_c(t)$ не зависит от r , имеем:

$$\gamma_c = r\omega_c(t), \quad \dot{\gamma}_c = r\dot{\omega}_c, \quad \omega_c(t) = \Omega(t) \left(\frac{M_z}{I_{nr}} \right)^n. \quad (16)$$

Деформация γ_c при $r = a$ принимает наибольшее значение, поэтому разрушение начинается с начальной поверхности стержня $r = a_0$. Таким образом, из (16) получим:

$$\frac{\gamma_*}{a_0} = \Omega(t_0) \left(\frac{M_z}{I_{nr}} \right)^n, \quad \Omega(t_0) = \Omega_0 = \frac{\gamma_* a_0^{3n}}{M^n} \left(\frac{2\pi}{3+1/n} \right)^n, \quad t_0 = \Omega^{-1}(\Omega_0).$$

При $t \geq t_0$ поверхность $r = a(t)$ разрушается и с ростом t увеличивается угол закручивания. Из (16) следует

$$d\omega_c = d\Omega(t) \left(\frac{3+1/n}{2\pi} \right)^n \frac{M_z^n}{a^{3n+1}}.$$

Из условия непрерывности скорости изменения угла закручивания на фронте разрушения получим дифференциальное уравнение

$$d\Omega(t) = -\frac{\gamma_*}{M_z^n} \left(\frac{2\pi}{3+1/n} \right)^n a^{3n-1} da.$$

Интегрируя это уравнение с применением начального условия, вычислим

$$\Omega(t) = \Omega_0 \left[1 + \frac{1}{3n} \left(1 - \frac{a^{3n}}{a_0^{3n}} \right) \right], \quad a = a_0 \left[1 + 3n \frac{\Omega_0 - \Omega(t)}{\Omega_0} \right]^{\frac{1}{3n}}. \quad (17)$$

При $a = 0$ из (17) определим время полного разрушения стержня при кручении

ВЫВОДЫ

Предложено при моделировании процессов пластичности и ползучести рассматривать единый подход к построению определяющих соотношений, сформированный на дилатансионно-сдвиговом механизме необратимого деформирования и степенном законе упрочнения для металлов и горных пород. С помощью уравнения неразрывности и определяющих соотношений, полученных на основе сдвиговой модели деформирования для кратковременного и длительного нагружения твердых тел решена задача нахождения плотности материала в зависимости от деформации сдвига в любой момент времени. Такой подход позволяет учитывать развитие трещин и пор на фоне растущих деформаций ползучести без кинетического уравнения поврежденности Качанова – Работнова.

Показано, что для процессов пластичности и ползучести наиболее эффективным является единый деформационный критерий — разрушение начинается тогда, когда максимальный необратимый сдвиг достигает предельной величины. С применением такого подхода решены задачи о деформировании и разрушении упруго-ползучего тела в стадиях неустановившейся и установившейся ползучести, определены времена начала и полного разрушения, положение фронта разрушения и скорость его распространения в любой момент времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Nadai A.** Theory of Flow and Fracture of Solids, New York, Toronto and London, 1950. [**Надаи А.** Пластичность и разрушение твердых тел. — М.: Изд-во иностр. лит., 1954. — 648 с.]
2. **Failure.** Mathematical Foundations of Failure Theory, vol. 2. New York and London, Academic Press, 1968. [**Разрушение.** Т. 2. Математические основы теории разрушения. — М.: Мир, 1975. — С. 336–520.]
3. **Revuzhenko A. F., Stazhevskii S. B., and Shemyakin E. I.** The mechanics of deformation of granular materials during large displacements, Journal of Mining Science, 1974, no 3, pp. 130–133. [**Ревуженко А. Ф., Стажевский С. Б., Шемякин Е. И.** О механизме деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // ФТПРПИ. — 1974. — № 3. — С. 130–133.]
4. **Khristianovich S. A. and Shemyakin E. I.** Theory of ideal plasticity. Mechanics of Solids, 1967, no. 4, pp. 86–97. (in Russian) [**Христианович С. А., Шемякин Е. И.** К теории идеальной пластичности // Изв. АН СССР. МТТ. — 1967. — № 4. — С. 86–97.]
5. **Khristianovich S. A.** Plastic deformation of strain-hardening materials, Mechanics of Solids, 1974, no. 2, pp. 148–174. (in Russian) [**Христианович С. А.** Деформация упрочняющегося пластического материала // Изв. АН СССР. МТТ. — 1974. — № 2. — С. 148–174.]
6. **Kachanov L. M.** Theory of Plasticity, Moscow, Nauka, 1969, 420 pp. (in Russian) [**Качанов Л. М.** Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.]
7. **Klushnikov V. D.** Mathematical Theory of Plasticity, Moscow, Moscow State University, 1979, 208 pp. (in Russian) [**Клюшников В. Д.** Математическая теория пластичности. — М.: МГУ, 1979. — 208 с.]
8. **Hoff N.** The necking and the rupture of rods subjected to constant tensile loads, Journal of Applied Mechanics, 1953, vol. 20, pp. 105–108.
9. **Kachanov L. M.** Theory of Creep, Moscow, Publishing house Fizmatlitz, 1960, 455 pp. [in Russian] [**Качанов Л. М.** Теория ползучести. — М.: Изд-во Физматлит, 1960. — 455 с.]
10. **Rabotnov Yu. N.** Creep in the Elements of Structures, Moscow, Nauka, 1966, 752 pp. (in Russian) [**Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966. — 752 с.]
11. **Kovrizhnykh A. M.** Plastic deformation of strain-hardening materials under complex load, Mechanics of Solids, 1986, no. 4, pp. 140–146. (in Russian) [**Коврижных А. М.** Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. — 1986. — № 4. — С. 140–146.]

12. **Kovrizhnykh A. M.** Plastic theory including the complex loading stress state, *Mechanics of Solids*, 1987, no. 6, pp. 98–106. (in Russian) [**Коврижных А. М.** К теории пластичности, учитывающей вид напряженного состояния при сложном нагружении// Известия АН СССР. МТТ. — 1987. — № 6. — С. 98–106.]
13. **Lokoshchenko A. M.** Modeling the creep process and long-term strength of metals, Moscow, Publishing House of Moscow State Industrial University, 2007, 263 pp. [**Локощенко А. М.** Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. — М.: Изд-во МГИУ. — 2007. — 263 с.]
14. **Kovrizhnykh A. M. and Kovrizhnykh S. A.** Deformation and fracture in one-dimensional creep problems. *IOP Conf. Series: Journal of Physics Conference Series* 894 (2017) 012124.
15. **Malinin N. N.** Applied theory of plasticity and creep, 2021, Moscow, Yurayt, 403 pp. (in Russian) [**Малинин Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. — 2021. — М.: Юрайт. — 403 с.]
16. **Stavrogin A. N. and Tarasov V. G.** Experimental physics and mechanics of rocks, St. Petersburg, Nauka, 2001, 343 pp. (in Russian) [**Ставрогин А. Н., Тарасов В. Г.** Экспериментальная физика и механика горных пород. — СПб.: Наука, 2001. — 343 с.]
17. **Terentjev V. F.** Fatigue of metallic materials, Moscow, Nauka, 2002, 248 pp. (in Russian) [**Терентьев В. Ф.** Усталость металлических материалов. — М.: Наука, 2002. — 248 с.]
18. **Scheidegger A. E.** Principles of Geodynamics, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1958, 290 pp. [**Шейдеггер А.** Основы геодинамики. — М.: Недра, 1987. — 384 с.]
19. **Zhdanov G. S.** Physics of solids, 2021, Moscow, Publishing House Lenand, 504 pp. [in Russian] [**Жданов Г. С.** Физика твердого тела. — М.: Изд-во Ленанд, 2021. — 504 с.]
20. **Koiter W. T.** General theorems for elastic – plastic solids. *Progress in solid Mechanics*. Ch. 4. Amsterdam, 1960, 80 pp. [**Койтер В. Т.** Общие теоремы для упруго-пластических тел. — М.: ИЛ, 1961. — 80 с.]