

Вестник НГУЭУ. 2022. № 3. С. 183–203
Vestnik NSUEM. 2022. No. 3. P. 183–203

Научная статья
УДК 330.45 + 51-77
DOI: 10.34020/2073-6495-2022-3-183-203

РЫНОЧНОЕ РАВНОВЕСИЕ В МОДЕЛЯХ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ТОРГОВЛИ ПРИ МОНОПОЛИСТИЧЕСКОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Быкадоров Игорь Александрович¹, Исмайлова Юлия Николаевна²,
Пудова Марина Владимировна³

^{1–3} Сибирский институт управления – филиал Российской академии
народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

¹ bykadorov-ia@ranepa.ru

² ismaylova-yn@ranepa.ru

³ pudova-mv@ranepa.ru

Аннотация. Исследуется однородная модель межрегиональной торговли при монополистической конкуренции производителей, аддитивно-сепарабельной полезности и линейных производственных издержках. Масса фирм («длина продуктовой линейки») определяется эндогенно, из условий свободы входа. Получена локальная сравнительная статика рыночного равновесия по транспортным издержкам «iceberg types». Особое внимание уделяется ситуациям свободы торговли и автаркии. Получен следующий контринтуитивный результат: при больших транспортных издержках либерализация торговли может ухудшать общественное благосостояние.

Ключевые слова: межрегиональная торговля, транспортные издержки «iceberg types», рыночное равновесие, эластичность

Финансирование. Исследование выполнено в рамках внутреннего гранта СИУ-РАНХиГС, апрель–июнь 2022. Авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность своим коллегам по НОЦ «Цифровой трансформации экономики» и особенно кафедры бизнес-статистики и аналитики СИУ-РАНХиГС за полезные обсуждения.

Для цитирования: Быкадоров И.А., Исмайлова Ю.Н., Пудова М.В. Рыночное равновесие в моделях межрегиональной торговли при монополистической конкуренции // Вестник НГУЭУ. 2022. № 3. С. 183–203. DOI: 10.34020/2073-6495-2022-3-183-203.

Original article

MARKET EQUILIBRIUM IN INTERREGIONAL TRADE MODELS UNDER MONOPOLISTIC COMPETITION

Bykadorov Igor A.¹, Ismaiylowa Yuliya N.², Pudova Marina V.³

^{1–3} *Siberian Institute of Management – branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration*

¹ bykadorov-ia@ranepa.ru

² ismayylova-yn@ranepa.ru

³ pudova-mv@ranepa.ru

Abstract. We study a homogeneous model of interregional trade under monopolistic competition of producers with additively separable utility and linear production costs. The mass of firms (“the length of the product line”) is determined endogenously, from conditions of free entry. We obtain the local comparative statics of the market equilibrium with respect to transport costs of “iceberg types”. Particular attention is paid to situations of free trade and autarky. We establish the following counter-intuitive result: under high transport costs, trade liberalization can decrease public welfare.

Keywords: interregional trade, transport costs of “iceberg types”, market equilibrium, elasticity

Financing. The study was carried out within the framework of an internal grant of the SIU RANEPa, April–June 2022. The authors consider it their pleasant duty to express their sincere gratitude to their colleagues at the REC “Digital Transformation of the Economy” and especially the Department of Business Statistics and Analytics of the SIU RANEPa for useful discussions.

For citation: Bykadorov I.A., Ismaiylowa Yu.N., Pudova M.V. Market equilibrium in interregional trade models under monopolistic competition. *Vestnik NSUEM*. 2022; (3): 183–203. (In Russ.). DOI: 10.34020/2073-6495-2022-3-183-203.

Введение

Понятие монополистической конкуренции было введено в [6] как попытка объяснить поведение большого числа производителей и потребителей. В дальнейшем, после знаменитой работы [7] для закрытой экономики (случай одной страны) и работ [8, 9] для открытой экономики (международной торговли), появилась возможность математического моделирования этого феномена, которая получила свое развитие после разработки соответствующего математического аппарата [4, 13].

Основной вопрос, возникающий в моделях международной торговли при монополистической конкуренции производителей, связан с изучением последствий для общества изменения транспортных (торговых) тарифов. В работе [3] (см. также [2]) была впервые поставлена под сомнение безусловность пользы для общества международной торговли при больших транспортных издержках. В дальнейшем этот вопрос изучался в [10, 11] и наконец в [12].

Важно отметить, что в международной торговле адекватным является предположение о «асимметричности» транспортных издержек. Например, в силу различия национальных законодательств (в сфере внутренних налогов и таможенных сборов) перевозки из Китая в Россию могут иметь другие тарифы, чем из России в Китай. Наоборот, в межрегиональной торговле, в силу одинаковости правил внутри одной страны, предположение о «симметричности» транспортных издержек представляется вполне оправданным.

Основным результатом предлагаемой статьи является следующее утверждение, строго доказанное для случая двух регионов и линейных производственных издержек: если транспортные издержки велики, то при либерализации торговли общественное благосостояние не возрастает, а наоборот, убывает (см. Утверждение 2). Контринтуитивность этого результата подчеркивает его важность. Итак, «Надо ждать, когда торговля не только начнется, но и разовьется».

1. Основные предположения монополистической конкуренции

Опишем стилизованную модель межрегиональной торговли при монополистической конкуренции производителей. Прежде всего поясним, что такое монополистическая конкуренция. Как обычно в моделях монополистической конкуренции [7, 8, 13], предполагается следующее:

- все потребители идентичны, каждый обладает одной единицей труда;
- **труд является единственным производственным фактором:** потребление, выпуск и т.д. измеряются в труде;
- все производители («фирмы») идентичны, но производят «товарные разнообразия» («varieties», почти одинаковые товары);
- каждая фирма производит только одно товарное разнообразие («variety»), каждое variety производится только одной фирмой;
- функция спроса определяется аддитивно-сепарабельной функцией полезности;
- число («масса») фирм достаточно велико, поэтому влияние каждой фирмы на всю экономику региона (регионов) игнорируется;
- транспортные межрегиональные издержки $\tau \geq 1$ относятся к типу «iceberg»: для того, чтобы продать 1 единицу товара в другом регионе, требуется произвести $\tau \cdot 1$ единиц товара;
- «свобода входа»: фирмы входят на рынок до тех пор, пока их прибыль положительна, и выходят с рынка, когда их прибыль становится отрицательной («ноль-прибыльность»);
- спрос и предложение на труд в каждом регионе сбалансированы;
- выполняется торговый баланс («экспорт равен импорту»).

2. Модель торговли двух регионов

Пусть

N_k – число (масса) фирм в регионе $k \in \{1, 2\}$ (определяется *эндогенно*);

L_k – число потребителей (жителей) в регионе $k \in \{1, 2\}$, $L_1 \geq L_2$.

2.1. Потребители

Введем индивидуальные потребления и соответствующие цены. Пусть $x_{11}^{(i)}$ – количество товара, производимого фирмой $i \in \{0, N_1\}$ в регионе 1 и потребленного в регионе 1 одним потребителем (внутреннее потребление);

$x_{12}^{(i)}$ – количество товара, производимого фирмой $i \in \{0, N_1\}$ в регионе 1 и потребленного в регионе 2 одним потребителем (импортное потребление);

$x_{21}^{(i)}$ – количество товара, производимого фирмой $i \in \{0, N_2\}$ в регионе 2 и потребленного в регионе 1 одним потребителем (импортное потребление);

$x_{22}^{(i)}$ – количество товара, производимого фирмой $i \in \{0, N_2\}$ в регионе 2 и потребленного в регионе 2 одним потребителем (внутреннее потребление);

$p_{11}^{(i)}, p_{12}^{(i)}, i \in [0, N_1], p_{22}^{(i)}, p_{21}^{(i)}, i \in [0, N_2]$ – соответствующие цены.

Далее, пусть

$\omega_1 = \omega$ – (средняя) заработная плата в регионе 1;

$\omega_2 = 1$ – (средняя) заработная плата в регионе 2.

Задача репрезентативного потребителя в регионе 1:

максимизировать

$$\int_0^{N_1} u(x_{11}^{(i)}) di + \int_0^{N_2} u(x_{21}^{(i)}) di$$

при бюджетном ограничении

$$\int_0^{N_1} p_{11}^{(i)} x_{11}^{(i)} di + \int_0^{N_2} p_{21}^{(i)} x_{21}^{(i)} di \leq \omega.$$

Задача репрезентативного потребителя в регионе 2:

максимизировать

$$\int_0^{N_1} u(x_{12}^{(i)}) di + \int_0^{N_2} u(x_{22}^{(i)}) di$$

при бюджетном ограничении

$$\int_0^{N_1} p_{12}^{(i)} x_{12}^{(i)} di + \int_0^{N_2} p_{22}^{(i)} x_{22}^{(i)} di \leq \omega.$$

Используя условия первого порядка, получаем **обратные функции спроса**

$$p_{11}^{(i)} = p_{11}^{(i)}(x_{11}^{(i)}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{11}^{(i)})}{\lambda_1}, \quad p_{12}^{(i)} = p_{12}^{(i)}(x_{12}^{(i)}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{12}^{(i)})}{\lambda_2}, \quad i \in [0, N_1],$$

$$p_{22}^{(i)} = p_{22}^{(i)}(x_{22}^{(i)}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{22}^{(i)})}{\lambda_2}, \quad p_{21}^{(i)} = p_{21}^{(i)}(x_{21}^{(i)}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{21}^{(i)})}{\lambda_1}, \quad i \in [0, N_2],$$

где λ_1, λ_2 – множители Лагранжа.

2.2. Производители

Пусть $\tau \geq 1$ – транспортные (торговые) издержки «iceberg type».

Выпуск (размер) фирмы $i \in [0, N_1]$ региона 1:

$$Q_1^{(i)} = L_1 x_{11}^{(i)} + L_2 \tau x_{12}^{(i)}, \quad i \in [0, N_1].$$

Выпуск (размер) фирмы $i \in [0, N_1]$ региона 2:

$$Q_2^{(i)} = L_1 \tau x_{21}^{(i)} + L_2 x_{22}^{(i)}, \quad i \in [0, N_2].$$

Прибыль фирмы $i \in [0, N_1]$ региона 1:

$$\pi_1^{(i)} = L_1 \frac{R(x_{11}^{(i)})}{\lambda_1} + L_2 \frac{R(x_{12}^{(i)})}{\lambda_2} - \omega V(Q_1^{(i)}), \quad i \in [0, N_1],$$

где $R(\xi) = u'(\xi) \cdot \xi$ – «нормализованная» выручка. Прибыль фирмы $i \in [0, N_2]$ региона 2:

$$\pi_2^{(i)} = L_1 \frac{R(x_{21}^{(i)})}{\lambda_1} + L_2 \frac{R(x_{22}^{(i)})}{\lambda_2} - V(Q_2^{(i)}), \quad i \in [0, N_2].$$

Баланс по труду в регионе 1:

$$\int_0^{N_1} V(Q_1^{(i)}) di = L_1.$$

Баланс по труду в регионе 2:

$$\int_0^{N_2} V(Q_2^{(i)}) di = L_2.$$

2.3. Симметричный случай

В симметричном случае индивидуальные потребления, обратные функции спроса, размеры фирм, прибыли и балансы по труду имеют вид

$$x_{11}, x_{12}, x_{22}, x_{21},$$

$$p_{11} = p_{11}(x_{11}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{11})}{\lambda_1}, \quad p_{12} = p_{12}(x_{12}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{12})}{\lambda_2},$$

$$p_{22} = p_{22}(x_{22}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{22})}{\lambda_2}, \quad p_{21} = p_{21}(x_{21}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{21})}{\lambda_1},$$

$$Q_1 = L_1 x_{11} + L_2 \tau x_{12}, \quad Q_2 = L_1 \tau x_{21} + L_2 x_{22},$$

$$\pi_1 = L_1 \frac{R(x_{11})}{\lambda_1} + L_2 \frac{R(x_{12})}{\lambda_2} - \omega V(Q_1),$$

$$\pi_2 = L_1 \frac{R(x_{21})}{\lambda_1} + L_2 \frac{R(x_{22})}{\lambda_2} - V(Q_2),$$

$$N_1 V(Q_1) = L_1, \quad N_2 V(Q_2) = L_2.$$

Торговый баланс («экспорт равен импорту»):

$$L_1 N_2 p_{21}(x_{21}, \lambda_1) x_{21} = L_2 N_1 p_{12}(x_{12}, \lambda_2) x_{12},$$

т.е. используя формулы для обратных функций спроса и балансы по труду,

$$\frac{R(x_{21})}{V(Q_2)\lambda_1} = \frac{R(x_{12})}{V(Q_1)\lambda_2}.$$

Функция общественного благосостояния в регионе 1:

$$W_1 = (N_1 u(x_{11}) + N_2 u(x_{21})) L_1.$$

Функция общественного благосостояния в регионе 2:

$$W_2 = (N_1 u(x_{12}) + N_2 u(x_{22})) L_2.$$

Поэтому общая функция общественного благосостояния:

$$\begin{aligned} W = W_1 + W_2 &= (N_1 u(x_{11}) + N_2 u(x_{21})) L_1 + (N_1 u(x_{12}) + N_2 u(x_{22})) L_2 = \\ &= (L_1 u(x_{11}) + L_2 u(x_{12})) N_1 + (L_1 u(x_{21}) + L_2 u(x_{22})) N_2. \end{aligned}$$

Далее, в силу балансов по труду:

$$\begin{aligned} W_1 &= \left(\frac{u(x_{11}) L_1}{V(Q_1)} + \frac{u(x_{21}) L_2}{V(Q_2)} \right) L_1, \quad W_2 = \left(\frac{u(x_{12}) L_1}{V(Q_1)} + \frac{u(x_{22}) L_2}{V(Q_2)} \right) L_2, \\ W &= \frac{(L_1 u(x_{11}) + L_2 u(x_{12})) L_1}{V(Q_1)} + \frac{(L_1 u(x_{21}) + L_2 u(x_{22})) L_2}{V(Q_2)}. \end{aligned}$$

2.4. Симметричное равновесие при линейных производственных издержках

Рассмотрим случай линейных производственных издержек, т.е. пусть

$$V(\xi) = c\xi + F.$$

Симметричное рыночное равновесие – это набор

$$(x_{11}^{equ}, x_{12}^{equ}, x_{22}^{equ}, x_{21}^{equ}, p_{11}^{equ}, p_{12}^{equ}, p_{22}^{equ}, p_{21}^{equ}, \lambda_1^{equ}, \lambda_2^{equ}, N_1^{equ}, N_2^{equ}, \omega^{equ}),$$

удовлетворяющий следующим условиям:

– рациональность в потреблении

$$\begin{aligned} p_{11} &= p_{11}(x_{11}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{11})}{\lambda_1}, \quad p_{12} = p_{12}(x_{12}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{12})}{\lambda_2}, \\ p_{22} &= p_{22}(x_{22}, \lambda_2) = \frac{u'(x_{22})}{\lambda_2}, \quad p_{21} = p_{21}(x_{21}, \lambda_1) = \frac{u'(x_{21})}{\lambda_1}; \end{aligned}$$

– рациональность в производстве

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{11}} &= 0, \quad \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{12}} = 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11}^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12}^2} < 0, \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{22}} &= 0, \quad \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{21}} = 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{22}^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21}^2} < 0; \end{aligned}$$

– свобода входа

$$\pi_1 = 0, \quad \pi_2 = 0;$$

– балансы по труду

$$N_1 \cdot V(Q_1) = L_1; \quad N_2 \cdot V(Q_2) = L_2;$$

– торговый баланс

$$TB \equiv \frac{R(x_{21})}{V(Q_2)\lambda_1} - \frac{R(x_{12})}{V(Q_1)\lambda_2} = 0.$$

3. Локальная сравнительная статика симметричного равновесия по транспортным издержкам (симметричный случай)

Поскольку мы отказываемся от рассмотрения конкретных видов функции элементарной полезности $u(\cdot)$, то даже **теоретически невозможно** найти решения систем уравнений рыночного равновесия и общественной оптимальности. Вместо этого будем изучать поведение решений при (малом) изменении транспортных издержек τ . Это и есть (локальная) сравнительная статика рыночного равновесия и/или общественной оптимальности по транспортным издержкам τ .

Итак, в ситуации **симметричного рыночного равновесия**,

$$p_{11}^{equ} = \frac{u'(x_{11}^{equ})}{\lambda_1}, \quad p_{12}^{equ} = \frac{u'(x_{12}^{equ})}{\lambda_2}, \quad p_{22}^{equ} = \frac{u'(x_{22}^{equ})}{\lambda_2}, \quad p_{21}^{equ} = \frac{u'(x_{21}^{equ})}{\lambda_1},$$

$$N_1^{equ} = \frac{L_1}{V(Q_1^{equ})}, \quad N_2^{equ} = \frac{L_2}{V(Q_2^{equ})};$$

при этом 7 переменных

$$(x_{11}^{equ}, x_{12}^{equ}, x_{22}^{equ}, x_{21}^{equ}, \lambda_1^{equ}, \lambda_2^{equ}, \omega^{equ})$$

являются решением системы 7 уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{11}} = 0, \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{12}} = 0, \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{22}} = 0, \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{21}} = 0, \\ \pi_1 = 0, \\ \pi_2 = 0, \\ TB = 0. \end{cases}$$

Локальная сравнительная статика по τ определяется системой

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi_1}{\partial x_{11}} \right) = 0, \\ \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi_1}{\partial x_{12}} \right) = 0, \\ \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi_2}{\partial x_{22}} \right) = 0, \\ \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \pi_2}{\partial x_{21}} \right) = 0, \\ \frac{d\pi_1}{d\tau} = 0, \\ \frac{d\pi_2}{d\tau} = 0, \\ \frac{d}{d\tau}(TB) = 0, \end{array} \right.$$

т.е. учитывая вид π_1 , π_2 , уравнения равновесия и линейность производственных издержек,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11}^2} \cdot \frac{dx_{11}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11} \partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11} \partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} = 0, \\ \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12}^2} \cdot \frac{dx_{12}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_2}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} = - \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \tau}, \\ \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{22}^2} \cdot \frac{dx_{22}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{22} \partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{d\tau} = 0, \\ \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21}^2} \cdot \frac{dx_{21}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{d\tau} = - \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \tau}, \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{d\tau} + \frac{\partial \pi_1}{\partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{d\tau} + \frac{\partial \pi_1}{\partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} = - \frac{\partial \pi_1}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{d\tau} + \frac{\partial \pi_2}{\partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{d\tau} = - \frac{\partial \pi_2}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial TB}{\partial x_{11}} \cdot \frac{dx_{11}}{d\tau} + \frac{\partial TB}{\partial x_{12}} \cdot \frac{dx_{12}}{d\tau} + \frac{\partial TB}{\partial x_{22}} \cdot \frac{dx_{22}}{d\tau} + \frac{\partial TB}{\partial x_{21}} \cdot \frac{dx_{21}}{d\tau} + \\ + \frac{\partial TB}{\partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{d\tau} + \frac{\partial TB}{\partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{d\tau} = - \frac{\partial TB}{\partial \tau}. \end{array} \right.$$

В этой системе 7 переменных

$$\left(\frac{dx_{11}}{d\tau}, \frac{dx_{12}}{d\tau}, \frac{dx_{22}}{d\tau}, \frac{dx_{21}}{d\tau}, \frac{d\lambda_1}{d\tau}, \frac{d\lambda_2}{d\tau}, \frac{d\omega}{d\tau} \right),$$

а коэффициенты при них – это решение системы уравнений равновесия.

3.1. Случай свободы торговли

Пусть $\tau = 1$, т.е. транспортные издержки отсутствуют. Эта ситуация называется «**свобода торговли**». Нас интересует поведение рыночного равновесия при «очень малых» транспортных издержках «вблизи» $\tau = 1$, т.е. когда τ «чуть-чуть» больше единицы. Легко понять, что в этой ситуации

$$x_{11}^{equ} = x_{12}^{equ} = x_{22}^{equ} = x_{21}^{equ}, \quad \lambda_1^{equ} = \lambda_2^{equ}, \quad \omega^{equ} = 1.$$

Общественное благосостояние («полная полезность») в регионе 1 имеет вид

$$W_1 = (N_1 u(x_{11}) + N_2 u(x_{21})) L_1,$$

а в регионе 2 имеет вид

$$W_2 = (N_2 u(x_{22}) + N_1 u(x_{12})) L_2,$$

Имеет место следующее

Утверждение 1. В ситуации симметричного рыночного равновесия в условиях свободы торговли общественные благосостояния W_1^{equ} , W_2^{equ} и $W^{equ} = W_1^{equ} + W_2^{equ}$ таковы, что если $r'_u > 0$, то

$$\frac{dW_1^{equ}}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW_2^{equ}}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW^{equ}}{d\tau} < 0.$$

Это утверждение кажется неувидительным. Действительно, рост транспортных издержек τ должен «ухудшать» торговлю (точнее, снижать общественное благосостояние). Однако пока удастся доказать этот результат только «вблизи свободы торговли» ($\tau \approx 1$), причем только для случая $r'_u > 0$. Возникает вопрос: а всегда ли рост транспортных издержек снижает общественное благосостояние? **Оказывается, нет!**

3.2. Случай автаркии

Автаркия – это ситуация (равновесная или оптимальная), когда в силу высоких транспортных издержек τ межрегиональная торговля прекращается, т.е.

$$x_{12}(\tau) = x_{21}(\tau) = 0.$$

Отметим, что при изучении ситуации автаркии приходится вычислять в нуле значения производных функции элементарной полезности $u(\cdot)$. Поэтому, как это обычно делается в теории монополистической конкуренции, далее в этом разделе будем предполагать ограниченность производных функции $u(\cdot)$ в нуле, т.е.

$$u'(0) < +\infty, \quad u''(0) > -\infty, \quad -\infty < u'''(0) < +\infty$$

и т.д.

Замечание. Условие ограниченности в нуле не выполняется для CES функции

$$u(\xi) = \xi^\rho, \quad \rho \in (0,1), \quad \xi > 0$$

(например, при $\rho = 0,5$, $u(\xi) = \sqrt{\xi}$). Действительно, в этом случае

$$u'(\xi) = \rho \xi^{\rho-1}, \quad u''(\xi) = (\rho-1)\rho \xi^{\rho-2}, \quad u'''(\xi) = (\rho-2)(\rho-1)\rho \xi^{\rho-3},$$

поэтому

$$u'(0) = +\infty, \quad u''(\xi) = -\infty, \quad u'''(\xi) = +\infty.$$

Отметим, что в предположении ограниченности производных функции $u(\cdot)$ в нуле имеем

$$r_u(0) = -\frac{u''(0) \cdot 0}{u'(0)} = 0, \quad r_{u'}(0) = -\frac{u'''(0) \cdot 0}{u''(0)} = 0,$$

$$R(0) = u'(0) \cdot 0 = 0, \quad R'(0) = u'(0) < +\infty, \quad R''(0) = 2u''(0) > -\infty$$

и т.д.

Замечание. Для CES функции

$$u(\xi) = \xi^\rho, \quad \rho \in (0,1), \quad \xi > 0$$

выполняется

$$\varepsilon_u(\xi) = \rho \in (0,1), \quad r_u(\xi) = 1 - \rho \in (0,1), \quad r_{u'}(\xi) = 2 - \rho \in (1,2),$$

$$R(\xi) = \rho u(\xi), \quad R'(\xi) = u'(\xi)\rho, \quad R''(\xi) = u''(\xi) \cdot (2 - r_{u'}(\xi)) = u''(\xi)\rho.$$

Поэтому для CES функции

$$\varepsilon_u(0) = \rho \in (0,1), \quad r_u(0) = 1 - \rho \in (0,1), \quad r_{u'}(0) = 2 - \rho \in (1,2),$$

$$R(0) = 0, \quad R'(0) = +\infty, \quad R''(0) = -\infty.$$

Может возникнуть вопрос: можно ли перенести нижеприведенные рассуждения для CES функции? К счастью, этот вопрос бессмысленный, поскольку известно, что в моделях монополистической конкуренции с аддитивно-сепарабельной функцией полезности автаркия возможна только в случае, когда элементарная функция полезности $u(\cdot)$ является «про-конкурентной», т.е. такой что $r_u'(\cdot) > 0$. Таким образом, если элементарная функция полезности $u(\cdot)$ является CES функцией, то автаркия невозможна, а значит и изучение автаркии неактуально. Поэтому в дальнейших рассуждениях мы будем считать, что функция полезности не является CES функцией.

Для общественного благосостояния как в каждом регионе

$$W_1 = (N_1 u(x_{11}) + N_2 u(x_{21}))L_1, \quad W_2 = (N_2 u(x_{22}) + N_1 u(x_{12}))L_2,$$

так и суммарного в двух регионах

$$W - W_1 + W_2 = (L_1 u(x_{11}) + L_2 u(x_{12}))N_1 + (L_2 u(x_{22}) + L_1 u(x_{21}))N_2,$$

очевидной кажется следующая гипотеза:

$$\frac{dW_1^{equ}}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW_2^{equ}}{d\tau} < 0, \quad \frac{dW^{equ}}{d\tau} < 0.$$

Однако оказывается, что эта гипотеза неверна. Более того, следующее утверждение показывает, что в ситуации автаркии имеет место полное отрицание этой гипотезы.

Утверждение 2. *В ситуации автаркии, симметричное рыночное равновесие таково, что*

$$\frac{dW_1^{equ}}{d\tau} > 0, \quad \frac{dW_2^{equ}}{d\tau} > 0, \quad \frac{dW^{equ}}{d\tau} > 0.$$

3.2.1. Обсуждения

Контринтуитивность результата Утверждения 2 подчеркивает его важность. Развернутая экономическая интерпретация этого результата еще ждет своего осмысления. «Вульгарное» объяснение: при приближении к автаркии (т.е. при значительном росте транспортных издержек τ) потребители «рады» прекращению межрегиональной торговли, которая становится «невыгодной» всем. Можно также рассмотреть этот процесс не как обычно («слева направо», при росте транспортных издержек τ), а наоборот, «справа налево», т.е. при уменьшении транспортных издержек τ , начиная с очень высоких, «запретительных» τ . Это означает, что рассматривается процесс «зарождения» межрегиональной торговли в результате ее «либерализации». **Казалось бы, при уменьшении τ общественное благосостояние должно увеличиваться.** Но, как оказалось, если межрегиональной торговли не было (ситуация автаркии), то при «зарождении» межрегиональной торговли, т.е. при уменьшении запредельно высоких транспортных издержек, потребителям (репрезентативному потребителю, причем **в каждом регионе**) **сначала становится не лучше, а хуже.** Лишь при дальнейшем снижении транспортных издержек, потребителям начинает становиться «лучше». Таким образом, «зарождение» межрегиональной торговли «мучительно», поначалу плохо всем.

Стилизованный пример. Рассмотрим историю Европы несколько сотен лет назад. Торговли практически нет. При зарождении торговли потребители, мягко говоря, не чувствуют «улучшения» жизни. Это сейчас, в «единой Европе» (т.е. при $\tau \approx 1$) жизнь можно считать «условно хорошей».

Другой стилизованный пример. После разрыва межрегиональных связей (например, вследствие пандемии COVID-19 или каких-либо «санкций») непросто начать их восстанавливать: поначалу «ухудшается» благосостояние всех потребителей.

Итак, девиз: **«Надо ждать, когда торговля не только начнется, но и разовьется».**

Конечно, утверждение верно при линейных производственных издержках. Но модель, в которой обнаружен этот феномен, является развитием классической модели Диксита–Стиглица–Кругмана [7, 8].

4. Доказательства

4.1. Доказательство утверждения 1

Система уравнений равновесия и система уравнений сравнительной статики выглядят довольно громоздко. Сделаем эти системы более компактными. Обозначим

$$\Phi := \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{22} \\ x_{21} \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \omega \end{pmatrix}$$

– вектор переменных. Рассмотрим вектор-функцию

$$\Psi(\Phi) := \begin{pmatrix} \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{11}} \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial x_{12}} \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{22}} \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial x_{21}} \\ \pi_1 \\ \pi_2 \\ TB \end{pmatrix}.$$

Тогда систему уравнений рыночного равновесия можно записать как

$$\Psi(\Phi) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

а система уравнений локальной сравнительной статики рыночного равновесия по τ имеет вид

$$\frac{d\Psi}{d\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

т.е.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} \cdot \frac{d\Phi}{d\tau} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \tau},$$

где

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = \begin{pmatrix} \frac{dx_{11}}{d\tau} \\ \frac{dx_{12}}{d\tau} \\ \frac{dx_{22}}{d\tau} \\ \frac{dx_{21}}{d\tau} \\ \frac{d\lambda_1}{d\tau} \\ \frac{d\lambda_2}{d\tau} \\ \frac{d\omega}{d\tau} \end{pmatrix}, \quad \frac{d\Psi}{d\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \tau} \\ 0 \\ \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \tau} \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial \tau} \\ \frac{\partial TB}{\partial \tau} \end{pmatrix},$$

а матрица $\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi}$ размерности 7×7 может быть «стилизованно» изображена следующим образом (здесь «0» – нулевой элемент матрицы, «X» – ненулевой элемент матрицы):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 \\ X & X & X & X & X & X & 0 \end{pmatrix}.$$

Это значит, что при линейных производственных издержках искомые переменные

$$\frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{22}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau}$$

легко выражаются через переменные

$$\frac{d\lambda_1^{equ}}{d\tau}, \frac{d\lambda_2^{equ}}{d\tau}, \frac{d\omega^{equ}}{d\tau}$$

следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau} = - \frac{\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11} \partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1^{equ}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11} \partial \omega} \cdot \frac{d\omega^{equ}}{d\tau}}{\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{11}^2}}, \\ \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = - \frac{\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2^{equ}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \omega} \cdot \frac{d\omega^{equ}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \tau}}{\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12}^2}}, \\ \frac{dx_{22}^{equ}}{d\tau} = - \frac{\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{22} \partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2^{equ}}{d\tau}}{\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{22}^2}}, \\ \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = - \frac{\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1^{equ}}{d\tau} + \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \tau}}{\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21}^2}}. \end{array} \right.$$

Можно показать, что

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{x_{11}^{equ}} = - \frac{E_{\lambda_1^{equ}} + E_{\omega^{equ}}}{r_R} (> 0 \Leftarrow r'_u > 0), \\ E_{x_{12}^{equ}} = - \frac{E_{\lambda_2^{equ}} + E_{\omega^{equ}} + 1}{r_R} (< 0 \Leftarrow r'_u > 0), \\ E_{x_{22}^{equ}} = - \frac{E_{\lambda_2^{equ}}}{r_R} < 0, \\ E_{x_{21}^{equ}} = - \frac{E_{\lambda_1^{equ}} + 1}{r_R} < 0, \\ E_{\omega^{equ}} = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} \varepsilon_R \in (0, 1), \\ E_{\lambda_1^{equ}} = \left(\frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{L_2 - L_1}{L_1 + L_2} \cdot \frac{r_R - 1}{\varepsilon_R + r_R} - 1 \right) \cdot \frac{L_1 \varepsilon_R}{L_1 + L_2} < -E_{\omega^{equ}}, \\ E_{\lambda_2^{equ}} = \left(\frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{r_R - 1}{\varepsilon_R + r_R} - 1 \right) \cdot \frac{L_1 \varepsilon_R}{L_1 + L_2} < 0, \end{array} \right.$$

где

$$r_R = r_R(x_{11}^{equ}), \quad \varepsilon_R = \varepsilon_R(x_{11}^{equ}), \quad E_\xi \equiv E_{\frac{\xi}{\tau}} = \frac{d\xi}{d\tau} \cdot \frac{\tau}{\xi}.$$

Более того, эластичности обратных функций спроса имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{p_{11}^{equ}} = \frac{(r_u - r_R)E_{\lambda_1^{equ}} + r_u E_{\omega^{equ}}}{r_R}, \\ E_{p_{12}^{equ}} = \frac{(r_u - r_R)E_{\lambda_2^{equ}} + r_u (E_{\omega^{equ}} + 1)}{r_R}, \\ E_{p_{22}^{equ}} = \frac{(r_u - r_R)E_{\lambda_2^{equ}}}{r_R}, \\ E_{p_{21}^{equ}} = \frac{(r_u - r_R)E_{\lambda_1^{equ}} + r_u}{r_R}. \end{array} \right.$$

Поэтому если мера Эрроу–Пратта элементарной функции полезности возрастает, т.е. $r'_u > 0$, то $E_{p_{ij}^{equ}} > 0$, $i \in \{1, 2\}$, $j \in \{1, 2\}$.

Что касается выпуска (размера) и массы фирм, то

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{Q_1^{equ}} = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{r'_u x_{11}^{equ}}{r_R \varepsilon_R}, \\ E_{N_1^{equ}} = -\varepsilon_R E_{Q_1^{equ}}, \\ E_{Q_2^{equ}} = \frac{L_1}{L_2} E_{Q_1^{equ}}, \\ E_{N_2^{equ}} = -\varepsilon_R E_{Q_2^{equ}}. \end{array} \right.$$

Поэтому

$$r'_u > 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_{Q_1^{equ}} > 0, \\ E_{N_1^{equ}} < 0, \\ E_{Q_2^{equ}} > 0, \\ E_{N_2^{equ}} < 0. \end{array} \right.$$

Наконец, можно показать, что

$$\begin{aligned} \frac{dW^{equ}}{d\tau} &= -\frac{L_1 L_2 u}{V \cdot r_R} (\varepsilon_u + \varepsilon_{r_u}) r_u, \\ \frac{dW_1^{equ}}{d\tau} &= -\frac{L_1 L_2 u}{V \cdot r_R} (A_1 \varepsilon_u + B_1 r'_u x_{11}^{equ}), \\ \frac{dW_2^{equ}}{d\tau} &= -\frac{L_1 L_2 u}{V \cdot r_R} (A_2 \varepsilon_u + B_2 r'_u x_{11}^{equ}), \end{aligned}$$

где

$$A_1 = \frac{(L_1 - L_2)r_u + 2L_2}{(L_1 + L_2)(\varepsilon_R + r_R)} r_R > 0, \quad B_1 = 2L_1 \frac{r'_u x_{11}^{equ} + (1 - \varepsilon_u)\varepsilon_R}{(L_1 + L_2)(\varepsilon_R + r_R)\varepsilon_R},$$

$$A_2 = \frac{(L_1 - L_2)r_R \varepsilon_R}{(L_1 + L_2)(\varepsilon_R + r_R)} + r_u > 0, \quad B_2 = \frac{1}{L_1 + L_2} \left(\frac{(L_1 - L_2)\varepsilon_u}{\varepsilon_R + r_R} + 2L_2 \right) > 0.$$

Утверждение 1 доказано.

4.2. Доказательство утверждения 2

Вспомним систему уравнений локальной сравнительной статики симметричного рыночного равновесия при линейных производственных издержках:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} \cdot \frac{d\Phi}{d\tau} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \tau},$$

где

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = \begin{pmatrix} \frac{dx_{11}}{d\tau} \\ \frac{dx_{12}}{d\tau} \\ \frac{dx_{22}}{d\tau} \\ \frac{dx_{21}}{d\tau} \\ \frac{d\lambda_1}{d\tau} \\ \frac{d\lambda_2}{d\tau} \\ \frac{d\omega}{d\tau} \end{pmatrix}, \quad \frac{d\Psi}{d\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial x_{12} \partial \tau} \\ 0 \\ \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial x_{21} \partial \tau} \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial \pi_2}{\partial \tau} \\ \frac{\partial TB}{\partial \tau} \end{pmatrix},$$

а матрица $\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi}$ размерности 7×7 может быть «стилизовано» изображена следующим образом:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 \\ X & X & X & X & X & X & 0 \end{pmatrix}.$$

Можно показать, что в случае автаркии матрица $\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi}$ и вектор $\frac{\partial \Psi}{\partial \tau}$ являются значительно более разреженными, чем в «общем» случае, именно

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \Phi} = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & X & X \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & X & 0 & X & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ X \\ 0 \\ X \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это позволяет легко найти 7 переменных

$$\left(\frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{22}^{equ}}{d\tau}, \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau}, E_{\lambda_1^{equ}}, E_{\lambda_2^{equ}}, E_{\omega^{equ}} \right).$$

Итак,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau} = 0, \\ \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{u'(0)}{u''(0)} \cdot \frac{V(Q_1^{equ})}{V(Q_1^{equ}) + V(Q_2^{equ})\omega^{equ}} < 0, \\ \frac{dx_{22}^{equ}}{d\tau} = 0, \\ \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \frac{V(Q_2^{equ})\omega^{equ}}{V(Q_1^{equ})} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} < 0, \\ E_{\lambda_1^{equ}} = -\frac{V(Q_1^{equ}) - V(Q_2^{equ})\omega^{equ}}{V(Q_1^{equ}) + V(Q_2^{equ})\omega^{equ}} \in (-1, 1), \\ E_{\lambda_2^{equ}} = 0, \\ E_{\omega^{equ}} = -E_{\lambda_1^{equ}} \in (-1, 1). \end{array} \right.$$

Далее

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{Q_1^{equ}} = \frac{L_2 \tau^2}{L_1 x_{11}^{equ}} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} < 0, \\ E_{N_1^{equ}} = -\frac{L_2 \tau^2 \varepsilon_R(x_{11}^{equ})}{L_1 x_{11}^{equ}} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} > 0, \\ E_{Q_2^{equ}} = \frac{L_1 \tau^2}{L_2 x_{22}^{equ}} \cdot \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} < 0, \\ E_{N_2^{equ}} = -\frac{L_1 \tau^2 \varepsilon_R(x_{22}^{equ})}{L_2 x_{22}^{equ}} \cdot \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} > 0 \end{array} \right.$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{p_{11}^{equ}} = E_{p_{21}^{equ}} = E_{\omega^{equ}} \in (-1, 1), \\ E_{p_{12}^{equ}} = E_{p_{22}^{equ}} = 0. \end{array} \right.$$

Имеем

$$\begin{aligned}
 \frac{dW_1^{equ}}{d\tau} \cdot \frac{1}{L_1} &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_1^{equ} \frac{du(x_{11}^{equ})}{d\tau} + \frac{dN_2^{equ}}{d\tau} u(x_{21}^{equ}) + N_2^{equ} \frac{du(x_{21}^{equ})}{d\tau} = \\
 &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_1^{equ} \frac{du(x_{11}^{equ})}{d\tau} + \frac{dN_2^{equ}}{d\tau} u(0) + N_2^{equ} \frac{du(x_{21}^{equ})}{d\tau} = \\
 &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_1^{equ} \frac{du(x_{11}^{equ})}{d\tau} + N_2^{equ} \frac{du(x_{21}^{equ})}{d\tau} = \\
 &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_1^{equ} \cdot u'(x_{11}^{equ}) \frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau} + N_2^{equ} \cdot u'(x_{21}^{equ}) \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \\
 &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_1^{equ} \cdot u'(x_{11}^{equ}) \frac{dx_{11}^{equ}}{d\tau} + N_2^{equ} \cdot u'(0) \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \\
 &= \frac{dN_1^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_2^{equ} \cdot u'(0) \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \\
 &= \frac{N_1^{equ}}{\tau} E_{N_1^{equ}} \cdot u(x_{11}^{equ}) + N_2^{equ} \cdot u'(0) \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \\
 &\left(\text{поскольку } E_{N_1^{equ}} = -\frac{L_2 \tau^2 \varepsilon_R(x_{11}^{equ})}{L_1 x_{11}^{equ}} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} \right) \\
 &= -N_1^{equ} \frac{L_2 \tau \varepsilon_R(x_{11}^{equ})}{L_1 x_{11}^{equ}} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} u(x_{11}^{equ}) + N_2^{equ} \cdot u'(0) \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = \\
 &\left(\text{поскольку } \frac{dx_{21}^{equ}}{d\tau} = -\frac{V(Q_2^{equ}) \omega^{equ}}{V(Q_1^{equ})} \cdot \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} \right) \\
 &= \left(-N_1^{equ} \frac{L_2 \tau \varepsilon_R(x_{11}^{equ})}{L_1 x_{11}^{equ}} u(x_{11}^{equ}) + N_2^{equ} \cdot u'(0) \frac{V(Q_2^{equ}) \omega^{equ}}{V(Q_1^{equ})} \right) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = \\
 &(\text{поскольку } V(Q_1^{equ}) N_1^{equ} = L_1, \quad V(Q_2^{equ}) N_2^{equ} = L_2) \\
 &= \frac{L_2}{V(Q_1^{equ})} \left(-\frac{\tau \varepsilon_R(x_{11}^{equ})}{x_{11}^{equ}} u(x_{11}^{equ}) + u'(0) \cdot \omega^{equ} \right) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = \\
 &= \frac{L_2}{V(Q_1^{equ})} \left(-\frac{\tau R'(x_{11}^{equ})}{R(x_{11}^{equ})} u(x_{11}^{equ}) + u'(0) \cdot \omega^{equ} \right) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\text{поскольку } \frac{R'(x_{11}^{equ})}{\lambda_1^{equ}} = \omega^{equ} V' = \omega^{equ} c, \quad \frac{R'(x_{21}^{equ})}{\lambda_1^{equ}} = \frac{R'(0)}{\lambda_1^{equ}} = \frac{u'(0)}{\lambda_1^{equ}} = \tau V' = \tau c \right) \\
 & (\Rightarrow u'(0) \cdot \omega^{equ} = \tau R'(x_{11}^{equ})) \\
 & = \frac{L_2}{V(Q_1^{equ})} \left(-\frac{\tau R'(x_{11}^{equ})}{R(x_{11}^{equ})} u(x_{11}^{equ}) + \tau R'(x_{11}^{equ}) \right) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = \\
 & = -\frac{\tau R'(x_{11}^{equ})}{R(x_{11}^{equ})} u(x_{11}^{equ}) \frac{L_2}{V(Q_1^{equ})} \left(1 - \frac{R(x_{11}^{equ})}{u(x_{11}^{equ})} \right) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} = \\
 & = -\frac{\tau R'(x_{11}^{equ})}{R(x_{11}^{equ})} u(x_{11}^{equ}) \frac{L_2}{V(Q_1^{equ})} (1 - \varepsilon_u(x_{11}^{equ})) \frac{dx_{12}^{equ}}{d\tau} > 0.
 \end{aligned}$$

Аналогично доказывается, что

$$\frac{dW_2^{equ}}{d\tau} > 0.$$

Поэтому

$$\frac{dW^{equ}}{d\tau} > 0.$$

Утверждение 2 доказано.

Заключение

В статье исследуется стилизованная однородная модель межрегиональной торговли при монополистической конкуренции производителей. Полезность предполагается аддитивно-сепарабельной, транспортные (торговые) издержки – симметричными и «iceberg types», а производственные издержки – линейными. Исследуется ситуация рыночного равновесия.

Получена исчерпывающая локальная сравнительная статика симметричного рыночного равновесия в случаях свободы торговли и автаркии. В частности, показано, что вблизи автаркии либерализация торговли сначала приводит к ухудшению общественного благосостояния в каждом регионе. Лишь при дальнейшей либерализации возникает улучшение общественного благосостояния. Это позволяет дать следующие рекомендации «властным структурам» по выходу из кризиса (например, вызванного нарушением логистических цепочек в результате пандемий, санкций): либерализация торговли только тогда приводит к желаемым результатам, когда выполняются все ранее запланированные мероприятия, нет «остановки на полпути».

Помимо рыночного равновесия представляет интерес изучение ситуации общественной оптимальности [1], когда регионы максимизируют совокупное общественное благосостояние при условии балансов по труду в каждом регионе. Интересно также рассмотреть случай нелинейных издержек [5] и случай большего числа регионов.

Список источников

1. Быкадоров И.А., Исмайлова Ю.Н., Пудова М.В., Хрущев С.Е. Общественная оптимальность в моделях межрегиональной торговли // Вестник НГУЭУ. 2022. № 3. С. 10–25.
2. Arkolakis C., Costinot A., Donaldson D., Rodreguez-Clare A. The Elusive Pro-Competitive Effects of Trade // *The Review of Economic Studies*. 2019. Vol. 86. P. 46–80.
3. Arkolakis C., Costinot A., Rodreguez-Clare A. New Trade Models, Same Old Gains? // *American Economic Review*. 2012. Vol. 102. P. 94–130.
4. Behrens K., Murata Y. General Equilibrium Models of Monopolistic Competition: a New Approach // *Journal of Economic Theory*. 2007. Vol. 136. P. 776–787.
5. Belyaev I., Bykadorov I. Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Nonlinear Costs // *Lecture Notes in Computer Science*. 2020. Vol. 12095. P. 157–169.
6. Chamberlin E.H. *The Theory of Monopolistic Competition: A re-Oriented of the Theory of Value*. 1st. ed., Harvard University Press, Cambridge, MA, 1933.
7. Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic competition and optimum product diversity // *American Economic Review*. 1977. Vol. 67. No. 3. P. 297–308.
8. Krugman P.R. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // *Journal of International Economics*. 1979. Vol. 9. P. 469–479.
9. Krugman P.R. Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // *American Economic Review*. 1980. Vol. 70. P. 950–959.
10. Melitz M.J., Redding S.J. Missing Gains from Trade? // *American Economic Review*. 2014. Vol. 104. No. 5. P. 317–321.
11. Melitz M.J., Redding S.J. New Trade Models, New Welfare Implications // *American Economic Review*. 2015. Vol. 105. No. 3. P. 1105–1146.
12. Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // *Journal of International Economics*. 2022. Vol. 137. P. 103595.
13. Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M., Thisse J.-F. Monopolistic competition in general equilibrium: Beyond the Constant Elasticity of Substitution // *Econometrica*. 2012. Vol. 80. No. 6. P. 2765–2784.

References

1. Bykadorov I.A., Ismajylova Ju.N., Pudova M.V., Hrushhev S.E. Obshhestvennaja optimal'nost' v modeljah mezhregional'noj trgovli [Social optimality in interregional trade models], *Vestnik NGUeU [Vestnik NSUEM]*, 2022, no. 3, pp. 10–25.
2. Arkolakis C., Costinot A., Donaldson D., Rodreguez-Clare A. The Elusive Pro-Competitive Effects of Trade // *The Review of Economic Studies*. 2019. Vol. 86. P. 46–80.
3. Arkolakis C., Costinot A., Rodreguez-Clare A. New Trade Models, Same Old Gains? // *American Economic Review*. 2012. Vol. 102. P. 94–130.
4. Behrens K., Murata Y. General Equilibrium Models of Monopolistic Competition: a New Approach // *Journal of Economic Theory*. 2007. Vol. 136. P. 776–787.
5. Belyaev I., Bykadorov I. Dixit–Stiglitz–Krugman Model with Nonlinear Costs // *Lecture Notes in Computer Science*. 2020. Vol. 12095. P. 157–169.
6. Chamberlin E.H. *The Theory of Monopolistic Competition: A Re-Oriented of the Theory of Value*. 1st. ed., Harvard University Press, Cambridge, MA, 1933.
7. Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic competition and optimum product diversity // *American Economic Review*. 1977. Vol. 67. No. 3. P. 297–308.
8. Krugman P.R. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // *Journal of International Economics*. 1979. Vol. 9. P. 469–479.
9. Krugman P.R. Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade // *American Economic Review*. 1980. Vol. 70. P. 950–959.

10. Melitz M.J., Redding S.J. Missing Gains from Trade? // American Economic Review. 2014. Vol. 104. No. 5. P. 317–321.
11. Melitz M.J., Redding S.J. New Trade Models, New Welfare Implications // American Economic Review. 2015. Vol. 105. No. 3. P. 1105–1146.
12. Kokovin S., Molchanov P., Bykadorov I. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics. 2022. Vol. 137. P. 103595.
13. Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M., Thisse J.-F. Monopolistic competition in general equilibrium: Beyond the Constant Elasticity of Substitution // Econometrica. 2012. Vol. 80. No. 6. P. 2765–2784.

Сведения об авторах:

И.А. Быкадоров – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры бизнес-аналитики и статистики, Сибирский институт управления – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация.

Ю.Н. Исмаилова – кандидат экономических наук, доцент кафедры бизнес-аналитики и статистики, Сибирский институт управления – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация.

М.В. Пудова – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры бизнес-аналитики и статистики, Сибирский институт управления – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Новосибирск, Российская Федерация.

Information about the authors:

I.A. Bykadorov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Business Analytics and Statistics, Siberian Institute of Management – branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation.

Yu.N. Ismailylova – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Business Analytics and Statistics, Siberian Institute of Management – branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation.

M.V. Pudova – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Business Analytics and Statistics, Siberian Institute of Management – branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Novosibirsk, Russian Federation.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

<i>Статья поступила в редакцию</i>	<i>16.06.2022</i>	<i>The article was submitted</i>	<i>16.06.2022</i>
<i>Одобрена после рецензирования</i>	<i>26.07.2022</i>	<i>Approved after reviewing</i>	<i>26.07.2022</i>
<i>Принята к публикации</i>	<i>12.08.2022</i>	<i>Accepted for publication</i>	<i>12.08.2022</i>