УДК 536.33

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ОБТЕКАНИИ АБЛИРУЮЩЕЙ ПЛАСТИНЫ ПОТОКОМ ИЗЛУЧАЮЩЕ-ПОГЛОЩАЮЩЕЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ

## Н. А. Рубцов, В. А. Синицын

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследуется сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена при турбулентном обтекании термически тонкой аблирующей пластины высокотемпературным газодисперсным потоком. Пластина подвергается интенсивному радиационному нагреву внешним источником, представляющим собой абсолютно черное тело. Рассчитаны температурные поля и распределения тепловых потоков вдоль пластины в нестационарных условиях. Результаты расчета позволяют определить влияние числа Старка и теплоты фазового перехода материала пластины на динамику теплового состояния среды в пограничном слое и самой пластины в условиях ее нагрева высокотемпературным источником излучения.

Ключевые слова: излучение, турбулентность, пограничный слой, абляция, рассеяние.

В работах [1–3] изучался процесс радиационно-конвективного теплообмена на пористой пластине, через которую производился вдув среды. При этом вдуваемый поток массы не зависел от температуры пластины и задавался априори.

В настоящей работе процесс массоподвода через поверхность в пограничный слой исследуется во взаимосвязи с теплообменом, при этом используется модель аблирующей пластины.

Рассматривается сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена при турбулентном обтекании термически тонкой аблирующей пластины потоком излучающепоглощающей и рассеивающей газодисперсной среды. Для упрощения считается, что пары материала пластины не влияют на оптические и теплофизические свойства среды. Предполагается, что наличие частиц в потоке не влияет на теплофизические свойства среды, но определяет ее оптические свойства. Размер частиц не меняется в процессе теплообмена. Оптические свойства среды зависят от температуры и длины волны излучения. Теплоемкость считается постоянной; вязкость и теплопроводность зависят от температуры линейно, а плотность — обратно пропорционально. Перенос излучения вдоль пластины не учитывается. Предполагается, что время прогрева пограничного слоя много меньше времени прогрева пластины, поэтому теплообмен в пограничном слое можно рассматривать в квазистационарном приближении. Начальная температура пластины  $T_{w0}$ , причем на участке пластины  $0 < x < x_0$  температура поддерживается постоянной в течение всего процесса нагрева. Нижняя поверхность и задняя кромка пластины теплоизолированы. Вне пограничного слоя расположен источник излучения, представляющий собой абсолютно черное тело, температура которого  $T_s$ . Рассматривается излучение в ограниченном диапазоне спектра  $\Delta$ , в котором среда является поглощающей и рассеивающей. Излучающая поверхность источника параллельна пластине.

Тепловое состояние пластины описывается нестационарным уравнением теплопроводности, а теплообмен в пограничном слое — известной системой уравнений, включающей уравнения неразрывности, движения и энергии.

С учетом принятых допущений динамическая часть задачи сводится к решению дифференциального уравнения

$$\left((1+\mu_t)f''\right)' + \frac{1}{2}ff'' = \xi\left(f'\frac{\partial f'}{\partial\xi} - f''\frac{\partial f}{\partial\xi}\right) \tag{1}$$

с граничными условиями

$$\eta = 0$$
:  $f = 0, f' = -f_w, \qquad \eta \to \infty$ :  $f' \to 1$ 

Здесь f — безразмерная функция тока;  $f_w = V_w (\text{Re }\xi)^{1/2}$ ;  $V_w = \rho_w v_w / (\rho_\infty u_\infty)$  — безразмерный поток массы на поверхности пластины, определяемый ниже; индексы  $w, \infty$  соответствуют условиям на пластине и во внешнем течении;  $\eta = \left(\frac{\rho_\infty u_\infty}{\mu_\infty x}\right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy$ ,

 $\xi = x/L$  — поперечная и продольная безразмерные координаты; x, y — соответствующие размерные координаты; u — продольная компонента скорости;  $\rho$  — плотность;  $\mu$  — вяз-кость; L — длина расчетного участка пластины;  $\text{Re} = \rho_{\infty} u_{\infty} L/\mu_{\infty}$  — число Рейнольдса; штрих означает дифференцирование по координате  $\eta$ .

Тепловая часть задачи состоит из уравнений и краевых условий, описывающих теплоперенос:

в пограничном слое

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \left( \frac{1}{\Pr} + \frac{\bar{\mu}_t}{\Pr_t} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \xi f' \frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \frac{\operatorname{Sk}}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \xi \Psi = 0, \qquad \xi_0 < \xi < \xi_1, \quad 0 < \eta < \infty; \quad (2)$$

 $\xi = \xi_0$ :  $\theta = \theta_0$ ,  $\eta = 0$ :  $\theta = \theta_w$ ,  $\eta \to \infty$ :  $\theta \to 1$ 

и в обтекаемой пластине

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial \operatorname{Fo}} = \frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \xi^2} - \mathscr{X} \operatorname{Sk} Q_w, \qquad \xi_0 < \xi < \xi_1, \quad \operatorname{Fo} > 0; \tag{3}$$

$$\operatorname{Fo} = 0: \quad \theta_w = \theta_{w0}, \qquad \xi = \xi_0: \quad \theta_w = \theta_{w0}, \qquad \xi = \xi_1: \quad \frac{\partial \theta_w}{\partial \xi} = 0.$$

Здесь и далее  $\bar{\mu}_t = \mu_t/\mu$ ;  $\mu_t$  — турбулентная вязкость;  $\theta = T/T_{\infty}$  — безразмерная температура;  $\theta_0(\eta)$  — автомодельное решение уравнения энергии (2) без учета излучения;  $x = \lambda_{\infty}L/(\lambda_c H)$  — параметр сопряженности; H — толщина пластины; Fo =  $a_c t/L^2$ , Pr =  $\mu_{\infty}/(\rho_{\infty}a_{\infty})$ , Sk =  $4\sigma T_{\infty}^3 L/\lambda_{\infty}$  — числа Фурье, Прандтля и Старка соответственно; Pr<sub>t</sub> — турбулентное число Прандтля;  $\lambda_c$ ,  $\lambda_{\infty}$  — теплопроводность материала пластины и среды во внешнем течении соответственно;  $a_c$ ,  $a_{\infty}$  — коэффициенты температуропроводности материала пластины и среды во внешнем течении;  $\xi_0 = x_0/L$ ;  $\xi_1 = x_1/L$ ;  $x_0$ ,  $x_1$  границы расчетного участка пластины;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Безразмерная плотность суммарного теплового потока на пластине  $Q_w$  в уравнении (3) определяется выражением

$$Q_w = -\frac{1}{\mathrm{Sk}} \left(\frac{\mathrm{Re}}{\xi}\right)^{1/2} \frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta=0} + \Phi_w - \frac{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{\mathrm{Sk}} V_w Q_L,$$

где  $\Phi_w = E_w/(4\sigma T_\infty^4)$ ;  $E_w$  — интегральное по спектру значение плотности потока результирующего излучения на пластине;  $Q_L = q_L/(\rho_\infty c_p T_\infty)$ ;  $q_L$  — теплота испарения материала пластины.

Выражение для безразмерной дивергенции плотности лучистого потока в уравнении (2) имеет вид

$$\Psi = \int_{\Delta} \frac{\tau_{\lambda L} (E_{0\lambda} - E_{*\lambda})}{4\sigma T_{\infty}^4} \, d\lambda,\tag{4}$$

где  $E_{0\lambda}(T) = 2\pi hc^2 / [\lambda^5 (\exp(hc/(k\lambda T)) - 1)]$  — плотность потока равновесного излучения;  $E_{*\lambda} = 2\pi \int_{-\infty}^{1} I_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \chi) \chi \, d\chi$  — объемная плотность потока падающего излучения;  $I_{\lambda}$  —

интенсивность излучения;  $\chi$  — косинус угла между осью ординат и направлением распространения излучения;  $\lambda$  — длина волны; c — скорость света в вакууме; h, k — постоянные Планка и Больцмана соответственно;  $\tau_{\lambda L} = k_{\lambda}L$  — характерная оптическая толщина;  $k_{\lambda}$  коэффициент ослабления среды; индексом  $\lambda$  обозначены спектральные величины. Интегрирование по длине волны в уравнении (4) производится в диапазоне спектра  $\Delta$ , в котором среда поглощает и рассеивает. Оптическая толщина в сечении  $\xi$  пограничного слоя являет-

ся функцией длины волны и температуры и представляется в виде  $\tau_{\lambda} = \left(\frac{\xi}{\text{Re}}\right)^{1/2} \int_{0}^{\eta} \frac{\tau_{\lambda L}}{\theta} d\eta.$ 

Радиационный теплообмен в рассматриваемой системе, представляющей собой плоский слой излучающе-поглощающей и рассеивающей среды, заключенной между поверхностями источника и пластины, описывается уравнением переноса излучения. Для решения этого уравнения используется метод средних потоков [4]. Поле скорости в турбулентном пограничном слое рассчитано с использованием двухслойной модели Себеси — Смита [5].

Так как искомый параметр (температура пластины) входит в граничные условия для уравнений (1), (2), то уравнения (1), (3) решались совместно с уравнением переноса излучения путем последовательного уточнения температуры пластины, при этом уравнение (1) интегрировалось итерационно-разностным методом [6].

Исследуемая среда являлась газодисперсной и представляла собой смесь углекислого газа, водяного пара и частиц твердой фазы. В качестве твердой фазы рассматривались частицы угля и золы. С помощью такой смеси в определенной мере можно моделировать атмосферу топок паровых котлов.

Пренебрегая рассеянием в газовой фазе, коэффициент ослабления рассматриваемой модельной среды можно представить в виде

$$k_{\lambda} = k_{\lambda p} + k_{\lambda g},$$

где  $k_{\lambda p}$  — коэффициент ослабления облака частиц;  $k_{\lambda g}$  — коэффициент поглощения газа.

Для учета селективного поглощения излучения в газовой фазе применяется метод узкой полосы, основанный на статистической модели Гуди [7]. В модели Гуди предполагается, что линии поглощения распределены в спектре частот случайным образом, а интенсивность линий — по некоторому закону (чаще экспоненциальному). В рамках данного метода спектральный коэффициент поглощения при невысоких давлениях можно представить в виде

$$k_{\lambda g} = P(\gamma_{\lambda CO_2} C_{CO_2} + \gamma_{\lambda H_2 O} C_{H_2 O}),$$

где P — полное давление газа; C — молярные концентрации компонентов смеси;  $\gamma_{\lambda H_{2}O}$ ,  $\gamma_{\lambda CO_{2}}$  — средняя интенсивность линии в полосе поглощения водяного пара и углекислого газа.

Параметр полосы  $\gamma_{\lambda}$  зависит от температуры. В настоящей работе использованы значения этого параметра из работ [8–10] в диапазоне температур 300 ÷ 1500 К. В расчете

переноса излучения учитывались полосы 7250, 5331, 3755 см<sup>-1</sup> для  $H_2O$  и полосы 667, 3715 см<sup>-1</sup> для  $CO_2$ .

Параметры, характеризующие оптические свойства частиц, взяты из работы [11]. Рассматривая облако частиц как полидисперсную смесь с гамма-распределением по размерам, авторы работы [11] получили приближенные формулы для расчета коэффициентов ослабления и рассеяния в зависимости от параметра дифракции  $x = \pi \bar{d}/\lambda$  ( $\bar{d}$  — средний диаметр частиц).

Как известно, абляция обтекаемой поверхности представляет собой унос вещества в пограничный слой за счет фазовых переходов (плавления, испарения), механической эрозии, процессов термической деструкции и т. д. В настоящей работе принимается, что определяющим процессом среди указанных выше является процесс испарения. Испарение предполагается существенно неравновесным, при этом давление насыщенных паров в потоке оказывается значительно ниже давления насыщения при любом значении температуры поверхности. Такая ситуация характерна для высокоскоростных течений. Экспериментальные исследования испарения многих материалов показали, что зависимость потока массы пара от температуры пластины можно приближенно представить в форме закона Ленгмюра — Кнудсена для испарения в существенно неравновесных условиях [12]

$$V_w = \frac{a_1}{\sqrt{\theta_w}} \exp\left(-\frac{a_2}{\theta_w}\right),\tag{5}$$

где  $a_1, a_2$  — коэффициенты, не зависящие от температуры пластины:

$$a_1 = \frac{aP_{sat}(T_{\infty})}{\rho_{\infty}u_{\infty}} \sqrt{\frac{M}{2\pi RT_{\infty}}} \exp\left(\frac{q_L M}{RT_{\infty}}\right), \qquad a_2 = \frac{q_L M}{RT_{\infty}}$$

Здесь a — коэффициент аккомодации;  $P_{sat}$  — давление насыщенных паров; M — молекулярная масса паров; R — газовая постоянная. Значения  $a_1$ ,  $a_2$  для различных материалов изменяются в широких пределах.

Представленные результаты получены при температуре внешнего течения  $T_{\infty} = 1000$  K, температуре внешнего источника  $T_s = 1500$  K, безразмерной температуре внешнего источника  $\theta_s = T_s/T_{\infty} = 1.5, a_1 = 10^{-3}, a_2 = 10^{-2}$ . Расчеты проводились при следующих значениях определяющих параметров:  $\theta_{w0} = 0.3$ ,  $\Pr = 0.7$ ,  $\Pr_t = 0.9$ ,  $\operatorname{Re} = 10^6$ . Степень черноты поверхности пластины принималась равной 0.99. Полагалось, что  $C_{\rm CO_2} = 0$ ,  $C_{\rm H_2O} = 1$ . Полное давление газа P = 1 атм, параметр сопряженности  $\mathscr{R} = 1$ , в качестве твердых частиц в потоке рассматривались частицы угля среднего диаметра  $10^{-4}$  м с концентрацией  $2 \cdot 10^{-7}$  м<sup>-3</sup>.

Расчеты показали, что при указанной концентрации частиц в потоке вклад газовой фазы в радиационный перенос незначителен. Это объясняется дискретностью спектра поглощения газа и малостью толщины пограничного слоя.

На рис. 1 представлены распределения температуры  $\theta_w$  вдоль пластины в стационарных условиях в зависимости от радиационно-кондуктивного критерия Старка Sk и параметра  $Q_L$ , характеризующего интенсивность поглощения тепла при фазовом переходе. Кривые 3 на рис. 1 для различных значений  $Q_L$  совпадают. Видно, что бо́льшим значениям числа Старка соответствует более высокий уровень температуры. Причина такого поведения температурного поля заключается в следующем. Когда значение Sk велико, основную роль в теплообмене пластины с движущейся средой играет излучение. В стационарных условиях для компенсации падающего на пластину радиационного потока от внешнего высокотемпературного источника излучения необходим интенсивный поток излучения от пластины. Этого можно достичь лишь за счет разогрева пластины. Результаты расчета показывают, что рост параметра  $Q_L$  приводит к снижению температуры пластины из-за увеличения количества поглощенного тепла при фазовом переходе. При этом расслоение



Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. Распределение температуры вдоль пластины в стационарных условиях: штриховые кривые —  $Q_L = 0$ ; сплошные —  $Q_L = 0,4$ ; 1 — Sk =  $10^2$ ; 2 — Sk =  $10^4$ ; 3 — Sk =  $10^6$ 

Рис. 2. Распределение температуры в сечении  $\xi = \xi_1$  пограничного слоя в стационарных условиях (обозначения те же, что на рис. 1)

кривых по параметру  $Q_L$  зависит от числа Старка. При малых значениях Sk расслоение кривых больше, что объясняется сильным влиянием теплопроводности на теплообмен у поверхности пластины.

На рис. 2 приведено распределение температуры  $\theta$  в пограничном слое в последнем сечении по координате  $\xi$  в стационарных условиях. Наличие внешнего источника излучения при больших значениях Sk приводит к существенному перегреву пограничного слоя вблизи обтекаемой поверхности. При малых значениях Sk влияние внешнего источника и поглощения тепла за счет фазового перехода на поверхности пластины на температуру проявляется слабо. При Sk = 100,  $Q_L = 0$  наличие внешнего источника излучения приводит к формированию изотермического (по толщине пограничного слоя) состояния. Обнаружены те же тенденции в поведении кривых температуры в зависимости от числа Старка



Рис. 3. Влияние параметра  $Q_L$  на динамику распределения плотности потока результирующего излучения  $\Phi_w$  вдоль пластины: штриховые кривые —  $Q_L = 0$ ; сплошные —  $Q_L = 0,4$ ; 1 — расчет для 5 шагов по времени; 2 — расчет для 10 шагов; 3 — стационарный режим

Рис. 4. Влияние параметра  $Q_L$  на динамику распределения суммарного потока  $Q_w$  вдоль пластины (обозначения те же, что на рис. 3)

и параметра  $Q_L$ . При интенсивном теплообмене излучением (больших значениях Sk) влияние поглощения тепла при фазовом переходе на температурное поле в пограничном слое в стационарных условиях невелико.

Проведенные расчеты позволяют определить влияние поглощения тепла при фазовом переходе на динамику распределения тепловых потоков вдоль пластины. На рис. 3 приведены зависимости плотности потока результирующего излучения  $\Phi_w$  от параметра  $Q_L$  в различные моменты времени. Шаг по безразмерному времени (числу Фурье)  $\Delta$  Fo = 2,5 · 10<sup>-5</sup>. Кривые 1 для различных значений  $Q_L$  совпадают. Прежде всего необходимо отметить уменьшение величины радиационного потока по мере установления стационарных условий. Это объясняется тем, что при разогреве пластины увеличивается компенсация потока падающего излучения собственным излучением пластины. Видно, что с ростом  $Q_L$  происходит увеличение значения  $\Phi_w$ . Это объясняется тем, что поглощение тепла за счет фазового перехода приводит к охлаждению пластины и, следовательно, к снижению компенсации падающего излучения эффективным излучением пластины. В стационарных условиях этот эффект проявляется слабее.

На рис. 4 приведено распределение плотности суммарного теплового потока  $Q_w$  вдоль пластины в зависимости от параметра  $Q_L$ . Шаг по безразмерному времени  $\Delta$  Fo =  $5 \cdot 10^{-5}$ . При стационарном режиме кривые для различных значений  $Q_L$  совпадают. Видно, что наиболее сильное влияние на  $Q_w$  процесс абляции оказывает на начальной стадии нагрева, когда имеет место сильная неизотермичность в распределении температуры пластины. При этом наблюдаются экстремальные области, в которых значение суммарного потока  $Q_w$  оказывается минимальным.

Предварительный анализ показывает, что предложенная модель позволяет исследовать основные закономерности процессов тепло- и массообмена в пограничном слое при обтекании плоской поверхности потоком высокотемпературной газодисперсной среды с внешним источником излучения.

## ЛИТЕРАТУРА

- Rubtsov N. A., Sinitsyn V. A., Timofeev A. M. Conjugate problems of unsteady radiationconvection heat exchange in scattering media on a permeable plate // Russ. J. Engng Thermophys. 1991. V. 1, N 3. P. 211–223.
- Рубцов Н. А., Синицын В. А., Тимофеев А. М. Нестационарная сопряженная задача радиационно-конвективного теплообмена на проницаемой пластине // Сиб. физ.-техн. журн. 1991. Вып. 1. С. 57–61.
- Рубцов Н. А., Синицын В. А., Тимофеев А. М. Сопряженная задача радиационноконвективного теплообмена для сжимаемой среды // Сиб. физ.-техн. журн. 1992. Вып. 5. С. 25–31.
- Рубцов Н. А., Тимофеев А. М., Пономарев Н. Н. О поведении коэффициентов переноса в прямых дифференциальных методах теории радиационного теплообмена в рассеивающих средах // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1987. Т. 18, вып. 5. С. 3–8.
- 5. Cebeci T., Smith A. M. Analyses of turbulent boundary layers. N. Y.: Acad. Press, 1974.
- Rubtsov N. A., Timofeev A. M. Unsteady conjugate problems of radiative-convective heat transfer in laminar boundary layer on a thin plate // J. Numer. Heat Transfer. 1990. V. 17, N 2. P. 127–143.
- 7. Гуди Р. Атмосферная радиация. М.: Мир, 1969.
- Soufiani A., Hartmann J. M., Tain J. A. Validity of band model calculations for CO<sub>2</sub> and H<sub>2</sub>O applied to radiative properties and conductive-radiative transfer // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1985. V. 33, N 3. P. 243–257.
- Hartmann J. M., Levi di Leon R., Tain J. A. Line by line and narrow band statistical model calculations for H<sub>2</sub>O // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1984. V. 32, N 2. P. 119–127.
- Tain J. A. Line by line calculation of low resolution radiative properties of CO<sub>2</sub>-CO transparent non-isothermal gases mixtures up to 3000 K // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 1983. V. 31, N 4. P. 371-379.
- Changsik Kim, Noam Lior. Easily computable good approximations for spectral radiative properties of particle-gas components and mixture in pulverized coal combustors // Fuel. 1995. V. 74, N 12. P. 1891–1902.
- 12. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.

Поступила в редакцию 15/V 2002 г., в окончательном варианте — 1/VII 2003 г. \_\_\_\_\_