

УДК 532.5.032

## Численное моделирование турбулентного обтекания гидрокрыла конечного размера при влиянии углового отрыва\*

А.В. Сентябов<sup>1,2</sup>, А.А. Гаврилов<sup>1,2</sup>, А.А. Дектерев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет, Красноярск

E-mail: sentyabov\_a\_v@mail.ru

В статье представлены результаты численного моделирования трехмерного турбулентного обтекания лопатки направляющего аппарата гидротурбины с удлинением 0,8 при угле атаки 9°. Анализируется влияние моделирования турбулентности на трехмерные эффекты течения. На поток влияет как трехмерный отрыв пограничного слоя на стыках лопатки с боковыми стенками, так и отрыв потока вблизи задней кромки. В исследовании рассматриваются различные подходы к моделированию турбулентного обтекания, такие как модель турбулентной вязкости  $k-\omega$  SST, алгебраическая модель и несколько вариантов дифференциальной модели переноса рейнольдсовых напряжений. При указанном угле атаки модель  $k-\omega$  SST показывает значительную величину отрывной зоны в углах между стенкой и гидрокрылом, в то время как отрыва потока в центральной плоскости не наблюдается. Как дифференциальная, так и алгебраическая модели RSM воспроизводят вторичное вихревое течение в углах и подавляют отрыв потока в центре лопатки.

**Ключевые слова:** гидрокрыло, численное моделирование, турбулентность, RSM.

### Введение

В отличие от приложений аэромеханики в гидроэнергетическом оборудовании крыловые профили обладают поперечными размерами, сопоставимыми с длиной хорды крыла. Типичным примером может служить лопатка направляющего аппарата гидротурбины, которая при квазидвумерной форме профиля заключена в ограниченном промежутке между стенками турбинной камеры. Аналогичная ситуация наблюдается для лопастей рабочего колеса. В подобных случаях угловые эффекты могут вносить существенный вклад в турбулентное обтекание гидропрофилей, особенно при наличии отрыва или кавитации. В то же время, модели турбулентности, основанные на гипотезе турбулентной вязкости, приспособлены, в основном, для расчета двумерных пограничных слоев и неспособны воспроизвести такие эффекты, как вторичное вихревое течение в углах, для моделирования которых требуются модели переноса рейнольдсовых напряжений.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах (ведущий ученый Маркидаас К.) (грант № 075-15-2019-1888).

Вторичное вихревое течение, возникающее вследствие анизотропных турбулентных эффектов, было впервые замечено в каналах прямоугольной формы. В 1926 г. Никурадзе [1] обнаружил, что изолинии аксиальной компоненты скорости в прямом канале прямоугольного сечения смещены по направлению к углам. Визуализация с помощью ввода красителя показала наличие вторичного вихревого течения в плоскости, перпендикулярной каналу, которое переносит жидкость с высоким продольным импульсом из середины канала в углы. В работе [2] было показано, что генерация завихренности происходит за счет градиента разницы нормальных компонент тензора напряжений Рейнольдса. Поскольку в моделях линейной вихревой вязкости нормальные турбулентные напряжения считаются изотропными, то они не могут воспроизвести данный эффект. В статье [3] была показана роль градиентов турбулентных сдвиговых напряжений в иницировании вторичного течения в прямоугольном канале. В [4] было проведено теоретическое исследование вторичных течений, индуцированных скосом и напряжением, с использованием уравнения средней завихренности. Недостатки моделей линейной турбулентной вязкости при расчете течения в канале прямоугольного сечения были показаны, например, в работе [5], в которой для решения этой проблемы применялись нелинейные модели  $k-\varepsilon$  и  $k-l$ . Также здесь автор, используя свою модель, рассчитал течение в канале прямоугольного сечения, качественно показав формирование 8-вихревой структуры течения в поперечном сечении канала. В статье [6] было представлено исследование турбулентного течения в квадратном канале с применением модели замыкания второго порядка и эллиптической релаксацией для пристенного слоя. При этом отмечалось, что модели замыкания второго порядка склонны недооценивать интенсивность вторичного потока в некруглом канале, а подход пристеночных функций не может воспроизвести важные механизмы течения. В работе [7] использовалась модель переноса рейнольдсовых напряжений для моделирования стационарного и вращающегося прямоугольных каналов с соотношением сторон 4. Авторы отметили заметное влияние вторичных вихрей на распределение напряжения трения на стенке, несмотря на их низкую интенсивность. Было показано, что модели замыкания второго порядка воспроизводят эти вихри и показывают хорошее совпадение с экспериментальными данными. В работах [8] и [9] изучалось турбулентное течение в каналах различной формы с помощью RSM и DNS моделей соответственно. В [8] отмечалась роль анизотропии турбулентных пульсаций для течения в квадратном канале и, соответственно, преимущества моделей второго замыкания по сравнению с моделью линейной вихревой вязкости. В [9] сравнивалось течение в каналах различной формы (круглых, квадратных и с крупными желобками) и было показано, что в желобках (а также углах канала квадратного сечения) формируется рециркуляционное течение, направленное от центра канала внутрь желобка. Численные эксперименты [10] показали значительное влияние относительно слабого вторичного потока в прямоугольном канале на отрыв потока в следующем за ним диффузоре.

Неадекватное моделирование вторичного течения приводит к ошибкам в расчете обтекания трехмерного крыла. Так, в работе [11] использовалась модель  $v2f$  для улучшения моделирования трехмерного пограничного слоя вокруг соединения крыла с фюзеляжем. В работе [12] с использованием линейных и нелинейных моделей вихревой вязкости и дифференциальной модели переноса напряжений Рейнольдса исследовалось турбулентное обтекание крыла NACA0020, установленного на плоской пластине. Были показаны преимущества моделей замыкания второго порядка для расчета подковообразного вихря. В работе [13] при расчете обтекания тестовой модели самолета DLR F-6, представленной в [14], было отмечено, что модель  $k-\omega$  SST завышает размер отрывной зоны в месте соединения крыла с фюзеляжем. Позднее этот же тест использовался в работе [15] для валидации алгебраической модели переноса рейнольдсовых напряжений BSL-EARSM, которая показала более адекватный угловой отрыв. Для оценки чистого эффекта анизотропии диагональных рейнольдсовых напряжений в указанной работе был также проведен расчет только с использованием изотропной части разработанной модели BSL-EARSM. При этом хотя изотропная версия несколько уменьшила отрывную

область в углу по сравнению с моделью  $k-\omega$  SST, значительное улучшение результатов было достигнуто за счет применения анизотропной модели.

В условиях длинного крыла ошибки в моделировании углового отрыва не оказывают существенного влияния на подъемную силу и сопротивление. Совсем иная ситуация может наблюдаться в гидроэнергетике, где продольные и поперечные размеры крыловых профилей примерно равны между собой. В работе [16] при исследовании кавитационного и бескавитационного обтекания лопатки направляющего аппарата гидротурбины было обнаружено, что при угле атаки  $9^\circ$  даже в бескавитационном режиме течения расчетные профили скорости вблизи задней кромки заметно отличаются от экспериментальных данных. Хотя из измерений PIV (Particle image velocimetry) следовало, что в этом режиме в центральной плоскости происходит отрыв потока, однако в трехмерном расчете модель  $k-\omega$  SST и основанная на ней модель DDES показывали практически безотрывное обтекание. В то же время трехмерные эффекты существенны для исследования кавитационного обтекания рассматриваемой лопатки. В экспериментальном исследовании [17] для данной лопатки при угле атаки  $9^\circ$  была обнаружена кавитационная неустойчивость, развивающаяся вдоль размаха крыла. Кроме того, трехмерное моделирование неизбежно для исследования кавитации, возникающей при протекании жидкости через торцевые зазоры между лопаткой и стенками [18].

Для уточнения роли моделирования турбулентности при расчете трехмерного обтекания элементов проточного тракта гидротурбины проведено численное исследование бескавитационного обтекания лопатки направляющего аппарата на основе экспериментальных данных [17]. Наличие в экспериментальных исследованиях профилей скорости на стороне разрежения лопатки позволяет оценить степень влияния расчета угловых эффектов, в частности, на отрыв потока в центре крыла.

### 1. Расчетная модель

Исследования проводились на масштабной модели лопатки направляющего аппарата высоконапорной ГЭС с длиной главной хорды  $C = 100$  мм. Расчетная область представляла собой часть рабочего канала гидравлического стенда, экспериментальные исследования на котором были подробно описаны в работах [17, 19, 20]. Эта область включала в себя входной конфузор и рабочий канал с установленным в нем гидрокрылом (рис. 1). Ось крыла располагалась посередине высоты рабочего участка, равной  $2,5C$ , а ширина крыла составляла  $0,8C$ , что совпадало с шириной рабочего участка.

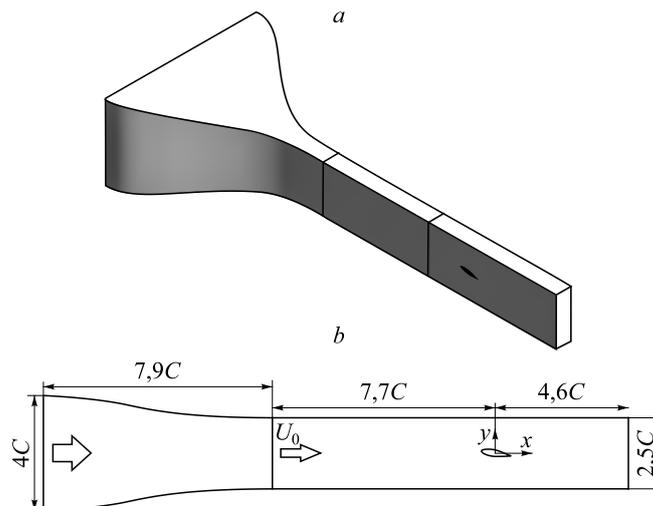


Рис. 1. Расчетная область в трехмерном виде (a) и её схема (b).

**Таблица 1**  
Свойства рабочей жидкости  
(дистиллированная вода  
при температуре 30 °С)

$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	996
$\mu$ , Па·с	$0,79 \cdot 10^{-3}$

Рабочей жидкостью служила дистиллированная вода. Параметры среды в соответствии с условиями эксперимента были приняты при температуре 30 °С (табл. 1). На входе в расчетную область задавался массовый расход, равный 161,4 кг/с. Массовый расход рассчитывался из экспериментальных данных как произведение средней скорости, плотности воды в данных условиях и площади сечения рабочего канала. Средняя скорость течения в рабочем канале  $U_0$  составляла 8,1 м/с и была получена из измерений скорости методом PIV на некотором расстоянии от крыла вверх по потоку.

Расчеты проводились в программном комплексе Ansys Fluent 17.1 на основе метода контрольного объема. Для моделирования турбулентности использовались модели различного уровня: модель  $k-\omega$  SST на основе приближения вихревой вязкости [21], дифференциальная модель переноса рейнольдсовых напряжений в двух различных модификациях и алгебраическая модель переноса рейнольдсовых напряжений. В качестве дифференциальных моделей переноса рейнольдсовых напряжений были выбраны версии, использующие уравнения для удельной скорости диссипации  $\omega$ , так как они позволяют разрешать пограничный слой до стенки. Первая  $\omega$ -based модель RSM (RSM- $\omega$ , [22]) основана на уравнении для  $\omega$  из модели  $k-\omega$ , а вторая (RSM-BSL) — на уравнении для  $\omega$  из модели  $k-\omega$  BSL (baseline). Вторая версия уравнения для  $\omega$  позволяет устранить чувствительность к условиям в свободном потоке, свойственную  $k-\omega$  модели Вилкокса. В обоих случаях для расчета члена перераспределения в уравнениях переноса рейнольдсовых напряжений применяется линейная модель LRR [23]. Используемый вариант алгебраической модели переноса рейнольдсовых напряжений (BSL-EARSM) также основан на модели BSL и соотношении Wallin–Johansson для напряжений [15]. Как показано в [15], данная модель успешно справляется с расчетом углового отрыва между крылом самолета и фюзеляжем.

Для моделирования использовались трехмерные расчетные сетки, состоящие из гексаэдральных ячеек. Вблизи крыла был выделен пристеночный слой со сгущением координатных линий к поверхности крыла, а в остальной области — более разреженная неструктурированная сетка (рис. 2). В среднем безразмерное расстояние от стенки крыла до первого расчетного узла составляло  $y_+ \sim 1$ , т.е. пограничный слой разрешался до стенки. В направлении размаха крыла сетка была сгущена к боковым стенкам с различной детализацией, вплоть до  $y_+ < 10$  для базовой сетки. Базовая сетка содержала около 1100 тыс. контрольных объемов. Остальные расчетные сетки отличались детализацией в направлении вдоль размаха крыла, их характеристики приведены в табл. 2.

Связь полей скорости и давления осуществлялась с помощью процедуры SIMPLEC (см. [24] и [25]). Для аппроксимации конвективных членов в уравнении переноса импульса применялась ограниченная центрально-разностная схема [26], а для уравнений переноса турбулентных характеристик — противопоточная схема первого порядка.

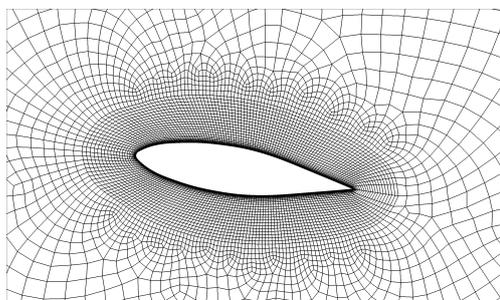


Рис. 2. Расчетная сетка.

**Таблица 2**  
Параметры расчетных сеток

№	Число ячеек, тыс.	$y_+$ на боковой стенке
1	224	< 350
2	317	< 250
3	317	< 120
4	1160	< 10

## 2. Результаты

Сравнение с экспериментальными данными показывает, что двумерный расчет с помощью модели  $k-\omega$  SST неплохо описывает обтекание крылового профиля, включая отрыв течения вблизи задней кромки (рис. 3). На рисунке приведены графики продольной компоненты скорости в различных сечениях в центральной продольной плоскости (плоскости симметрии) со стороны разрежения крыла. По вертикальной оси отложено расстояние до стенки крыла вдоль оси  $Oy$ , а по горизонтальной оси — скорость, нормированная на среднерасходную скорость через проходное сечение —  $U_0 = 8,1$  м/с. Поскольку числа Рейнольдса достаточно велики, толщина пограничного слоя оказывается крайне малой, и данные представлены для тонкого слоя вблизи поверхности лопатки. Несмотря на то, что двумерный расчет показывает хорошие результаты, необходимо учитывать наличие для данной геометрии существенных трехмерных эффектов [17]. При этом трехмерный расчет существенно хуже согласуется с экспериментальными данными даже на детальной сетке № 4. Как в двумерном, так и в трехмерном случаях расчетные профили скорости близки к экспериментальным над первой половиной лопатки — от передней кромки до точки отрыва потока, совпадая с экспериментом как в области потенциального течения, так и в пограничном слое. Однако вблизи задней кромки экспериментальные данные показывают отрыв потока в точке  $x/C \approx 0,75$ , а трехмерный расчет с помощью модели  $k-\omega$  SST демонстрирует практически безотрывное обтекание, что хорошо видно на рис. 4а. Двумерный расчет по той же модели показывает адекватный отрыв вблизи задней кромки, а профили скорости на стороне разрежения хорошо совпадают с экспериментальными данными как до, так и после отрыва пограничного слоя.

Причиной такого расхождения результатов трехмерного расчета с результатами двумерного расчета и с экспериментальными данными является обширный угловой отрыв у боковых стенок рабочего канала (рис. 5а). Зона рециркуляции, вызванная боковым отрывом, занимает почти всю область над лопаткой в диффузорной части течения, поджимая поток в центральной плоскости и предотвращая отрыв потока в ней. Такие результаты

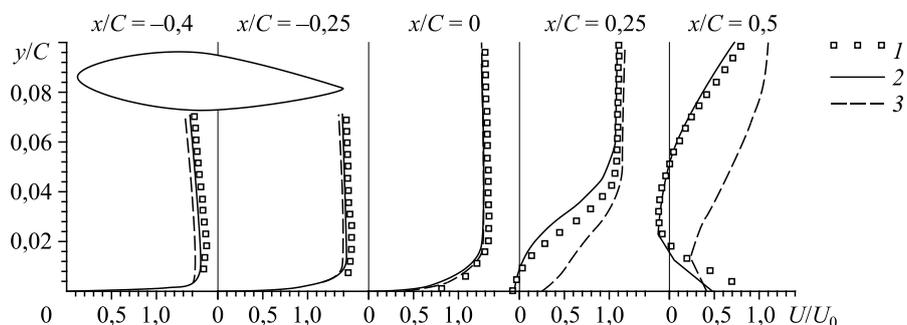


Рис. 3. Сравнение профилей скорости.

Данные эксперимента (1) и результаты двумерного (2) и трехмерного (3) расчетов модели  $k-\omega$  SST.

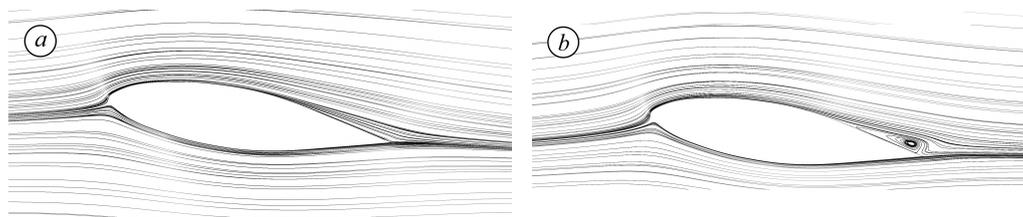


Рис. 4. Линии тока в центральном сечении.

Результаты трехмерного расчета на сетке № 4 с помощью  $k-\omega$  SST (а) и RSM-BSL (б) моделей.

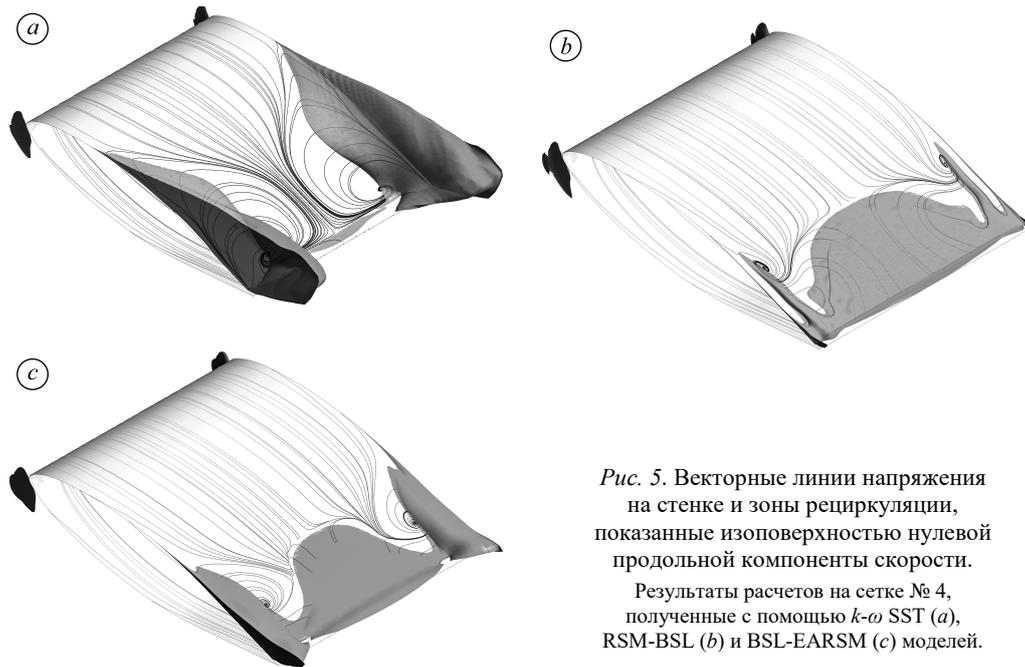


Рис. 5. Векторные линии напряжения на стенке и зоны рециркуляции, показанные изоповерхностью нулевой продольной компоненты скорости. Результаты расчетов на сетке № 4, полученные с помощью  $k-\omega$  SST (a), RSM-BSL (b) и BSL-EARSM (c) моделей.

являются типичными для моделей турбулентности, основанных на линейной вихревой вязкости. Поскольку модели турбулентной вязкости неадекватно рассчитывают угловой отрыв, существенно завышая его, авторы провели расчеты данного течения с использованием моделей переноса рейнольдсовых напряжений. Расчет с помощью модели RSM-BSL показал отрыв потока в центральной плоскости (рис. 4b) при гораздо меньших, чем для модели  $k-\omega$  SST, угловых отрывах (рис. 5). Похожие результаты демонстрирует алгебраическая модель рейнольдсовых напряжений BSL-EARSM (рис. 5c).

Сравнение профилей скорости в центральной плоскости показывает, что результаты расчета модели RSM-BSL хорошо согласуются с экспериментальными данными, адекватно отображая отрыв потока вблизи задней кромки (рис. 6). Заметно хуже результаты  $\omega$ -based модели RSM, которые, однако, все равно ближе к экспериментальным данным, чем данные модели  $k-\omega$  SST. При этом результаты алгебраической модели BSL-EARSM почти не отличаются от результатов соответствующей дифференциальной модели RSM BSL.

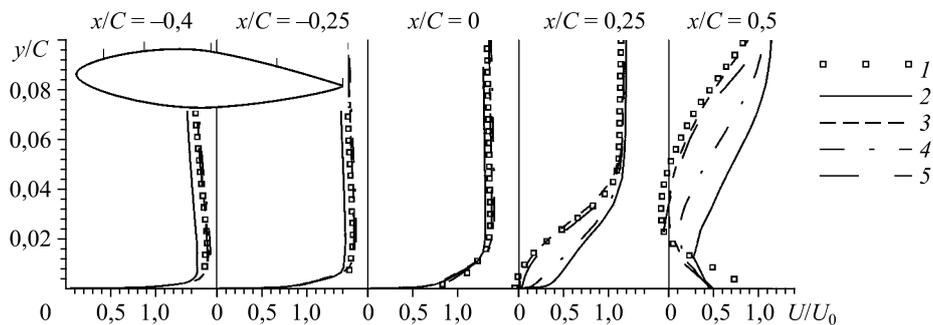


Рис. 6. Сравнение профилей скорости, полученных с помощью различных моделей турбулентности на детальной расчетной сетке № 4. Данные эксперимента (1) и расчетов, полученных с помощью  $k-\omega$  SST (2), RSM-BSL (3), RSM- $\omega$  (4) и EARSM (5) моделей.

Таблица 3  
Коэффициенты сопротивления и подъемной силы

Модель	$C_x$	$C_y$
$k-\omega$ SST	0,074	0,35
RSM BSL	0,046	0,74
RSM $\omega$ -based	0,045	0,82
BSL-EARSM	0,047	0,68

Различие в структуре течения радикально сказывается на силах, действующих на лопатку. В табл. 3 приведены линейные коэффициенты сопротивления и подъемной силы, рассчитанные по формуле  $C_l = F / (\rho U_0^2 Cl / 2)$ , где  $F$  — подъемная сила, а  $l$  — длина лопатки в направлении  $z$ . Как видно, подъемная сила, рассчитанная по модели  $k-\omega$  SST, в два раза ниже, а сила сопротивления в 1,6 раз выше, чем для модели RSM. При этом обе версии дифференциальной модели RSM и алгебраическая модель RSM дают близкие результаты.

Существенное влияние на результаты расчетов оказывает детализация расчетной сетки в направлении размаха крыла. Это подтверждают расчеты для нескольких сеток, характеристики которых приведены в табл. 2. В целом, при возрастании детализации пограничного слоя у боковой стенки результаты расчета отрыва в центральной плоскости улучшаются (рис. 7). При этом для относительно небольшой, но детализированной к боковым стенкам сетки № 3 результаты расчетов почти не отличаются от детальной сетки № 4.

Причина, по которой модель переноса реинольдсовых напряжений точнее воспроизводит угловой отрыв, состоит, по-видимому, в появлении вторичных течений в углах, что является следствием анизотропии турбулентных пульсаций [15]. Согласно исследованиям [2] и [5], генерация продольной компоненты завихренности в углу прямоугольного канала происходит за счет анизотропии тензора напряжений Рейнольдса в плоскости, перпендикулярной течению:

$$\left( U_y \frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + U_z \frac{\partial \Omega_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{u_z^2} - \overline{u_y^2}) - \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \overline{u_y u_z} + \nu \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Omega_x,$$

где  $\mathbf{U}$  — вектор скорости,  $\Omega_x$  — продольная компонента вектора завихренности,  $\mathbf{u}$  — пульсации скорости,  $\nu$  — вязкость. Из уравнения видно, что в турбулентном течении появляется продольная завихренность при наличии градиента разницы нормальных компонент тензора напряжений Рейнольдса.

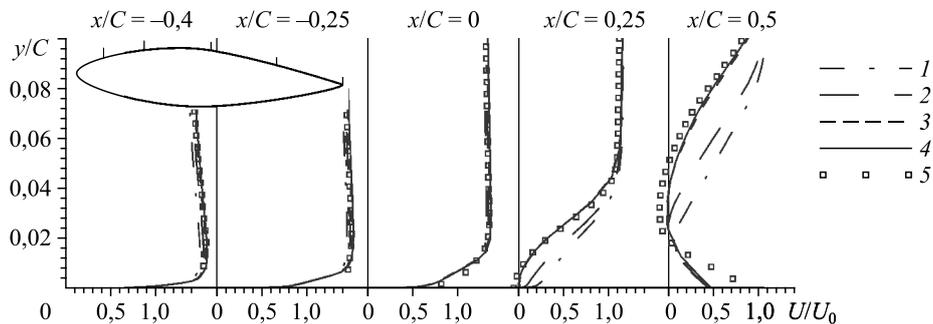


Рис. 7. Сравнение профилей скорости в центральной плоскости, полученных на различных сетках с помощью модели RSM-BSL. Номера 1–4 соответствуют номерам сеток в табл. 2, 5 — экспериментальные данные.

Как показано на рис. 8, в углу между лопаткой и торцевой стенкой присутствует выраженная анизотропия турбулентных пульсаций. Модели переноса рейнольдсовых напряжений показывают здесь рециркуляционное течение в плоскости  $uOz$ , которое увлекает основное течение внутрь угла, повышая в нем продольную скорость и предотвращая отрыв потока. Вторичное течение воспроизводится как дифференциальной (рис. 8b), так и алгебраической (рис. 8c) моделями переноса рейнольдсовых напряжений.

Пульсации компонент скорости (т.е. рейнольдсовы напряжения), рассчитанные по модели RSM BSL, качественно согласуются с экспериментальными данными (рис. 9). Из рисунка видно, что напряжения Рейнольдса являются почти нулевыми в свободном потоке и сильно возрастают по мере развития пограничного слоя. Пульсации продольной компоненты скорости заметно занижены по сравнению с экспериментальными данными, однако пульсации нормальной к стенке компоненты и касательные турбулентные напряжения хорошо совпадают. Как продольная, так и нормальная компоненты пульсаций

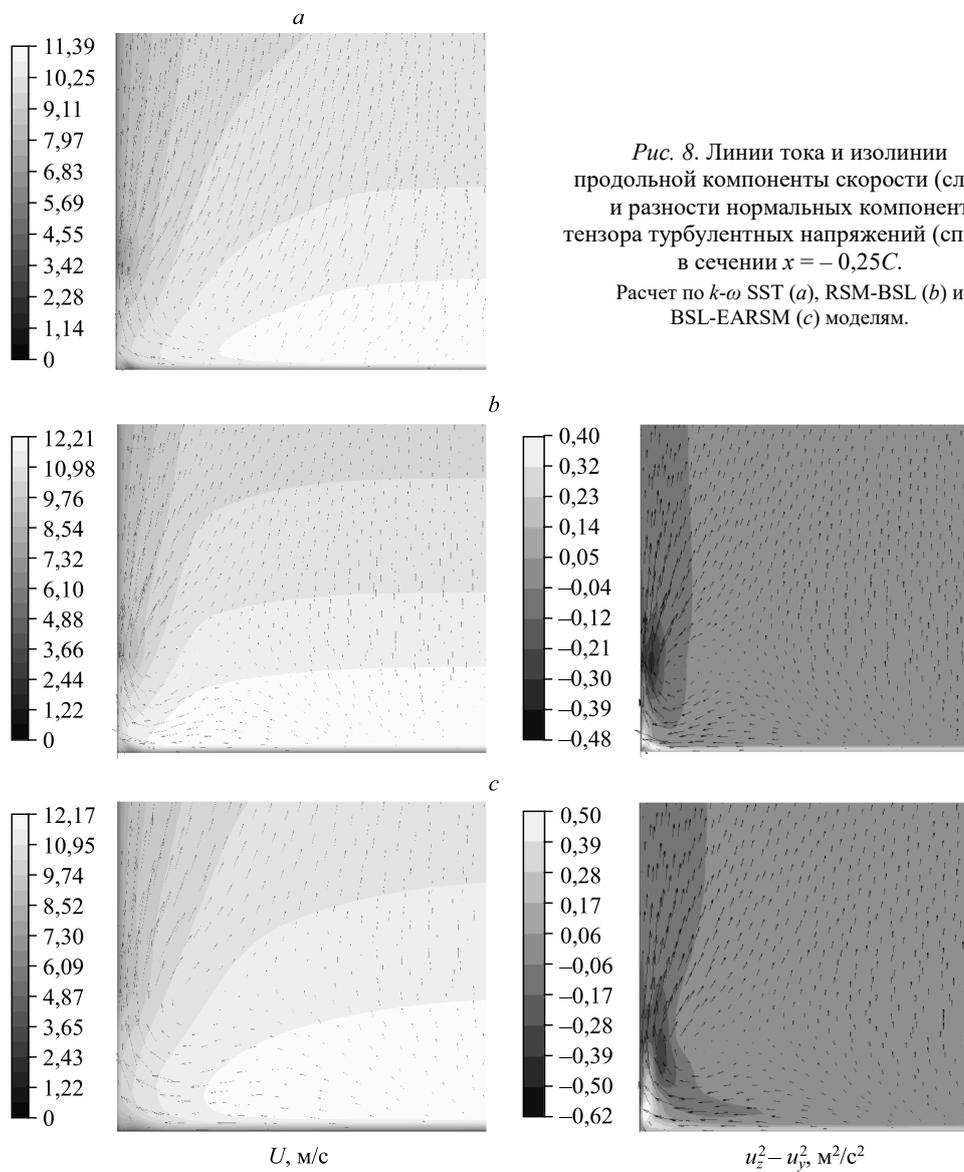


Рис. 8. Линии тока и изолинии продольной компоненты скорости (слева) и разности нормальных компонент тензора турбулентных напряжений (справа) в сечении  $x = -0,25C$ . Расчет по  $k-\omega$  SST (a), RSM-BSL (b) и BSL-EARSM (c) моделям.

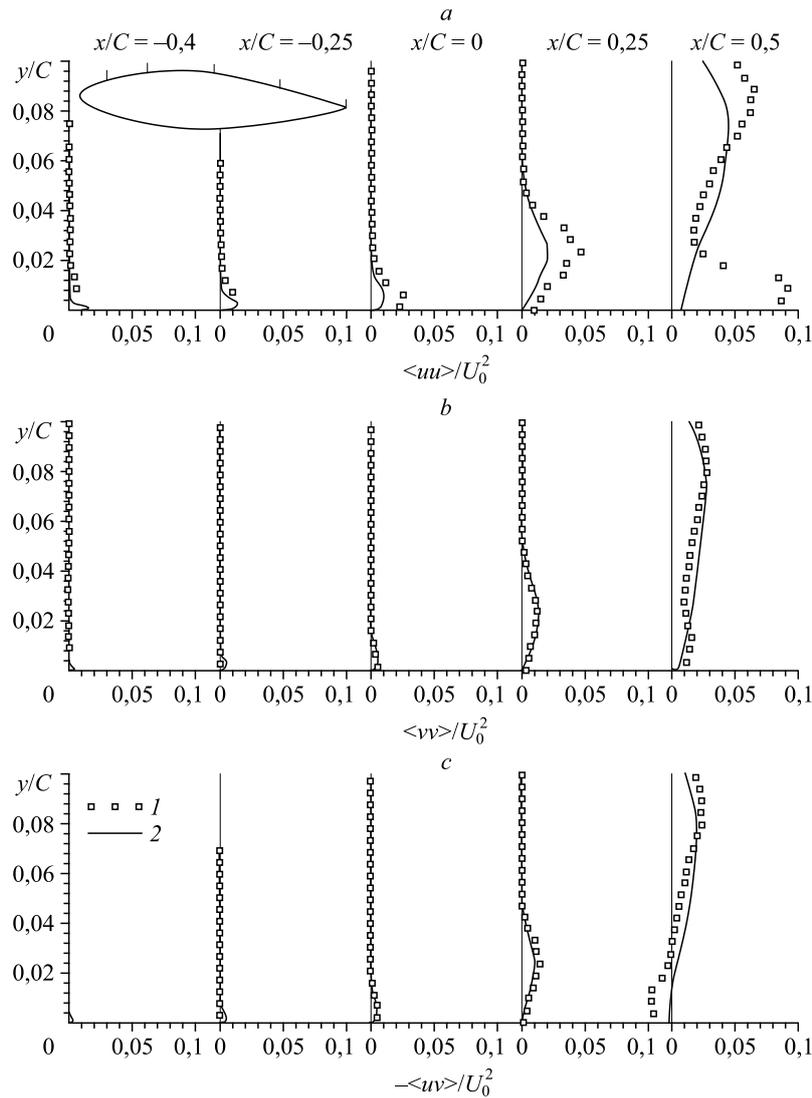


Рис. 9. Сравнение рейнольдсовых напряжений, полученных с помощью модели RSM-BSL, с экспериментальными данными.

- a* — средний квадрат пульсаций продольной компоненты скорости,  
*b* — средний квадрат пульсаций нормальной компоненты скорости,  
*c* — кросс-корреляция пульсаций продольной и нормальной компонент скорости (с обратным знаком).

скорости в экспериментальных данных имеют дополнительный максимум вблизи задней кромки, который отсутствует в расчетных данных. Касательные напряжения в хвосте лопатки меняют знак, что связано с образованием зоны рециркуляции.

### Заключение

Исследование показывает, что моделирование турбулентности играет очень важную роль при расчете обтекания крыла конечного размера. Существенные трехмерные эффекты могут наблюдаться, например, в гидротурбинах для лопаток направляющего аппарата, статорных колонн или лопастей рабочего колеса. В этом случае нет возможности ограничиться двумерными расчетами и требуется трехмерное моделирование. В то же время, привычные модели турбулентности, основанные на приближении линейной

турбулентной вязкости, хорошо себя показывают главным образом при расчете плоских сдвиговых течений и не способны воспроизвести эффекты, связанные с анизотропией турбулентных пульсаций.

В рассмотренном случае обтекания лопатки направляющего аппарата при относительно большом угле атаки модель  $k-\omega$  SST значительно завышает величину отрывной зоны в углах между стенкой и гидрокрылом, что способствует предотвращению отрыва в центральной плоскости. Как дифференциальная, так и алгебраическая модели RSM, учитывая анизотропию турбулентных пульсаций, воспроизводят вторичное вихревое течение в этих углах, которое переносит импульс их среднего течения ближе к боковой стенке, подавляя таким образом отрыв потока. В результате течение в середине канала становится ближе к двумерному случаю и отрыв потока появляется в центральной плоскости.

Точность расчета течения сильно зависит от разрешения расчетной сетки вдоль размаха крыла и, главным образом, от  $y_+$  на боковой стенке. При слишком высоких значениях  $y_+$  на боковой стенке модель RSM неправильно рассчитывает отрыв течения в центральной плоскости. Из двух рассмотренных моделей переноса рейнольдсовых напряжений наилучшие результаты показала модель RSM-BSL, использующая уравнение для удельной скорости диссипации турбулентности из  $k-\omega$  baseline модели, а также основанная на ней алгебраическая модель BSL-EARSM. Таким образом, правильное моделирование всего течения зависит от сложного взаимодействия нескольких факторов: отрыва потока от профиля лопатки, отрыва потока в углах между боковой стенкой и профилем и от формирования вторичного течения.

### Список литературы

1. Nikuradse J. Untersuchungen über die Geschwindigkeiten in turbulenten Stromungen // ForschHft. Ver. dt. Ing. Heft 281. 1926. 44 p.
2. Brundrett E., Baines W.D. Production and diffusion of vorticity in duct flow // J. Fluid Mech. 1964. Vol. 19. P. 375–394.
3. Gessner F.B. The origin of secondary flow in turbulent flow along a corner // J. Fluid Mech. 1973. Vol. 58, part 1. P. 1–25.
4. Bradshaw P. Turbulent secondary flows // Annu. Rev. Fluid Mech. 1987. Vol. 19. P. 57–74.
5. Speziale C. On nonlinear  $k-l$  and  $k-\varepsilon$  models of turbulence // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 178. P. 459–475.
6. Pettersson-Reif B.A., Andersson H.I. Prediction of turbulence-generated secondary mean flow in a square duct // Flow, Turbulence and Combustion. 2002. Vol. 68. P. 41–61.
7. Boudjir A., Craft T.J., Turan A. Computational Investigation of flow through a rotating square duct by means of advanced second-moment closure // Flow, Turbulence and Combustion. 2007. Vol. 79. P. 99–122.
8. Gerolymos G.A., Vallet I. Reynolds-stress model prediction of 3-d duct flows // Flow, Turbulence and Combustion. 2016. Vol. 96. P. 45–93.
9. Orlandi P., Modesti D., Pirozzoli S. DNS of turbulent flows in ducts with complex shape // Flow, Turbulence and Combustion. 2018. Vol. 100. P. 1063–1079.
10. Von Terzi D., Schneider H., Bauer H.-J. The impact of secondary mean vortices on turbulent separation in 3d diffusers // High Performance Computing in Sci. and Engng / ed. W.E. Nagel, D.B. Kroner, M.M. Resch 2011. P. 339–352.
11. Parneix S., Durbin P.A., Behnia M. Computation of 3-D turbulent boundary layers using the v2f model // Flow, Turbulence and Combustion. 1998. Vol. 60. P. 19–46.
12. Apsley D.D., Leschziner M.A. Investigation of advanced turbulence models for the flow in a generic wing-body junction // Flow, Turbulence and Combustion. 2001. Vol. 67. P. 25–55.
13. Langtry R.B., Kuntz M., Menter F.R. Drag prediction of engine-airframe interference effects with CFX-5 // AIAA Paper. 2004. No. 2004-0391.
14. 2nd AIAA CFD drag prediction workshop (DPW). Orlando, FL., June 21-22, 2003.
15. Menter F.R., Garbaruk A.V., Egorov Y. Explicit algebraic Reynolds stress models for anisotropic wall-bounded flows // Progress in Flight Physics. 2012. Vol. 3. P. 89–104.
16. Гаврилов А.А., Сентябов А.В., Финников К.А. Расчетное исследование трехмерного кавитационного обтекания лопатки направляющего аппарата гидротурбины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 4. С. 3–12.

17. **Timoshevskiy M., Churkin S., Kravtsova A., Pervunin K., Markovich D., Hanjalic K.** Cavitating flow around a scaled-down model of guide vanes of a high-pressure turbine // Intern. J. Multiphase Flow. 2016. Vol. 78. P. 75–87.
18. **Sentyabov A.V., Timoshevskiy M.V., Pervunin K.S.** Gap cavitation in the end clearance of a guide vane of a hydroturbine: numerical and experimental investigation // J. Engng Thermophys. 2019. Vol. 28, No. 1. P. 67–83.
19. **Kravtsova A.Yu., Markovich D.M., Pervunin K.S., Timoshevskiy M.V., Hanjalic K.** High-speed visualization and PIV measurements of cavitating flows around a semicircular leading-edge flat plate and NACA0015 hydrofoil // Int. J. Multiph. Flow. 2014. Vol. 60. P. 119–134.
20. **Kravtsova A.Yu., Markovich D.M., Pervunin K.S., Timoshevskiy M.V., Hanjalic K.** High-speed imaging of cavitation regimes on a round-leading-edge flat plate and NACA0015 hydrofoil // J. Visualization. 2013. Vol. 16, No. 3. P. 181–184.
21. **Menter F.R.** Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. 1994. Vol. 32, No. 8. P. 1598–1605.
22. **Wilcox D.C.** Turbulence modeling for CFD. Inc. La Canada, California: DCW Industries, 1998. 540 p.
23. **Launder B.E., Reece G.J., Rodi W.** Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 68, No. 3. P. 537–566.
24. **Patankar S.** Numerical heat transfer and fluid flow. N.Y.: Hemisphere, 1980. 197 p.
25. **Ferziger J.H., Peric M.** Computational methods for fluid dynamics. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 423 p.
26. **Leonard B.P.** The ULTIMATE conservative difference scheme applied to unsteady one-dimensional advection // Comp. Methods Appl. Mech. Eng. 1991. Vol. 88. P. 17–74.

*Статья поступила в редакцию 22 ноября 2020 г.,  
после переработки — 20 февраля 2021 г.,  
принята к публикации 23 марта 2021 г.*