

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА В ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ

Н. И. Булеев, Г. А. Зинина

(Обнинск)

1. Первоначальный вариант модели. Расчетные исследования гидравлических сопротивлений и температурного режима в различных теплообменных устройствах сводятся к расчету осредненных полей скорости и температуры в турбулентных потоках жидкости в каналах сложной формы. Развитию методов решения подобных задач уделяется большое внимание уже в течение нескольких последних десятилетий.

В [1, 2] была предложена теоретическая модель турбулентного обмена, позволяющая во всей области потока жидкости непосредственно до самых стенок аппроксимировать все шесть компонент симметричного тензора турбулентных напряжений и три составляющих вектора турбулентного потока тепла. Эта модель широко использовалась для расчетных исследований турбулентных течений и теплообмена в установившихся потоках жидкости в каналах различной формы (см. [3]).

В [4, 5] дано некоторое развитие модели [1, 2].

С учетом введенных в [4, 5] изменений модель турбулентного обмена выглядит следующим образом.

Турбулентное движение жидкости рассматривается как результат наложения неупорядоченных нестационарных завихрений на некоторое основное движение. Внутри каждого случайного и быстро исчезающего завихрения с каким-то поперечным размером $2l$ порции жидкости с поперечным размером порядка l (моли) переносятся на расстоянии порядка L .

Вводится понятие интегрального масштаба турбулентности $L(M)$, отражающего характерный поперечный размер нестационарных завихрений в окрестности переменной точки M потока жидкости и переносимых в этом завихрении молей:

$$d = \beta L,$$

где d — «диаметр» молей; β — эмпирическая константа.

Кроме того, вводится понятие направленного масштаба турбулентности $L_s(M)$, отражающего характерную длину пробега молей из окрестности точки M в направлении s .

Интегральный масштаб турбулентности $L(M)$ в первом приближении считается связанным только с характерным расстоянием от точки M до стенок канала и определяется формулой

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} \frac{1}{l} d\Omega,$$

где $l(\Omega)$ — расстояние от точки M до стенки канала в направлении Ω .

Направленный масштаб турбулентности определяется формулой

$$\frac{1}{L_s} = \frac{3}{2} \frac{1}{\pi} \int_{\Omega} \frac{1}{l} |\cos(l, s)| d\Omega.$$

Вводится весовая функция $\varphi(M, M_0)$, отражающая вероятность прохождения через рассматриваемую точку M_0 моля из окрестности переменной точки M окружающего пространства потока жидкости. При развитии модели в [2, 5] структура весовой функции корректировалась. В [5] функция взята в виде

$$\varphi(M, M_0) = \frac{3}{\pi \lambda_{s0}^3} \left(1 - \frac{s}{\lambda_{s0}} \right), \quad \lambda_{s0} = \alpha L_{s0}, \quad s < \lambda_{s0},$$

где s — расстояние между точками M_0 и M ; λ_{s0} — величина порядка двух

характерных длин пробега моля в направлении s в окрестности точки M_0 ; α — эмпирическая константа.

В основу модели положены следующие количественные гипотезы.

1. Модуль характерной скорости моля, движущегося из окрестности точки M в направлении s , пропорционален модулю деформации $|\partial V/\partial n|$ поля скорости осредненного движения в точке M и направленному масштабу L_s в этой точке:

$$(1.1) \quad V_s'^2 = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma_* < \omega, \\ \mu^2 L_s^2 \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|^2, & \text{если } \gamma_* \geq \omega, \end{cases} \quad \gamma_* \equiv \frac{L^2}{\nu} \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|.$$

2. Взаимодействие движущегося моля с окружающей жидкостью описывается уравнениями.

$$(1.2) \quad du_i^* = \frac{3}{R} A_1 (\bar{u}_i - u_i^*) dt, \quad dT^* = \frac{3}{R} A_2 (\bar{T} - T^*) dt,$$

где u_i^* — составляющая скорости движения моля в направлении оси x_i ; T^* — температура движущегося объема; \bar{u}_i и \bar{T} — значения этих функций в окружающей жидкости; R — радиус моля;

$$A_1 = (b_1 + b_2) \frac{\nu}{R}, \quad A_2 = b_3 \frac{k}{R} + b_4 \frac{\nu}{R}, \quad 2R = \beta L, \quad b_3 = b_1 \left(\frac{k}{\nu} \right)^{0,33}.$$

В [1, 2] принято $b_1 = \text{const}$, $b_2 = \text{const}$. В [5] в схеме расчета поля температуры в потоках жидкости с $\text{Pr} \gg 1$ для коэффициентов b_2 и b_4 введена зависимость их от локального числа Рейнольдса γ_* .

Приближенное аналитическое решение системы (1.2) позволяет получить пульсации скорости u_i' и температуры T' в точке M_0 при прохождении через нее моля из окрестности точки M :

$$(1.3) \quad u_i'(M_0) = V_s'(M) f_0(ps) \cos(s, x_i) + [\bar{u}_i(M) - \bar{u}_i(M_0)] f_1(ps);$$

$$(1.4) \quad T'(M_0) = [\bar{T}(M) - \bar{T}(M_0)] f_1(\lambda ps),$$

где $s = |MM_0|$, $f_0(x) = e^{-|x|}$, $f_1(x) = \frac{1}{|x|} (1 - e^{-|x|})$, $\hat{p} = 3A_1/RV_s'$,

$$\lambda = A_2/A_1.$$

Турбулентные напряжения и тепловые потоки в точке M_0 получают в виде соответствующих пространственных интегралов от выражений $F_{ik}(M, M_0) = -u_i' u_k'$ и $E_i(M, M_0) = -u_i' T'$ с весовой функцией $\varphi(M, M_0)$:

$$-\overline{\rho u_i' u_k'} = \rho \int_D F_{ik}(M, M_0) \varphi(M, M_0) d\tau,$$

$$-\overline{c \rho u_i' T'} = c \rho \int_D E_i(M, M_0) \varphi(M, M_0) d\tau.$$

После отбрасывания несущественных членов (см. [2, 4]) выражения для компонент тензора турбулентных напряжений $-\overline{\rho u_i' u_j'}$ и составляющих турбулентного потока тепла $-\overline{c \rho u_i' T'}$ получаются в виде

$$(1.5) \quad -\overline{u_i' u_i'} = -P_{ii} + 2\varepsilon_{ii}^m \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i};$$

$$(1.6) \quad -\overline{u_i' u_k'} = \varepsilon_{ii}^m \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_i} + \varepsilon_{kk}^m \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \quad (i \neq k);$$

$$(1.7) \quad -\overline{u_i' T'} = \varepsilon_{ii}^h \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i},$$

где

$$(1.8) \quad P_{ii}(M_0) = \int_D V_s'^2 f_0^2(ps) \varphi(M, M_0) \cos^2(s, x_i) d\tau;$$

$$(1.9) \quad \varepsilon_{ii}^m(M_0) = \int_D V_s' f_0(p_s) f_1(p_s) \varphi(M, M_0) \cos^2(s, x_i) d\tau;$$

$$(1.10) \quad \varepsilon_{ii}^h(M_0) = \int_D V_s' f_0(p_s) f_1(\lambda p_s) s \varphi(M, M_0) \cos^2(s, x_i) d\tau.$$

В целях оперативности численного решения задач гидродинамики и переноса тепла выражения для P_{ii} , ε_{ii}^m и ε_{ii}^h (1.8), (1.9), (1.10) с учетом (1.1) можно упростить до интегралов по отрезку, параллельному оси x_i , или до локальных формул (см. [2, 5]).

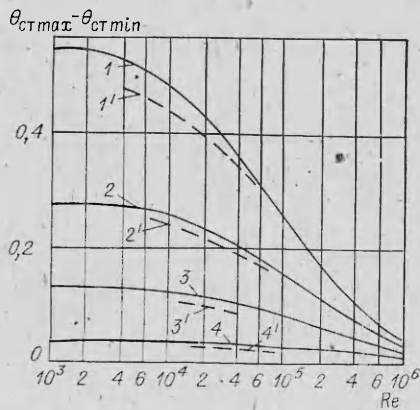
Модель [1, 2] с учетом [4] была использована для расчета установившихся полей скорости и температуры в потоках жидкости в каналах различной формы (см. [6—8] и др.).

На фиг. 1 показана для примера рассчитанная неравномерность температуры Θ по периметру тепловыделяющего стержня в треугольной решетке плотно упакованных стержней при различных отношениях теплопроводностей стержня и жидкости и Re (из [7]). Здесь $\Theta = \lambda_{ж}(T - T_0)/QR^2$; $\lambda_{ст}$ и $\lambda_{ж}$ — теплопроводности стержня и жидкости; Q — характерное объемное тепловыделение в стержне; R — радиус стержня; 1—4 — $\lambda_{ст}/\lambda_{ж} = 0,27; 0,68; 1,69; 6,35$; 1'—4' — экспериментальные данные [9]. Подобные результаты позволяют получить представление о перегревах и температурных напряжениях в тепловыделяющих элементах.

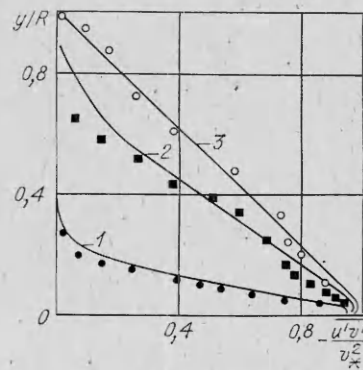
В [10] с использованием аппроксимаций (1.5) — (1.7) были проведены расчеты полей скорости на участке гидродинамической стабилизации в потоках жидкости в кольцевых и плоских зазорах. Там же отмечалось, что рассчитанное развитие турбулентного потока качественно соответствует имеющейся экспериментальной информации. Однако в результатах расчета входного участка получается более быстрая стабилизация поля скорости, чем в эксперименте. На фиг. 2 представлены рассчитанные радиальные распределения касательных напряжений $\overline{u'v'}$ в различных поперечных сечениях потока жидкости в круглой трубе ($Re = 285000$). Здесь 1—3 — $x/R = 8,28; 41,4; 190$; y — расстояние от стенки трубы; \circ, \square — экспериментальные данные из [11] для тех же сечений.

Таким образом, аппроксимации турбулентных напряжений (1.5), (1.6) с учетом (1.1), хорошо оправдавшие себя при расчете установившихся течений, могут иметь некоторую погрешность в центральной части потока жидкости на участке гидродинамической стабилизации (кривая 2 на фиг. 2).

Дело здесь, по-видимому, в том, что интенсивность турбулентности в движущейся порции жидкости в сильной степени зависит от ее предыстории, т. е. в гипотезе для пульсационной энергии моля нужно учитывать конвективные члены от турбулентной энергии движущейся жидкости.



Фиг. 1



Фиг. 2

В последние годы появилось много работ, в которых предлагаются модели турбулентного обмена, основанные на уравнении для турбулентной энергии (см. [12—15] и др.). Такие модели в принципе должны лучше описывать участок гидродинамической стабилизации, чем трехмерная модель [1, 2]. Однако имеющиеся в литературе подобные модели приспособлены в основном лишь для двумерных течений. Поэтому, чтобы сохранить положительные качества аппроксимаций турбулентных напряжений типа (1.5), (1.6) и учесть определенные преимущества подхода из работ [12—15] и др., необходимо объединить идеи, заложенные в моделях типа [1, 2] и в моделях с уравнением баланса турбулентной энергии.

Предлагаемое ниже развитие модели турбулентного обмена [1, 2] содержит замену прандтлевской гипотезы (1.1) для пульсационной скорости моля $V'_s(M)$ некоторым приближенным уравнением, являющимся аппроксимацией уравнения баланса пульсационной энергии. Это уравнение вместе с гипотезой для направленного масштаба турбулентности L_s также служит для определения пульсационной скорости молей $V'_s(M)$, генерируемых в потоке жидкости.

Алгоритм аппроксимации уравнения баланса и его использования в трехмерной модели сформулирован Н. И. Будеевым, опробование модели и отработку эмпирических констант провела Г. А. Зинина.

2. Аппроксимация уравнения баланса пульсационной энергии. Введем в рассмотрение уравнение для турбулентной энергии

$$q^2 = \overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}$$

которое запишем в виде

$$(2.1) \quad \frac{\partial q^2}{\partial t} + \sum_{k=1}^3 u_k \frac{\partial q^2}{\partial x_k} = 2\nu \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|^2 - \sum_{i,k=1}^3 \overline{2u_k u_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - 2\nu \sum_{i,k=1}^3 \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2} + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial q^2}{\partial x_k} - \frac{2}{\rho} \overline{u_k p'} - \sum_{i=1}^3 \overline{u_k u_i u_i} \right].$$

Первые два слагаемых правой части уравнения (2.1) описывают порождение пульсационной энергии Γ_1 и Γ_2 за счет диссипации кинетической энергии основного движения, третье описывает диссипацию s пульсационной энергии, а последние три слагаемых — диффузию пульсационной энергии и энергии давления.

Выражение $\Gamma_2 = -2 \sum_{i,k=1}^3 \overline{u_k u_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ получим с использованием формул (1.5), (1.6) в предположении, что $P_{ii} = P$, $\epsilon_{ii}^m = \epsilon$. В результате имеем

$$\Gamma_2 = 2\epsilon \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|^2.$$

Как видим, выражение Γ_2 по структуре аналогично генерации Γ_1 .

Диссипацию s по установившейся традиции (см. [12, 13]) будем аппроксимировать формулой

$$s = -2\nu \sum_{i,k=1}^3 \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2} = -\frac{c^2}{L^2} (\nu + \epsilon) q^2,$$

где c^2 — эмпирическая константа, близкая к единице, или слабо меняющаяся функция локального числа Рейнольдса γ_* .

Пульсации давления p' , входящие в выражение $-\overline{u' p'}$, так же как и u' и T' , будем связывать с прохождением молей через окрестность рассматриваемой точки, которые в определенной мере несут с собой и избыток давления внутри себя.

Если полное статическое давление в турбулентном потоке жидкости записать в виде $p + \rho P$, где $P = (1/3)(P_{11} + P_{22} + P_{33})$, то в соответствии

с качественной моделью турбулентного переноса скалярной консервативной характеристики примем

$$-\overline{u_k p'} = \tilde{\varepsilon}_{kk} \left(\frac{\partial p}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial P}{\partial x_k} \right) - \tilde{\varepsilon}_{kk} \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{1}{3} \rho \tilde{\varepsilon}_{kk} \frac{\partial q^2}{\partial x_k}.$$

Здесь $\tilde{\varepsilon}_{kk}$ — некоторые положительные коэффициенты. Положим $\tilde{\varepsilon}_{kk} = \theta \varepsilon_{kk}$, $0 < \theta < 1$, тогда

$$-\frac{1}{\rho} \overline{u_k p'} = \theta \varepsilon_{kk} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\theta}{3} \varepsilon_{kk} \frac{\partial q^2}{\partial x_k}.$$

Экспериментальные исследования структуры турбулентности, проведенные различными авторами, не подтверждают практической роли слагаемого $\frac{\partial}{\partial x_k} \theta \varepsilon_{kk} \frac{\partial p}{\partial x_k}$, входящего в уравнение баланса (2.1), и поэтому его пока отбросим.

Третий момент $\overline{u'_k u'_i u'_i}$ от пульсаций u'_i, u'_k в точке M_0 будем вычислять прямым путем с помощью той же трехмерной модели [1, 2]. На основании (1.3) получим, сохраняя главные члены,

$$(2.2) \quad u'_i u'_i (M_0) \approx V'^2 (M) \cos^2 (s, x_i) f_0^2;$$

$$(2.3) \quad -\sum_{i=1}^3 \overline{u'_k u'_i u'_i} = -\int_D V'^3 (M) f_0^3 \varphi (M, M_0) \cos (s, x_k) d\tau.$$

Подынтегральное выражение в (2.3) — знакопеременная функция. Поэтому есть логическое основание члены с третьими моментами в уравнении (2.1) считать не главными. Ради простоты слагаемые типа (2.3) заменим пока производными $\frac{\partial}{\partial x_k} [V'^3 f_0^3]$ или $\zeta \varepsilon_{kk}^m \frac{\partial q^2}{\partial x_k}$ и объединим их с аппроксимациями для $-\overline{u'_k p'}$. Примем

$$-\frac{1}{\rho} \overline{u'_k p'} - \sum_{i=1}^3 \overline{u'_k u'_i u'_i} \approx \tilde{\theta} \varepsilon_{kk}^m \frac{\partial q^2}{\partial x_k},$$

где $\tilde{\theta} = \theta/3 + \zeta$.

Наконец, в случае стационарного поля осредненного течения жидкости в уравнении (2.1) следует положить $\partial q^2 / \partial t = 0$.

Запишем окончательно полуэмпирическую аппроксимацию стационарного уравнения турбулентной энергии (2.1) в декартовой системе координат:

$$(2.4) \quad \frac{L^2}{\nu} \sum_{k=1}^3 u_k \frac{\partial q^2}{\partial x_k} + c^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{\nu} \right) q^2 - L^2 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k} \left(1 + \tilde{\theta} \frac{\varepsilon_{kk}}{\nu} \right) \frac{\partial q^2}{\partial x_k} = \\ = 2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{\nu} \right) L^2 \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|^2.$$

Так как для модели (1.5) — (1.10) нужна не осредненная по времени кинетическая энергия q^2 пульсационного движения в единичной окрестности точки M , а начальная скорость V' молей, вылетающих из окрестности точки M , то необходимо получить соотношение, связывающее $V'(M)$ с $q^2(M)$. Для этой цели используем формулы для $\overline{u_i'^2}$ (1.5).

Суммируя уравнения (1.5) с учетом (1.8) по индексу i и полагая $\varepsilon_{11}^m = \varepsilon_{22}^m = \varepsilon_{33}^m$, приближенно получим

$$(2.5) \quad q^2 (M) \approx \int_D V'^2 f_1^2 (ps) \varphi (M', M) d\tau.$$

Соотношение (2.5) перепишем в виде

$$(2.6) \quad q^2(M) \approx \kappa(\gamma_*) V'^2(M) \text{ или } V'^2(M) \approx \frac{1}{\kappa} q^2(M),$$

где $\kappa(\gamma_*)$ — некоторая эмпирическая функция, близкая к $f_0^2(a_i \tilde{\xi}_i)$.

Анизотропию скорости перемещения молей в различных направлениях будем описывать формулой

$$(2.7) \quad V_i'^2 = \frac{L_i^2}{\tilde{L}^2} \tilde{V}'^2, \quad \text{где } \tilde{L}^2 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 L_j^2.$$

Выражения (1.5) — (1.10) для P_{ii} , ε_{ii}^m , ε_{ii}^h с учетом (2.4), (2.6) после упрощения их до интегралов по отрезку, параллельному оси x_i , можно записать следующим образом:

$$(2.8) \quad P_{ii}(M_0) = \frac{1}{3} \int_{-1}^1 V_i'^2 f_0^2(a_i \xi_i) H(\xi_i) d\xi_i;$$

$$(2.9) \quad \varepsilon_{ii}^m(M_0) = c_1 L_{i0} \int_{-1}^1 \frac{1}{\mu} V_i' f_0(a_i \xi_i) f_1(a_i \xi_i) G(\xi_i) d\xi_i;$$

$$(2.10) \quad \varepsilon_{ii}^h(M_0) = c_1 L_{i0} \int_{-1}^1 \frac{1}{\mu} V_i' f_0(a_i \xi_i) f_1(\lambda a_i \xi_i) G(\xi_i) d\xi_i,$$

где

$$\xi_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\alpha L_{i0}}, \quad a_i = \alpha L_{i0} \hat{p}_i, \quad \hat{p}_i = \frac{3A_1}{RV_i},$$

$$H(\xi) = 6|\xi|^2(1 - |\xi|), \quad G(\xi) = |\xi|^3(1 - |\xi|),$$

$$\lambda = \frac{b_1 \left(\frac{k}{v}\right)^{0,67} + b_2}{b_1 + b_2}, \quad c_1 = \frac{1}{5} \mu \alpha = 0,18.$$

Коэффициент μ , взятый из схемы (1.1), здесь введен ради преимственности алгоритма. Коэффициент $a_i = \alpha L_{i0} \hat{p}_i$, входящий в аргументы функций f_0 и f_1 , запишем в виде

$$(2.11) \quad a_i = \frac{c_2}{\tilde{\gamma}_*} \frac{L_{i0}}{L_i},$$

где

$$(2.12) \quad c_2 = \frac{[12]}{\mu \alpha} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 (b_1 + b_2), \quad \tilde{\gamma}_* = \frac{1}{\mu} \frac{L^2}{v} \frac{V'}{\tilde{L}}.$$

Аргументы функций f_0 , f_1 можно вычислять, как и в [4], т. е. в соответствии с (1.1) принять

$$\tilde{\gamma}_* = \gamma_* = \frac{r^2}{v} \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|.$$

Не следует только заменять $\tilde{\gamma}_*$ на γ_* в центральной части потока жидкости, где величина $\partial V / \partial n$ мала.

Важно отметить теперь, что, если в уравнении (2.4) оставить лишь члены с генерацией и диссипацией, оно почти в точности превращается в гипотезу для пульсационной скорости моля (1.1), т. е. гипотезу (1.1) можно рассматривать как наиболее упрощенный вид уравнения баланса турбулентной энергии. Величины μ и c^2 , входящие соответственно в (1.1) и (2.4), связаны приближенным соотношением $\mu^2 \approx 2/c^2$.

Уравнение (2.4) при заданных его коэффициентах и заданной правой части решается численным конечно-разностным методом.

После численного решения уравнений (2.4) и (2.6) полученные значения $V'(M)$ используются для вычисления нормальных напряжений и коэффициентов ε_{ii}^m и ε_{ii}^h по формулам (1.9), (1.10). После этого решаются уравнения движения. Ввиду нелинейности уравнений движения и уравнения (2.4) гидродинамическая задача решается методом последовательных приближений.

Для массовых оперативных расчетов полей скорости и температуры в различных каналах формулы (2.9), (2.10) для ε_{ii}^m и ε_{ii}^h можно упростить до локальных;

$$(2.13) \quad \varepsilon_{ii}^m = c_1 f_0(\eta) f_1(\eta) \frac{L_i^2 V'}{\mu \nu L}, \quad c_1 = 0,18;$$

$$(2.14) \quad \varepsilon_{ii}^h = c_1 f_0(\eta) f_1(\lambda \eta) \frac{L_i^2 V'}{\mu \nu L}, \quad \eta = \frac{65}{\gamma_*}$$

3. Расчет установившегося поля скорости в круглой трубе. Значения эмпирических коэффициентов c , $\bar{\theta}$ и $\kappa(\gamma_*)$, входящих в уравнения (2.4) и (2.6), были отработаны на расчете полей скорости в турбулентном потоке жидкости в круглой трубе.

Уравнение движения для установившегося осредненного течения в круглой трубе имеет вид

$$(3.1) \quad -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r (v + \varepsilon_{ii}^m) \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Если ввести безразмерные переменные

$$(3.2) \quad \xi = \frac{r}{a}, \quad U = \frac{w}{v_*}, \quad \Phi = \frac{a v_*}{v}, \quad \text{Re} = \frac{2a \bar{w}}{v} = 2\bar{U}\Phi,$$

где a — радиус трубы, $v_*^2 = \frac{a}{2} \frac{1}{\rho} \left| \frac{\partial p}{\partial z} \right|$, то уравнение (3.2) перепишем следующим образом:

$$-\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi \left(1 + \frac{\varepsilon_{ii}^m}{v} \right) \frac{\partial U}{\partial \xi} = 2\Phi.$$

Уравнение баланса турбулентной энергии для такого течения вместе с формулой для пульсационной скорости моля имеет вид

$$(3.3) \quad c^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_m}{v} \right) q^2 - L^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(1 + \bar{\theta} \frac{\varepsilon_{rr}}{v} \right) \frac{\partial q^2}{\partial r} = 2 \left(1 + \frac{\varepsilon_m}{v} \right) L^2 \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|^2,$$

$$V_i'^2 = 3L_i^2 \left(\sum_{i=1}^3 L_i^2 \right)^{-1} \frac{q^2}{\kappa(\gamma_*)}.$$

В проводимых авторами расчетах множители $(1 + \varepsilon_m/v)$ в членах, описывающих генерацию и диссипацию пульсационной энергии, аппроксимировались формулой

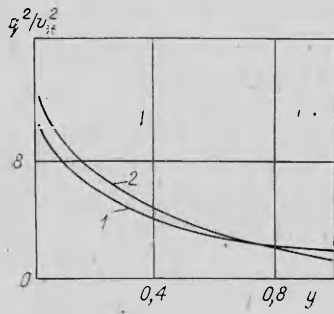
$$1 + \frac{\varepsilon_m}{v} = 1 + 0,2 \frac{L^2}{v} \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|.$$

Коэффициент ε_{rr}/v , входящий в (3.3), вычислялся по формуле

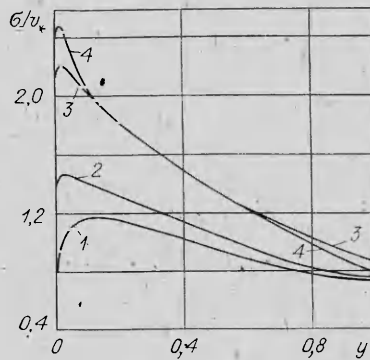
$$\frac{\varepsilon_{rr}}{v} = 0,18 f_0(\eta) f_1(\eta) \frac{L^2}{v} \left| \frac{\partial V}{\partial n} \right|,$$

где $\eta = 65/\gamma_*$.

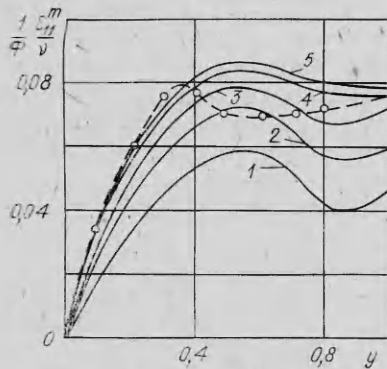
Пробное решение уравнения (3.1) совместно с уравнениями (3.3), (2.9) показало, что для получения удовлетворительного согласия с экспериментальными данными рассчитанных полей турбулентной энергии q^2 , полей осредненной скорости и осредненных пульсаций скорости эмпи-



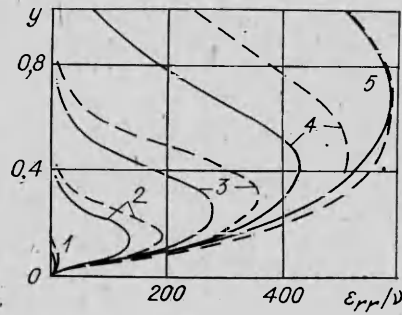
Ф и г. 3



Ф и г. 5.



Ф и г. 4



Ф и г. 6

рическим коэффициентам и функции $\kappa(\gamma_*)$ необходимо придать следующие значения:

$$c^2 = 1,1 + 7/\sqrt{\gamma_*}, \quad \alpha = 0,78, \quad \mu] = 1,15,$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 b_1 = 1,6, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 b_2 = 6,4, \quad \tilde{\theta} = 0,1, \quad \kappa = 0,2 + 0,8 \exp(-50/\gamma_*^{0,75})^*.$$

На фиг. 3 представлено решение для q^2 в потоке жидкости в круглой трубе (кривая 2). Кривая 1 — экспериментальные данные Лауфера [17] ($Re = 5 \cdot 10^5$).

На фиг. 4,5 представлены рассчитанные профили коэффициента турбулентной вязкости ϵ_{11}^m/ν и среднеквадратичных пульсаций σ_1/v_* и σ_3/v_* в потоке жидкости в круглой трубе. Кривые 1—5 на фиг. 4 — рассчитанные профили радиального коэффициента вязкости при $\Phi = 200; 500; 1000; 5000; 20000$ соответственно ($Re = 6 \cdot 10^3; 1,7 \cdot 10^4; 3,8 \cdot 10^4; 2,3 \cdot 10^5; 10^6$), \circ — распределение коэффициента турбулентной вязкости, вычисленное по данным Лауфера [17] ($\Phi = 10^4$). Кривые 1, 3 на фиг. 5 — экспериментальные значения среднеквадратичных пульсаций скорости σ_1/v_* , σ_3/v_* [17], кривые 2 и 4 — соответствующие рассчитанные значения среднеквадратичных пульсаций ($Re = 5 \cdot 10^5$).

4. Расчет участка гидродинамической стабилизации. По численной схеме решения двумерных уравнений движения жидкости, изложенной в [10], были проведены расчеты полей скорости на начальном участке круглой трубы и плоского зазора. Коэффициенты ϵ_{ii}^m/ν вычислялись по формуле (2.13) с учетом (2.4), (2.6). На фиг. 6 представлены рассчитанные профили коэффициента турбулентной вязкости ϵ_{rr}^m/ν в различных сечениях потока жидкости в круглой трубе при $Re = 3 \cdot 10^5$. Проводится сопоставление с результатами расчета, получаемыми при использовании гипотезы

* Отличие значений эмпирических коэффициентов от соответствующих значений, приведенных в [16], объясняется выбором функции $\phi(M, M_0)$.

(1.1). Штриховыми линиями на фиг. 6 показаны значения ε_{rr}^m/ν , полученные с использованием гипотезы (1.1), сплошными — с использованием уравнения баланса (2.4). Кривые 1—5 соответствуют сечениям $x/R = 0,38; 6,85; 17,3; 37,7; 140$ ($Re = 3 \cdot 10^5$).

Из фиг. 6 видно, что при замене гипотезы (1.1) уравнением (2.4) рассчитанные коэффициенты ε_{rr}^m/ν в центральной части потока жидкости на начальном участке канала существенно снижаются, что приводит соответственно и к удлинению участка стабилизации по сравнению с расчетами из [10].

Появился слабо выраженный локальный максимум продольной составляющей скорости на оси трубы на расстоянии от входа порядка двадцати диаметров, о чем свидетельствуют эксперименты и чего в прежних расчетах [10] не обнаруживалось.

5. Перспективы использования модели. Опираясь на общность использованных здесь исходных уравнений и гипотез, а также на результаты пробных расчетов полей скорости и температуры с использованием уравнений (1.5) — (1.7), (2.4) — (2.12), можно утверждать, что модель турбулентного обмена в изложенном здесь варианте в принципе позволяет рассчитывать поля скорости и температуры на участках гидродинамической и тепловой стабилизации в каналах произвольной формы. Для расчетов же струйных течений или внешних обтеканий необходимо совершенствовать уравнения для масштабов турбулентности L и L_i .

С точки зрения использованных в настоящей работе аппроксимаций уравнения баланса турбулентной энергии (2.1) систему уравнений (1.5) — (1.7), (2.4) — (2.12) можно рассматривать как трехмерную модель турбулентного обмена [1, 2] «во втором приближении».

ЛИТЕРАТУРА

1. Булеев Н. И. Теоретическая модель механизма турбулентного обмена в потоках жидкости.— В кн.: Теплопередача. М.: Изд-во АН СССР, 1962.
2. Булеев Н. И. Теоретическая модель турбулентного обмена в трехмерном потоке жидкости.— В кн.: Тр. III Женевской конф. по мирному использованию атомной энергии. Нью-Йорк, 1965, т. 8.
3. Булеев Н. И. Опыт использования пространственной модели турбулентного обмена.— ТВТ, 1976, т. 14, № 2.
4. Булеев Н. И. Дальнейшее развитие пространственной модели турбулентного обмена в потоках несжимаемой жидкости.— В кн.: Пристенное турбулентное течение. Ч. 1. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1975.
5. Булеев Н. И., Зинина Г. А. Корректировка исходных гипотез трехмерной модели турбулентного обмена.— В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. Вып. 2. М.: НИКИЭТ, 1982.
6. Булеев Н. И., Гусев Н. В. Расчет турбулентных течений жидкости в эксцентричных кольцевых зазорах.— В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Реакторостроение. Вып. 6. Обнинск, 1977.
7. Булеев Н. И., Миронович Р. Я. Теплообмен в продольном потоке жидкости в треугольной решетке стержней.— В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. Вып. 4. М.: НИКИЭТ, 1980.
8. Булеев Н. И., Сухомлин Л. С. Гидродинамика и теплообмен в турбулентных потоках жидкости в концентричных кольцевых зазорах.— В кн.: Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика и техника ядерных реакторов. Вып. 2. М.: НИКИЭТ, 1982.
9. Ушаков П. А., Жуков А. В., Матюхин П. М. Азимутальные неравномерности температуры твэлов, расположенных в правильных решетках при турбулентном течении жидких металлов.— ТВТ, 1977, т. 15, № 4.
10. Булеев Н. И., Зинина Г. А. Расчет стабилизации турбулентного потока на входном участке круглой трубы.— В кн.: Проблемы вязких течений. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1981.
11. Волнистова Л. П., Габрионович Б. П., Левченко Ю. Д., Трубаков Ю. П. Турбулентные характеристики потока на входном участке круглой трубы. Препринт ФЭИ-725. Обнинск, 1976.
12. Колмогоров А. Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1942, т. 6, № 1—2.
13. Гиневский А. С., Иселевич В. А. Методы расчета турбулентного пограничного слоя.— В кн.: Механика жидкости и газа (Итоги науки и техники). М.: ВИНТИ, 1978, т. 11.

4. Лушик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3.
15. Турбулентность. Принципы и применения/Под ред. У. Фроста, Т. Моуздена. М.: Мир, 1980.
16. Булеев Н. И., Зинина Г. А. Трехмерная модель турбулентного обмена с использованием уравнения баланса пульсационной энергии.— Вестн АН БССР. Сер. физ.-энерг. наук, 1983, № 3.
17. Хинце. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1965.

Поступила 27/XII 1983 г.

УДК 532.517.4

БЕССДВИГОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ИЗОТРОПНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОЛЕЙ

Н. В. Алексенко, В. И. Букреев, В. А. Костомаха

(Новосибирск)

В сложной и пока не имеющей удовлетворительного решения проблеме описания турбулентного режима движения жидкости большое значение имеют результаты экспериментальных исследований, выполненных в возможно более простых условиях. Так, турбулентное течение существенно упрощается, если в нем отсутствует хотя бы одно из слагаемых баланса энергии турбулентных флуктуаций: конвекция, диффузия, генерация или диссипация. Одним из самых простых является поток за однородной гидродинамической решеткой, где нет диффузии и генерации энергии турбулентности и к тому же могут быть выполнены необходимые условия изотропии флуктуаций.

Течение, в котором нет диффузии энергии турбулентности, было реализовано, например, в [1]. Течение без сдвига осредненной скорости, а следовательно, и без генерации энергии турбулентности впервые изучалось экспериментально в [2]. Эти же условия имеют место в осесимметричном гидродинамическом следе с нулевым избыточным импульсом, экспериментальная информация о котором приведена, например, в [3]. Очень простое турбулентное поле генерирует решетка, колеблющаяся перпендикулярно своей плоскости в непроточном бассейне [4]. В этом случае осредненная скорость равна нулю и существует область, в которой имет место только диффузия и диссипация энергии.

Ниже приводятся описание и некоторые результаты исследования еще одного простого турбулентного течения, в котором нет сдвига осредненной скорости, а конвекция и диффузия являются одномерными. Оно представляется наиболее интересным при анализе задач о взаимодействии турбулентных полей друг с другом, например задач об эволюции пограничного слоя, струи или следа в турбулизованном внешнем потоке. При некоторой дополнительной модификации это течение позволяет также эффективно анализировать вопросы влияния плотности стратификации на турбулентность.

В основе рассматриваемого метода реализации бессдвиговой турбулентности лежит тот экспериментальный факт [5], что перепад давления на однородной гидродинамической решетке, зависящий в общем случае от параметров $Re = U_0 M / \nu$ и M/D , где U_0 — скорость набегающего на решетку потока, D — диаметр составляющих ее стержней, M — расстояние между осями стержней, ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости, перестает зависеть от числа Рейнольдса Re , если оно достаточно велико. В таком асимптотическом по Re режиме можно менять диаметр и шаг стержней в отдельных частях решетки, соблюдая условие $M/D = \text{const}$, и это не повлечет за собой появления поперечных градиентов давления и осредненной скорости в потоке за решеткой. В то же время остается возможность в широком диапазоне менять неравномерность распределения поперек потока интенсивности, характерного масштаба и других вероятностных характеристик флуктуаций, т. е. создавать своего рода стратификацию по характеристикам турбулентности. Если к тому же часть стержней нагреть, то будет иметь место и стратификация по плотности жидкости: устойчивая или неустойчивая, вертикальная или горизонтальная, непрерывная или ступенчатая, в зависимости от того, как осуществляется нагрев.

В данной работе приводятся результаты изучения изотермического течения за решеткой, состоящей из двух частей (фиг. 1). Верхняя ее поло-