

УДК 533.601:621.793

ТЕЧЕНИЕ В СВЕРХЗВУКОВОМ СОПЛЕ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ СЕЧЕНИЕМ

А.П. АЛХИМОВ, С.В. КЛИНКОВ, В.Ф. КОСАРЕВ

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
Новосибирск*

Расчетным путем и экспериментально исследовались параметры в соплах большого удлинения с прямоугольным сечением сверхзвуковой части и числом Маха на срезе сопла $M_0 = 2 - 3,5$. Экспериментально показано, что пограничный слой на стенках в таких соплах оказывает заметное влияние на параметры течения; в частности, число Маха на срезе сопла на 10 – 20 % ниже рассчитанного для идеального газа. Предложен простой способ расчета параметров в ядре потока исследуемых сопел, учитывающий вытесняющее действие пограничного слоя. Расчеты показали, что относительное число Маха в исследованном диапазоне M_0 зависит в основном от отношения толщины сопла h к его длине L . При $h/L \approx 0,025$ происходит смыкание пограничных слоев от противоположных стенок сопла. Результаты расчета подтверждаются хорошим совпадением с экспериментальными данными.

Вопросы ускорения мелкодисперсных частиц в сверхзвуковых соплах большого удлинения представляют значительный интерес применительно к процессу “холодного” газодинамического напыления (ХГН) и важны как с практической, так и с научной точки зрения. При достаточно малых концентрациях частиц их скорость можно рассчитывать в приближении одиночной частицы, т. е. не учитывать влияния частиц на параметры течения газа. Для такого расчета необходимо предварительно изучить течение газа в соплах, применяемых при ХГН, прямоугольного сечения с большим удлинением, когда на параметры течения внутри сопла оказывает влияние пограничный слой, образующийся на стенках. Это может привести к существенному отл ичию параметров течения газа в таких соплах от параметров, рассчитанных для идеального газа.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОГО ПОТОКА НА СРЕЗЕ СОПЛА

Эксперименты проводились на установке, описанной в [1]. Использовались сопла с конической дозвуковой и плоской сверхзвуковой частью [2] длиной L , имеющей в критическом сечении размер $b \times h$, в выходном — $H \times h$. Геометрические размеры всех исследованных сопел приведены в табл. 1.

В качестве экспериментальных параметров фиксировались температура торможения T_0 , давление в форкамере сопла p_0 , статическое давление вблизи среза сопла p_c , давление торможения за скачком уплотнения p'_0 , измеренное трубкой Пито. По данным, полученным из экспериментов, рассчитывались число Маха $M_{\text{эксп}}$ на срезе сопла, степень нерасчетности струи n , эффективное отношение сечений $(S/S_{\text{кр}})_{\text{эф}}$ и т. д.

Геометрические характеристики исследованных сопел

Таблица 1

Размеры сопла, мм	Номер сопла								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
L	50	75	100	110	110	120	130	150	200
h	1	2,9	2,4	3	3	2,9	3	4,5	5
b	4	3	7,5	5,6	3,2	3	3	2,5	2
H	8	9,4	30	10	9,5	10	8	12	8,4

Число Маха в ядре потока на срезе сопла $M_{эксп}$ определялось по отношению

$$\frac{p'_0}{p_0} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left(\frac{2}{k-1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \frac{M^{\frac{2k}{k-1}}}{\left(\frac{2k}{k-1}M^2 - 1\right)^{\frac{1}{k-1}}} \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}}.$$

Сравнение этого способа определения $M_{эксп}$ с другими (по отношению p_c/p_0 и p'_0/p_0) показало, что давление торможения на оси исследованных сопел падает не более чем на 5 % и точность определения $M_{эксп}$ составляет соответственно $\leq 5\%$. В табл. 2 представлены полученные таким образом значения $M_{эксп}$ и значения M_0 , соответствующие течению идеального газа. Видно, что $M_{эксп}$ существенно ниже M_0 (на 10 – 20 %). Такое отличие нельзя объяснить ошибкой определения $M_{эксп}$ и M_0 , так как $M_{эксп}$ определяется с точностью $\leq 5\%$, а точность определения M_0 , обусловленная погрешностью измерения площадей, составляет менее 2,5 % при точности измерения линейных размеров $\leq 0,1$ мм. Это указывает на достаточно сильное влияние на течение в ядре потока пограничного слоя на стенках сопла.

По полученным значениям $M_{эксп}$ оценивалось эффективное отношение сечений $(S/S_{кр})_{эф}$. Далее, принимая эффективную площадь в критическом сечении равной геометрической, в связи с тем, что толщина пограничного слоя здесь чрезвычайно мала, рассчитывалась эффективная площадь в выходном сечении $S_{эф}$. Отношение $S_{эф}$ к геометрическому выходному сечению показано в табл. 2. Толщина вытеснения пограничного слоя на срезе сопла рассчитывалась по (1) в предположении, что она одинакова по всему периметру:

$$\delta^* = \frac{H+h - \sqrt{(H+h)^2 - 4\Delta S}}{4}. \tag{1}$$

Параметры потока на срезе сопла

Таблица 2

Параметр	Номер сопла								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_0	2,18	2,66	2,92	2,05	2,61	2,73	2,49	3,11	2,97
$M_{эксп}$	1,75	2,4	2,6	1,75	2,25	2,3	2,1	2,75	2,55
$M_{эксп}/M_0$	0,8	0,9	0,89	0,85	0,86	0,84	0,84	0,88	0,86
$S_{эф}/S_0$	0,7	0,78	0,74	0,79	0,72	0,67	0,7	0,71	0,67
$2\delta^*/b$	0,27	0,18	0,25	0,17	0,22	0,27	0,23	0,22	0,23
$2\delta b$	1,27	0,64	0,85	0,78	0,86	1,02	0,95	0,74	0,8
M_p	1,77	2,41	2,54	1,76	2,27	2,34	2,10	2,73	2,51

Для $\delta^* \ll h$

$$\delta^* \approx \frac{\Delta S}{P} = \frac{S_0 - S_{\text{эф}}}{2(H+h)},$$

где $P = 2(H+h)$ — периметр выходного сечения сопла.

Толщина пограничного слоя при известных δ^* и M оценивалась по формуле [3]

$$\frac{\delta^*}{\delta} = 1 - 7 \int_0^1 \frac{z^7 dz}{1 + 0,2M^2(1-z^2)}. \quad (2)$$

По вычисленным таким образом толщинам пограничного слоя можно судить (см. табл. 2), что в исследованных соплах либо произошло смыкание (№ 1, 6), либо ситуация близка к этому.

Таким образом, экспериментальные исследования показали, что пограничный слой, образующийся на стенках в соплах с большим удлинением $L/h = 20 - 50$, оказывает заметное влияние на параметры течения внутри сопла, которые в этом случае существенно отличаются от параметров, рассчитанных для идеального газа. Поэтому необходимо было разработать такой метод расчета параметров газа в соплах, чтобы его результаты не противоречили экспериментальным.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА НА ОСИ СОПЛА

При не слишком большой толщине пограничного слоя можно считать, что давление торможения в ядре потока сохраняется, а параметры газа изменяются по законам идеальной адиабаты. Влияние пограничного слоя в первом приближении сводится к уменьшению сечения канала, и, таким образом, вместо геометрического отношения площадей в расчетах по восстановлению параметров газа в ядре потока нужно использовать эффективное отношение, которое, если принять равномерность распределения толщины вытеснения по периметру, определяется по формуле $S_{\text{эф}}(x) = (b(x) - 2\delta^*(x))(h - 2\delta^*(x))$. Наиболее существенным поводом к такому рассмотрению является тот факт, что давление торможения на срезе сопла лишь незначительно ($\leq 5\%$) отличается от давления, измеренного в форкамере сопла; это говорит о малых потерях на трение в ядре потока при прохождении газа через исследуемые сопла. Согласно [3, 4], отсчет роста толщины пограничного слоя можно начинать от критического сечения.

Согласно изложенным выше предположениям, течение по оси сопла рассчитывалось по следующей схеме. На первом шаге по известной зависимости площади вдоль сопла восстанавливалось распределение числа Маха вдоль оси. Далее по изэнтропическим формулам и известным p_0 и T_0 вычислялись все характеристики потока.

Пограничный слой рассчитывался по уравнению Кармана в предположении, что он развивается на плоской пластине, обтекаемой без теплообмена потоком с известными градиентом давления вдоль оси и распределением скорости [5]:

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} = \frac{c_f}{2} - \frac{\delta^{**}}{v} \frac{dv}{dx} (2 + H_1 - M^2),$$

$$\delta^* = \delta^{**} H_1,$$

где δ^{**} — толщина потери импульса. Зависимость отношения толщины вытеснения к толщине потери импульса H_1 от числа Маха определялась по формуле [6]

$$H_1 \approx 1,4(1 + 0,3M^2).$$

c_f — коэффициент трения, рассчитывался по выражению [4]

$$c_f = 0,0263 \operatorname{Re}_l^{1/7} \frac{1-\xi}{\xi} \arcsin^2 \sqrt{\xi},$$

где

$$\xi = \frac{\frac{k-1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}.$$

Вязкость вычислялась по формуле Сазерленда [3]:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_c}{273} \right)^{1,5} \frac{273 + T_s}{T_c + T_s}, \quad (3)$$

где μ_0 — вязкость при температуре 273 К, $T_s = 122$ К.

Следующее приближение учитывает влияние толщины пограничного слоя. Для этого из геометрических размеров сопла вычитается рассчитанная толщина вытеснения. В дальнейшем вычисления ведутся с учетом того, что форма сопла изменилась из-за наличия пограничного слоя. Для сходимости процесса достаточно нескольких итераций (3) – (5), для ускорения сходимости на первой итерации величина $S_{эф}(x)$ рассчитывалась по формуле

$$S_{эф}(x) = (b(x) - 1,5\delta^*(x))(h - 1,5\delta^*(x)).$$

В табл. 2 представлены результаты расчета M_p . Видно, что наблюдается хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, и это позволяет в дальнейшем для оценки параметров газа в ядре потока (при несомкнувшихся пограничных слоях) пользоваться предложенным способом расчета.

В качестве примера на рис. 1 приведены распределения чисел Маха вдоль оси сопла, полученные как с учетом, так и без учета вытесняющего действия пограничного слоя для сопел различной длины при $b = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $h = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $H = 10 \cdot 10^{-3}$ м. По результатам расчетов построена зависимость M_p/M_0 от относительного удлинения сопла h/L (рис. 2). Здесь же нанесены экспериментальные точки $M_{эксп}/M_0$, соответствующие исследованным соплам. Расчет

проводился для $M_0 = 2,18; 2,72$ и $3,45$. Для каждого M_0 выбиралось базовое сопло с $L = 0,1$ м, $b = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $h = 3 \cdot 10^{-3}$ м и H в соответствии с M_0 ($H = 6 \cdot 10^{-3}$ м для $M_0 = 2,18$, $H = 10 \cdot 10^{-3}$ м для $M_0 = 2,72$ и $H = 20 \cdot 10^{-3}$ м для $M_0 = 3,45$).

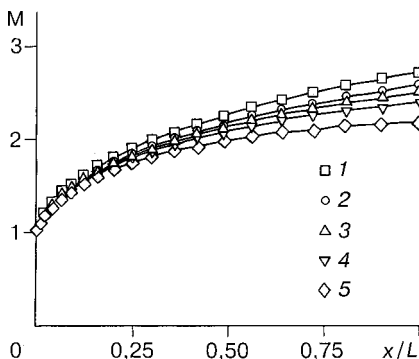
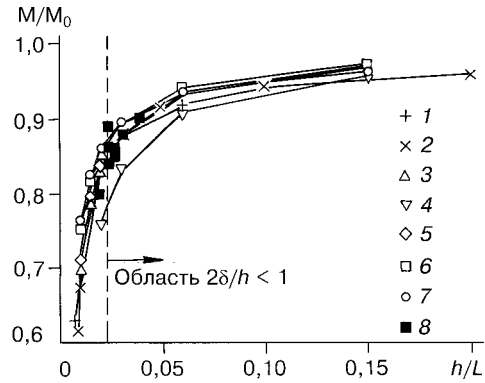


Рис. 1. Распределение числа Маха вдоль оси для сопел с различной длиной сверхзвукового участка.

1 — M_0 ; 2 – 5 — $L = 0,01, 0,05, 0,1$ и $0,2$ м.

Рис. 2. Зависимость относительного числа Маха на срезе сопла от его относительного удлинения.

1 — $M_0 = 2,72, p_0 = 1,5$ МПа, $h = 3$ мм, $b/H = 0,3, b/L = 0,03$; 2 — $M_0 = 2,72, p_0 = 1,5$ МПа, $L = 0,1, b = 3$ мм, $H = 10$ мм; 3 — $M_0 = 2,72, p_0 = 1,5$ МПа, $h = 3$ мм, $b = 3$ мм, $H = 10$ мм; 4 — $M_0 = 2,18, p_0 = 0,6$ МПа, $h = 3$ мм, $b = 3$ мм, $H = 6$ мм; 5 — $M_0 = 3,45, p_0 = 1,5$ МПа, $h = 3$ мм, $b = 3$ мм, $H = 20$ мм; 6 — $M_0 = 3,45, p_0 = 4,0$ МПа, $h = 3$ мм, $b = 3$ мм, $H = 20$; 7 — $M_0 = 3,45, p_0 = 4,0$ МПа, $h = 3$ мм, $bH = 0,15, b/L = 0,03$; 8 — $M_0 = 2,0 - 3,35$ (экспериментальные результаты).



Затем тремя различными способами изменялось отношение b/L : 1 — $0,02 < L < 0,3$ м при неизменных других размерах; 2 — $0,02 < L < 0,3$ м при пропорциональном изменении b и H ; 3 — $0,001 < b < 0,1$ м при неизменных других размерах.

В итоге были просчитаны сопла с $h = 0,001 - 0,01$ м, $L = 0,02 - 0,3$ м, $b = 0,6 \cdot 10^{-3} - 9 \cdot 10^{-3}$ м, $H = 0,002 - 0,03$ м.

Из рис. 2 видно, что относительное число Маха в исследованном диапазоне $M_0 = 2,18 - 3,45$ в основном зависит от h/L и при $h/L \leq 0,025$ начинает резко падать. Экспериментальные точки хорошо согласуются с результатами расчета. Пунктирная линия на графике соответствует значению $h/L \approx 0,025$, при котором, согласно оценке по формуле (2), происходит смыкание пограничных слоев от противоположенных стенок сопла, т. е. $2\delta/h = 1$ (то же на рис. 5). Справа от этой линии $2\delta/h < 1$, слева $2\delta/h > 1$. Таким образом, резкое падение M/M_0 при $h/L \approx 0,025$ можно объяснить смыканием пограничных слоев, которые после этого начинают интенсивно влиять на параметры потока внутри ядра, в силу чего расчет последних по описанной выше методике, предполагающей сохранение давления торможения в ядре потока, становится некорректным.

РАСЧЕТ СРЕДНИХ ПО СЕЧЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА И СРАВНЕНИЕ ИХ С ПАРАМЕТРАМИ В ЯДРЕ ПОТОКА

Средние по сечению сопла параметры газа рассчитывались в одномерном приближении с учетом силы трения газа о стенки сопла. Соответствующая этому система уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} G &= \rho v S = \text{const}, \\ G \frac{dv}{dx} &= -S \frac{dp}{dx} - F_{\text{тр}}, \\ G c_p \frac{dT}{dx} &= \frac{G}{\rho} \frac{dp}{dx} + v F_{\text{тр}}, \\ p &= \rho R T. \end{aligned}$$

Решая эту систему, получим уравнение для числа Маха:

$$\frac{dM}{M} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)}{M^2 - 1} \left(\frac{dS}{S} - \frac{k F_{\text{тр}} dx}{\rho a^2 S} \right).$$

Силу и коэффициент трения, а также число Рейнольдса определим как [3]

$$F_{\text{тр}} = \frac{1}{4} \xi_{\text{тр}} \rho v^2 (h + b(x)),$$

$$\xi_{\text{тр}} = \frac{0,3164}{\text{Re}^{1/4}}, \quad 4 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^5,$$

$$\xi_{\text{тр}} = \frac{1}{\left(2 \lg(\text{Re} \sqrt{\xi_{\text{тр}}}) - 0,8\right)^2}, \quad \text{Re} > 10^5,$$

$$\text{Re} = \frac{\rho v d_{\text{эф}}}{\mu},$$

$$d_{\text{эф}} = \frac{4S}{P} = \frac{2h}{1 + h/b(x)},$$

где вязкость μ считалась по (3).

Зная $S = f(x)$ и рассчитывая поток до критического сечения по формулам для газа без трения, находим распределение числа Маха и затем всех других параметров потока вдоль сопла. На рис. 3 приведено сравнение распределений числа Маха вдоль сопла, вычисленных для ядра потока (1), с учетом трения (2) и для идеального газа (сплошная линия). Видно, что для $L \geq 0,1$ м отличие средних по сечению сопла параметров от параметров в ядре потока существенно.

Связь между средними по сечению сопла параметрами потока и параметрами в центре можно получить, предполагая определенный закон их распределения по сечению сопла и проводя усреднение в пределах от 0 до $h/2$. В первом приближении можно сделать оценку для плоской задачи ($H \gg h$), приняв классический для пограничного слоя закон распределения скорости [3]:

$$\frac{v}{v^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{v^* y}{v} + 5,5, \quad (4)$$

где y — координата в направлении, перпендикулярном боковым поверхностям сопла, $v^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ — скорость на границе ламинарного подслоя, $\tau_w = c_f \rho v^2 / 2$ — напряжение трения на поверхности, c_f — коэффициент трения, $\kappa = 0,4$ — универсальная постоянная турбулентного течения, $\nu = \mu / \rho$ — динамическая вязкость.

Используя условие $v = v_0$ при $y = \delta$, если $\delta \leq h/2$, и при $y = h/2$, если $\delta \geq h/2$, получим:

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{v^* y}{v} + 5,5}{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{v^* \delta}{v} + 5,5} \quad \text{при } \delta \leq h/2,$$

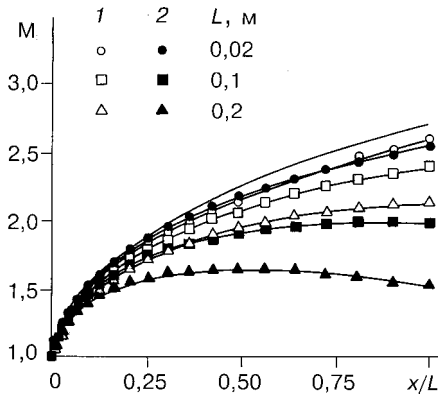


Рис. 3. Распределение числа Маха вдоль оси для сопел с различной длиной сверхзвукового участка.

Поясн. см. в тексте.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{v^* y}{v} + 5,5}{\frac{1}{\kappa} \ln \frac{v^* h}{2v} + 5,5} \text{ при } \delta \geq h/2.$$

Этот закон достаточно хорошо описывает распределение в плоских соплах, применяемых для напыления, что хорошо видно из рис. 4, где приведено сравнение распределения, полученного экспериментально на срезе сопла, с распределением, построенным по (4) при $\delta/h = 0,4$:

при $\delta \leq h/2$

$$v_{\text{ср}} = \frac{2}{h} \int_0^{h/2} v(y) dy = v_0 \left(1 - \frac{2\delta}{h} \frac{1}{\ln \frac{v^* \delta}{v} + 5,5\kappa} \right),$$

при $\delta \geq h/2$

$$v_{\text{ср}} = \frac{2}{h} \int_0^{h/2} v(y) dy = v_0 \left(1 - \frac{1}{\ln \frac{v^* h}{2v} + 5,5\kappa} \right).$$

Влияние пограничных слоев от двух других поверхностей в первом приближении можно не учитывать.

На рис. 5 показано сравнение нормированной на скорость идеального газа скорости на оси, полученной с учетом вытесняющего действия пограничного слоя и с использованием результатов одномерного расчета с учетом трения. Малое отличие результатов расчета скорости на оси при $2\delta/h \leq 1$ позволяет в дальнейшем в зависимости от конкретной задачи пользоваться в этой области любым из методов. Существенное отличие результатов вычисления скорости на оси в области $2\delta/h > 1$ показывает, что, как уже указывалось ранее, метод одностороннего расчета в предположении неизменности давления торможения на оси пользоваться нельзя. В этом случае скорость на оси необходимо восстанавливать из результатов одномерного расчета с учетом трения.

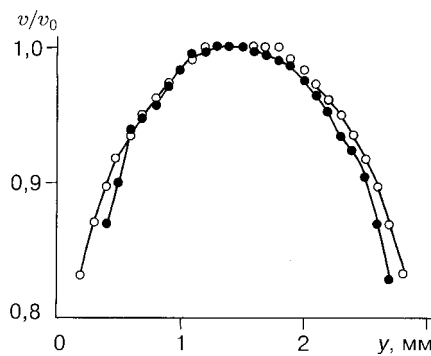


Рис. 4. Распределение скорости на срезе плоского сверхзвукового сопла.
o — расчет ($\delta/h = 0,4$), ● — эксперимент ($M_0 = 2,7$).

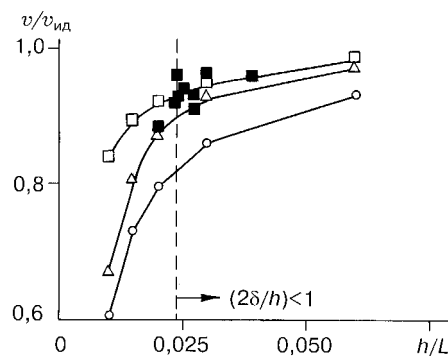


Рис. 5. Скорость газа на оси сопла.
□ — на оси (без учета изменения p_0), o — средняя по сечению сопла, Δ — на оси (восстановленная из средней), ● — эксперимент.

В заключение отметим, что хорошее совпадение результатов расчета параметров газа в ядре потока в сверхзвуковом сопле прямоугольного сечения и данных эксперимента позволяет вычислять ускорения частиц в таких соплах, а также конструировать наиболее оптимальные сопла для ХГН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алхимов А.П., Кликов С.В., Косарев В.Ф., Папырин А.Н. Газодинамическое напыление. Исследование плоской сверхзвуковой двухфазной струи // ПМТФ. — 1997. — Т. 38, № 2. — С. 176 – 183.
2. Алхимов А.П., Косарев В.Ф., Папырин А.Н. Новые материалы и технологии. Теория и практика упрочнения материалов в экстремальных условиях. — Новосибирск: ВО Наука. — 1969. — 197 с.
3. Абрамович Г.И. Прикладная газовая динамика. — М.: Наука, 1969. — 824 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1970. — 904 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969. — 742 с.
6. Дейч М.Е., Зарянкин А.Е. Газодинамика диффузоров и выхлопных патрубков турбомашин. — М.: Энергия, 1970. — 384 с.

Статья поступила в редакцию 15 апреля 1997 г.