

ОТРАЖЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ЖЕСТКОЙ СТЕНКИ В СМЕСИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА И ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

А. А. Жилин, А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск,
e-mail: fedorov@itam.nsc.ru

Изучена проблема отражения ударных волн и волн разрежения от жесткой стенки в смеси жидкого железа и мелких кристаллов молибдена. Исследование проведено в рамках равновесного и неравновесного приближений механики гетерогенных сред с различными давлениями компонентов. Верификация математической модели проведена путем согласования зависимости равновесно-замороженной скорости звука от начального давления в смеси с известными экспериментальными данными. В равновесном подходе определена зависимость типа отраженной ударной волны от типа падающей. Прямыми численными расчетами в рамках неравновесной модели механики гетерогенных сред обоснована справедливость полученной карты отражений. Выявлена возможность значительного компактирования частиц молибдена в отраженных волнах.

В [1] высказана гипотеза о возможности протекания в недрах планет цепных ядерных реакций при взаимодействии ударных волн (УВ) со слоем частиц диоксида урана в жидком железе. Для моделирования этого явления нами была взята смесь жидкого железа и кристаллов молибдена. Плотность последнего близка к плотности диоксида урана, он мало растворим в железе, и, кроме того, хорошо известны его другие физические параметры (см. [2, 3]). Ниже в одномерном изотермическом приближении изучается возможность компактирования в такой смеси слоя мелких кристаллов под действием УВ с позиции механики гетерогенных сред с различными скоростями и давлениями компонентов смеси.

1. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается смесь жидкого железа (легкого компонента) и мелких кристаллов молибдена (тяжелого компонента), находящаяся в термодинамическом равновесии, по которой справа налево распространяется УВ либо волна разрежения. За фронтом УВ после зоны релаксации давлений и скоростей параметры смеси принимают значения, равные конечному равновесному состоянию. Слева от УВ расположена жесткая стенка ($x = 0$), отражаясь от которой УВ формирует новое равновесное состояние в среде за ее фронтом. Изучим возможные типы ударно-волновых течений, возника-

ющих при отражении от жесткой границы в области $x \geq 0, t \geq 0$.

Течение смеси описывается уравнениями сохранения массы и количества движения для каждого компонента. Для замыкания системы привлекаются уравнение переноса для тяжелого компонента и уравнения состояния компонентов, записываемые в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} = -m_1 \frac{\partial P_1}{\partial x} + F_S, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} = -m_2 \frac{\partial P_2}{\partial x} - (P_2 - P_1) \frac{\partial m_2}{\partial x} - F_S,$$

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial m_2}{\partial x} = R,$$

$$P_1 = \frac{\rho_1}{m_1} - 1, \quad P_2 = a^2 \left(\frac{\rho_2}{m_2} - \bar{\rho} \right), \quad m_1 = 1 - m_2.$$

Здесь ρ_i, u_i, P_i и m_i — средняя плотность, скорость, давление и объемная концентрация i -го компонента смеси; $F_S = m_1 \rho_2 (u_2 - u_1) / \tau_S$ — сила Стокса; $\tau_S = 2\bar{\rho} / 9\mu_1$ — время релаксации скоростей под действием силы Стокса; $R = m_1 m_2 (P_2 - P_1) / \tau_{m_2}$ — функция, описывающая процесс переноса твердой фазы; $\tau_{m_2} =$

$2\rho_{22,0}a_2r/\rho_{11,0}a_1^2 \approx 2\mu_2$ — время релаксации объемной концентрации тяжелого компонента смеси; μ_i — динамическая вязкость i -го компонента; $a = a_2/a_1$; $\bar{\rho} = \rho_{22,0}/\rho_{11,0}$; $C = 1 - a^2\bar{\rho}$; $\rho_i m_i \rho_{ii}$; $\xi_i = \rho_i/\rho$; ρ_{ii} — истинная плотность i -го компонента; a_i и $\rho_{ii,0}$ — скорость звука и истинная начальная плотность материала i -го компонента смеси. Обезразмеривание скоростей проводилось по отношению к a_1 , плотностей — к $\rho_{11,0}$, давления — к $a_1^2\rho_{11,0}$, динамической вязкости — к $\mu_0 = a_1\rho_{11,0}r$, пространственной координаты x — к радиусу твердых частиц r , времени t — к $t_0 = r/a_1$. Здесь и далее индекс 1 относится к параметрам легкого компонента, а индекс 2 соответствует тяжелому компоненту, 0 — начальным значениям величин, «к» — конечным.

В работах [4, 5] в автомодельном приближении рассматриваются асимптотические подходы к исследуемой математической модели. В [4] изучаются решения в случае равновесия скоростей компонентов смеси ($u_1 = u_2$), но с различными давлениями ($P_1 \neq P_2$). В [5] изучено второе асимптотическое решение, когда смесь описывается общим давлением ($P_1 = P_2$), но скорости компонентов различны ($u_1 \neq u_2$).

При изучении процессов распространения УВ по смеси для уравнений (1) корректной является начально-краевая задача для вектора решения $\varphi(\rho_1, \rho_2, u_1, u_2, m_2)$:

$$\varphi = \varphi_0(x), \quad x \geq 0, \quad t = 0, \quad (3)$$

$$u_1 = u_2 = 0, \quad x = 0, \quad t \geq 0.$$

Здесь $\varphi_0(x)$ описывает структуру стационарной УВ какого-либо из типов ударно-волновых течений, определенных в автомодельном приближении [6].

2. АВТОМОДЕЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В соответствии с [6–8] приведем результатов расчетов задачи (1), (2) для смеси жидкого железа и молибдена. Карта стационарных решений приведена на рис. 1. Здесь сплошными вертикальными линиями нанесены характерные скорости смеси: a_i — скорость звука i -го компонента и C_{fe} — замороженно-равновесная скорость звука [6]. Штриховая линия $U_k = 1$ разделяет плоскость (m_{10}, D) на область непрерывных решений по легкому компоненту (ниже рассматриваемой линии)

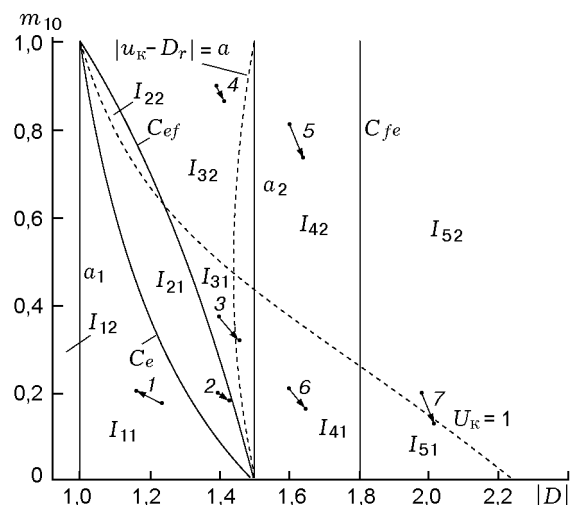


Рис. 1. Карта решений

и область, где решения существуют в классе разрывных функций (выше линии $U_k = 1$). Здесь D, D_r — скорость падающей и отраженной УВ соответственно. На рисунке представлены также равновесная (C_e) и равновесно-замороженная (C_{ef}) скорости звука [6]. В отличие от [5], где для смеси воды и кварцевого песка было показано, что равновесная скорость звука пересекает линию a_1 , для изучаемой смеси во всем интервале $m_{10} \in (0, 1)$ скорость C_e является монотонной функцией. Это объясняется близостью значений скоростей звука и истинных плотностей компонентов смеси. Так, для смеси воды и кварцевого песка $a = a_2/a_1 = 3$, $\bar{\rho} = \rho_{22,0}/\rho_{11,0} = 2,65$, а для смеси жидкого железа и кристаллов молибдена соответствующие отношения таковы: $a = 1,5$; $\bar{\rho} = 1,4$ [2, 9].

Согласно утверждению о четырех типах УВ [6], здесь также имеются полностью дисперсионные УВ в областях I_{21} и I_{31} , замороженно-дисперсионные УВ в областях I_{22} и I_{32} , дисперсионно-замороженные УВ в областях I_{41} и I_{51} , замороженные УВ двухфронтной конфигурации в областях I_{42} и I_{52} . В области I_{11}, I_{12} течение неустойчиво и представлено неустойчивыми ударными волнами разрежения $u_0 - D < u_k - D$, т. е. здесь не выполняется условие теоремы Цемплена.

На рис. 2 показаны распределения скоростей легкого и тяжелого компонентов смеси, которые иллюстрируют все рассмотренные выше типы ударно-волновых конфигураций. Так, при $D = -1,4$ и $m_{10} = 0,4$ реализуется пол-

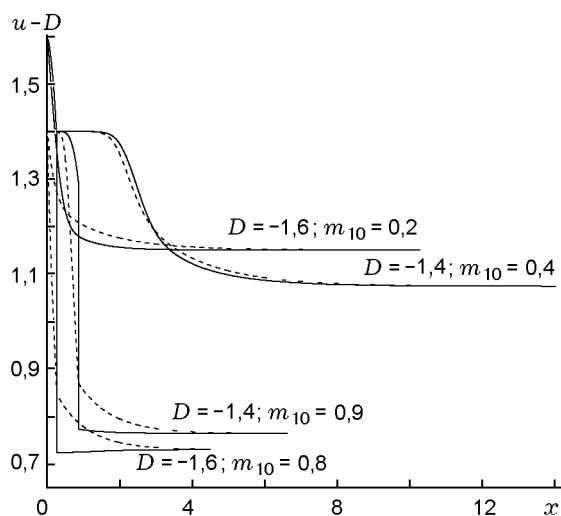


Рис. 2. Ударно-волновые структуры:
штриховые линии — легкий компонент, сплошные — тяжелый

ностью дисперсионная структура, которая характеризуется непрерывными профилями скорости компонентов; при $D = -1,4$ и $m_{10} = 0,9$ — замороженно-дисперсионная конфигурация с внутренним разрывом в легком компоненте и непрерывным течением в тяжелом; при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,2$ — дисперсионно-замороженная структура с непрерывным течением смеси в легком компоненте и головным скачком уплотнения в тяжелом; при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,8$ реализуется замороженная УВ двухфронтной конфигурации с головным скачком в тяжелом компоненте и внутренним разрывом в легком. В табл. 1 приведено распределение ширины зоны релаксации по скоростям до одновременного выполнения трех условий: $|u_1 - u_2| \leq \varepsilon$, $|u_1 - u_k| \leq \varepsilon$ и $|u_2 - u_k| \leq \varepsilon$, где $\varepsilon = 10^{-6}$. Как видно из рис. 2 и табл. 1, ширина зоны релаксации по скоростям компонентов зависит от объемной доли инертной фазы и скорости падающей УВ. Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что а) ширина зоны релаксации увеличивается с ростом объемной концентрации тяжелых кристаллов (с уменьшением содержания жидкого железа) и б) ширина зоны релаксации уменьшается с ростом скорости падающей УВ.

На карте решений (см. рис. 1) нанесены некоторые рассчитанные варианты переходов между начальными и конечными равновесными состояниями перед фронтом падающей и отраженной УВ, стрелка указывает на-

Таблица 1
Ширина зоны релаксации скоростей компонентов смеси

m_{10}	$D = -1,3$	$D = -1,6$	$D = -2,0$
0,01	—	22,1	12,9
0,2	—	17,2	8,9
0,4	41,35	14,0	7,5
0,6	21,6	10,8	7,0
0,7	17,1	9,2	6,5
0,8	13,9	6,8	6,0
0,9	10,9	6,2	5,3

правление перехода. Переход 1 показывает изменение начальных данных для падающей и отраженной волн разрежения, не существующих в стационарном течении. Переход 2 показывает, что при отражении дисперсионной УВ ее тип сохраняется. Переход 3 связывает падающую дисперсионную УВ и отраженную дисперсионно-замороженную УВ. Переход 4 показывает, что падающая замороженно-дисперсионная УВ отражается УВ того же типа, переход 6 — что падающая дисперсионно-замороженная УВ, отражаясь, сохраняет свою ударно-волновую конфигурацию. Переход 5 связывает падающую и отраженную замороженную УВ двухфронтной конфигурации. Переход 7 показывает, что падающая замороженная УВ двухфронтной конфигурации может отражаться УВ дисперсионно-замороженного типа. Представленные переходы показывают, что начальные данные для отраженных УВ сжатия смещаются в область с меньшими объемными концентрациями легкого компонента (m_{10}) и с большими относительными скоростями ($|D|$), а для волн разрежения, наоборот, — в область с большими m_{10} и меньшими значениями $|D|$. При этом длина отрезка (характеризующая силу волны), связывающего начальные данные перед фронтом падающей и отраженной УВ, увеличивается с ростом скорости падающей УВ для волн сжатия.

3. ВЕРИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Рассматриваемая математическая модель была верифицирована в работе [6] для смеси воды и кварцевого песка по зависимости скорости дисперсионной УВ от равновесного давления за ее фронтом. Ниже представлено сравнение с экспериментальными данными [10] для смеси воздуха и кварцевого песка со следующими начальными данными: $\rho_{11,0} = 1,2 \text{ кг/м}^3$, $a_1 =$

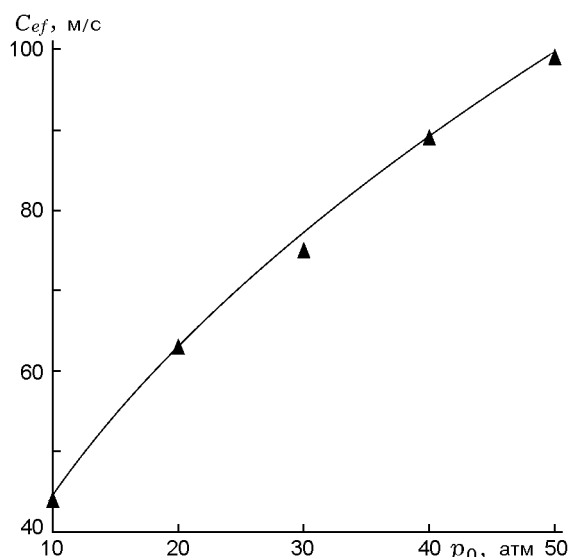


Рис. 3. Сравнение расчетов (сплошная линия) с экспериментами [10] (точки)

330 м/с и $\rho_{22,0} = 2650 \text{ кг/м}^3$, $a_2 = 4500 \text{ м/с}$. На рис. 3 представлена зависимость равновесно-замороженной скорости звука от начального давления в смеси при $m_{10} = 0,4$ — результаты теоретических расчетов и экспериментальные данные работы [10]. Расчет равновесно-замороженной скорости звука проводился по формуле

$$C_{ef} = a_1 \sqrt{\frac{\rho_{11}}{m_1 m_2 \rho_{22}}},$$

где истинная плотность легкого компонента определялась из уравнения состояния для идеального газа в виде $\rho_{11} = p_0 \mu / RT$. Здесь p_0 — начальное давление, μ — молекулярная масса воздуха, R — универсальная газовая постоянная, T — температура, соответствующая нормальным условиям. Так как начальные давления небольшие, то с достаточно высокой степенью точности можно считать, что $\rho_{22} = \rho_{22,0}$. Как видно из представленного рисунка, результаты, полученные по теоретической модели, достаточно точно описывают экспериментальные данные.

4. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ОТРАЖЕННОЙ УВ В РАВНОВЕСНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Начальное равновесное состояние характеризуется параметрами $m_i = m_{i,0}$, $u_i = u_0 = 0$, $P_i = P_0 = 0$ перед фронтом падающей УВ.

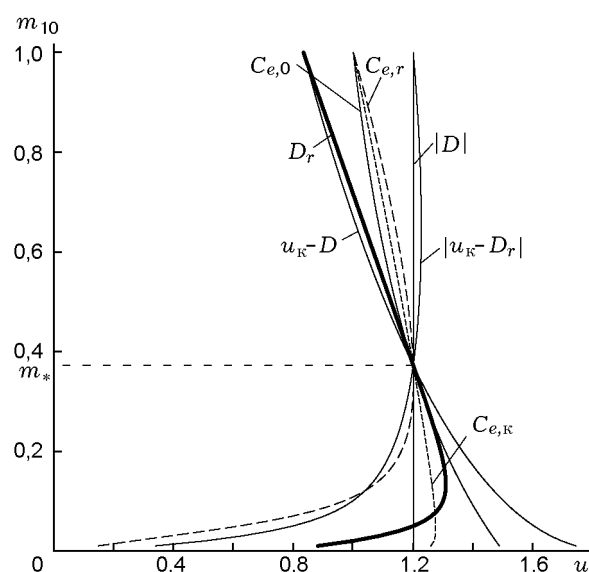


Рис. 4. Поведение характерных скоростей смеси при отражении УВ при $D = -1,2$

За ее фронтом параметры смеси принимают конечные равновесные значения $m_i = m_{i,k}$, $u_i = u_k$, $P_i = P_k$, которые представлены в табл. 2–4 для различных значений m_{10} , D . Равновесное состояние за фронтом отраженной УВ описывается параметрами $m_i = m_{i,r}$, $u_i = u_r = 0$ и $P_i = P_r$, значения которых сведены в табл. 2–4. В [11] аналитически получены условия для определения скорости отраженной УВ, а в [12] численно показано, что после некоторого периода нестационарности формируется течение, соответствующее данным условиям.

Характер поведения скорости отраженной УВ, относительных скоростей фаз за фронтом падающей ($u_k - D$) и перед отраженной ($|u_k - D_r|$) УВ, а также равновесных скоростей звука в зависимости от параметра m_{10} при $D = -1,2$ показан на рис. 4 (а в табл. 2–4 — для $D = -1,4$; $-1,6$ и $-2,0$ соответственно). Здесь видна область неустойчивого течения (расположенная ниже точки сборки $(m_*, 1,2)$), параметры которого не удовлетворяют теореме Цемплена. Выше этой точки движение смеси как в падающей, так и в отраженной УВ устойчиво. При этом $|D| > C_{e,0}$, $|u_k - D| < C_{e,k}$, $|u_k - D_r| > C_{e,k}$ и $|D_r| < C_{e,r}$, для всех $m_{10} > m_*$. Отметим, что увеличение скорости отраженной УВ относительно скорости падающей УВ наблюдалось в смеси воды и кварцевого песка (см. [11]), для изучаемой

Таблица 2

Равновесные параметры смеси за падающей и отраженной УВ при $D = -1,4$

m_{10}	u_k	$m_{1,k}$	P_k	D_r	$m_{1,r}$	P_r	$ u_k - D_r $	k
0,1	-0,014	0,099	0,025	1,389	0,097	0,050	1,403	2,012
0,2	-0,143	0,179	0,245	1,287	0,162	0,524	1,430	2,137
0,3	-0,242	0,258	0,406	1,204	0,228	0,913	1,446	2,249
0,4	-0,326	0,340	0,534	1,129	0,298	1,256	1,455	2,354
0,5	-0,400	0,427	0,638	1,058	0,375	1,568	1,457	2,456
0,6	-0,466	0,521	0,726	0,989	0,463	1,855	1,454	2,557
0,7	-0,527	0,623	0,800	0,920	0,565	2,124	1,447	2,657
0,8	-0,583	0,736	0,862	0,852	0,684	2,377	1,435	2,757
0,9	-0,610	0,797	0,890	0,818	0,751	2,498	1,428	2,807

Таблица 3

Равновесные параметры смеси за падающей и отраженной УВ при $D = -1,6$

m_{10}	u_k	$m_{1,k}$	P_k	D_r	$m_{1,r}$	P_r	$ u_k - D_r $	k
0,1	-0,341	0,075	0,684	1,286	0,063	1,569	1,627	2,293
0,2	-0,450	0,148	0,882	1,196	0,122	2,143	1,646	2,431
0,3	-0,539	0,223	1,033	1,118	0,184	2,648	1,657	2,563
0,4	-0,618	0,302	1,156	1,045	0,252	3,111	1,663	2,693
0,5	-0,688	0,389	1,256	0,975	0,329	3,548	1,664	2,824
0,6	-0,753	0,484	1,341	0,907	0,418	3,967	1,660	2,959
0,7	-0,813	0,590	1,411	0,838	0,522	4,372	1,651	3,098
0,8	-0,870	0,710	1,470	0,768	0,648	4,770	1,638	3,244
0,9	-0,924	0,845	1,520	0,698	0,803	5,162	1,621	3,397

Таблица 4

Равновесные параметры смеси за падающей и отраженной УВ при $D = -2,0$

m_{10}	u_k	$m_{1,k}$	P_k	D_r	$m_{1,r}$	P_r	$ u_k - D_r $	k
0,1	-0,960	0,056	2,408	1,060	0,045	7,087	2,020	2,943
0,2	-1,036	0,117	2,540	0,998	0,095	7,901	2,034	3,111
0,3	-1,106	0,184	2,648	0,938	0,151	8,696	2,044	3,285
0,4	-1,170	0,258	2,736	0,879	0,214	9,490	2,049	3,468
0,5	-1,231	0,341	2,809	0,819	0,288	10,294	2,050	3,665
0,6	-1,289	0,436	2,868	0,759	0,375	11,123	2,048	3,878
0,7	-1,344	0,545	2,916	0,698	0,481	11,990	2,042	4,113
0,8	-1,398	0,672	2,953	0,634	0,612	12,911	2,032	4,373
0,9	-1,450	0,821	2,981	0,569	0,778	13,906	2,018	4,666

смеси в области ударных волн сжатия оно отсутствует и, естественно, не реализуется при $m_{10} < m_*$.

В табл. 2–4 также представлен коэффициент усиления отраженной волны $k = (P_r - P_0)/(P_k - P_0)$, который характеризует избыточное давление за отраженной УВ, отнесенное к приросту давления в падающей волне. Видно, что:

а) при постоянной скорости падающей УВ давление за падающей и отраженной УВ, а также коэффициент усиления возрастают с ростом начальной объемной концентрации легкого компонента;

б) повышение скорости УВ при постоянной начальной объемной концентрации легкого компонента, приводит как к росту давлений в равновесных состояниях (P_k, P_r), так и к увеличению коэффициента усиления отраженной УВ.

5. ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЛЯ НЕРАВНОВЕСНОГО ТЕЧЕНИЯ

Расчеты задачи (1), (2), проведенные модифицированным методом «крупных частиц», в общем случае неравновесного течения показали, что все четыре типа УВ устойчиво распространяются по смеси (см. [13]).

Рассмотрим поведение параметров компонентов смеси при отражении различных типов УВ от жесткой стенки. В численных расчетах проводился контроль за соблюдением условий Гюгонио в начальном и конечных равновесных состояниях смеси за падающей и отраженной УВ.

В областях I_{11} и I_{12} существуют решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих бегущие волны в виде неустойчивых ударных волн разрежения. При иницировании течения из соответствующих начальных данных ступенчатого вида реализуется волна разрежения (рис. 5). Передний фронт этой волны распространяется по смеси с постоянной скоростью, а задний постепенно замедляется (см. табл. 5). Волна разрежения от жесткой границы отражается волной разрежения. На рис. 5 показан этот процесс при распространении и отражении волны разрежения по гетерогенной смеси при $D = -1,2$ и $m_{10} = 0,2$. Как видно, в смеси формируется волна разрежения. При этом градиенты давления компонентов смеси уменьшаются, причем уменьшение давления во втором компоненте немного опережает понижение давления в первом компоненте как для падающей, так

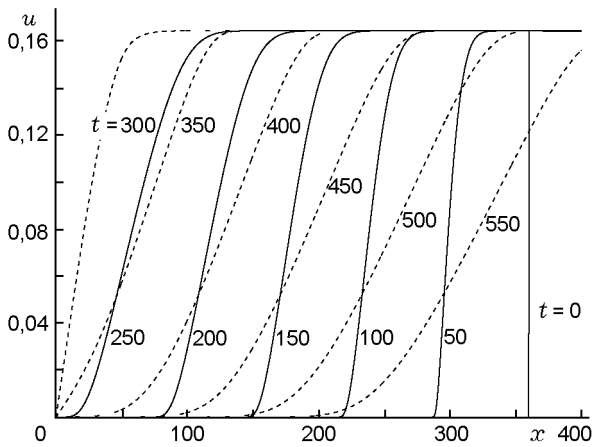


Рис. 5. Отражение ударной волны разрежения при $D = -1,2$ и $m_{10} = 0,2$

и для отраженной УВ разрежения. Отметим, что передний фронт волны разрежения распространяется с переменной скоростью, которая убывает от равновесно-замороженной ($C_{ef} = 1,4304$) до равновесной ($C_{e,0} = 1,3074$) скорости звука. На $x-t$ -диаграмме (рис. 6) показана динамика переднего и заднего фронта волны разрежения. Здесь также нанесены траектории точки движущейся с равновесной, равновесно-замороженной скоростями звука и скоростью звука легкого компонента (a_1). По диаграмме видно, что в начальные моменты времени (до $t \approx 300 \div 400$) передний фронт волны разрежения перемещается со скоростью C_{ef} , затем он замедляется и постепенно приближается к $C_{e,0}$. Эти результаты согласуются с общей теорией распространения возмущений в неравновесных средах. Действительно, передний фронт должен двигаться в покоящуюся среду с замороженной скоростью звука. С ростом времени основной пакет возмущений распространяется

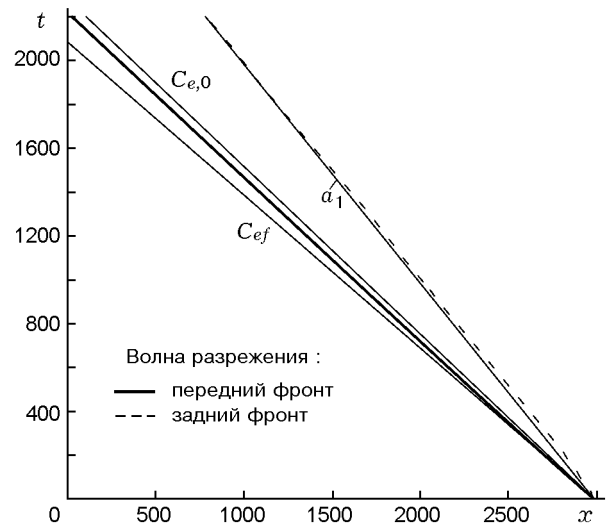


Рис. 6. $x-t$ -Диаграмма ударной волны разрежения

с равновесной скоростью звука. При этом задний фронт волны разрежения движется со скоростью звука в легком компоненте ($a_1 = 1$). Он распространяется с наименьшей из возможных скоростей распространения малых возмущений ($C_{e,0}, a_i, C_{ef}, C_{fe}$), поскольку все прочие возмущения распространяются вверх по потоку с большей скоростью. Таким образом, зона разгона смеси в падающей волне разрежения постепенно расширяется, а градиент скорости убывает. Качественно аналогичное поведение имеет, естественно, и отраженная волна разрежения. Отметим, что скорость переднего фронта отраженной волны разрежения превышает скорость переднего фронта падающей, как это и было показано ранее на рис. 4, в силу изменения начальных параметров смеси перед отраженной волной разрежения.

Исследуем отражение полностью дисперсионных УВ от жесткой границы с начальными параметрами смеси в областях I_{21} и I_{31} (см. рис. 1). В [12] для смеси воды и кварцевого песка было показано, что при отражении дисперсионной УВ с небольшими начальными объемными концентрациями легкого компонента и малыми скоростями падающих УВ ее тип сохраняется. Расчет, проведенный для изучаемой смеси при $D = -1,4$ и $m_{10} = 0,2$, показал, что течение смеси как для падающей, так и для отраженной УВ является практически односкоростным с сохранением типа. При увеличении скорости падающей УВ и начальной объемной концентрации первого компонента (например,

Таблица 5
Зона релаксации волны разрежения
при $D = -1,2$ и $m_{10} = 0,2$

t	x_0	x_k	$H = x_k - x_0$	УВ
50	287	327	40	Падающая
100	216,5	279,5	63	
150	147	230	83	
200	78	180	102	
250	9	129	120	
400	206	16,5	189,5	Отраженная
450	279	69,5	209,5	
500	352	123,5	228,5	

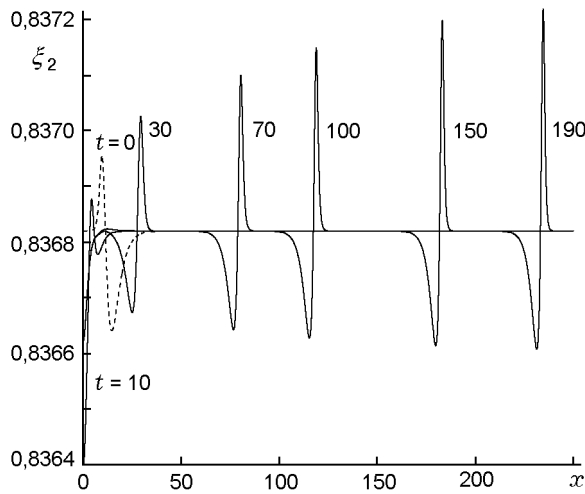


Рис. 7. Относительная массовая концентрация тяжелого компонента

при $D = -1,48$ и $m_{10} = 0,4$) падающая дисперсионная УВ имеет различающиеся скорости компонентов (см. рис. 2), при отражении происходит смена ударно-волновой конфигурации дисперсионно-замороженной, при этом процесс перехода аналогичен рассмотренному в [12].

Важной характеристикой смеси является относительная массовая концентрация тяжелого компонента ξ_2 . Ее поведение при отражении представлено на рис. 7, штриховой линией показан профиль ξ_2 для падающей УВ в момент времени $t = 0$. Видно, что в зоне релаксации скоростей изменение ξ_2 немонотонно. В первой области зоны релаксации значение ξ_2 возрастает, затем резко убывает до минимального значения. Во второй зоне, примыкающей к «квази-фронту» резкого изменения, параметр ξ_2 вновь возрастает до конечного состояния. Отметим, что внутренняя точка пересечения ξ_2 с линией равновесных состояний, на которой значение ξ_2 постоянно и равно $\xi_{2,0} = 0,83682$ при $D = -1,4$ и $m_{10} = 0,2$, соответствует точке промежуточного равновесия по скоростям компонентов смеси на профилях скоростей (см. рис. 2). Зависимость ξ_2 от разницы скоростей компонентов смеси получается из законов сохранения массы в системе координат, связанной с фронтом УВ, вида

$$\xi_2 = \frac{C_1 + C_2 - \rho U_1}{\rho(U_2 - U_1)},$$

где $C_i = \rho_{i,0} v_i$, v_i — относительная скорость i -го компонента. Здесь особенность при $U_1 = U_2$ раскрываема. В первые моменты времени по-

Таблица 6

Амплитуда ξ_2 -импульса

t	$\xi_{2,\min}$	$\xi_{2,\max}$	$\Delta A = \xi_{2,\max} - \xi_{2,\min}, 10^{-6}$
0	0,836641	0,836955	314
10	0,836778	0,836877	99
30	0,836674	0,837024	350
50	0,836656	0,837062	406
70	0,836643	0,837100	457
100	0,836628	0,837149	521
120	0,836621	0,837173	552
150	0,836614	0,837198	584
190	0,836608	0,837219	611

сле контакта падающей УВ с жесткой стенкой образуется слой с пониженной концентрацией тяжелых частиц. Так, при $t = 0$ на жесткой границе достигается минимальное значение $\xi_2 = 0,836398$. Далее, при $t > 10$ УВ продолжает движение в обратном направлении со скоростью D_r , при этом значение ξ_2 на границе жесткой стенки возрастает до $\xi_2 = 0,836622$. Амплитуда ξ_2 -импульса зависит от местоположения внутренней точки равновесия по скоростям компонентов смеси. В табл. 6 представлены максимальное ($\xi_{2,\max}$) и минимальное ($\xi_{2,\min}$) значения ξ_2 -импульса, которые количественно демонстрируют процесс установления течения. Так, за один и тот же интервал времени $\Delta t = 40$, полученный как разность значений $\Delta t = 70 \div 30$ и $\Delta t = 190 \div 150$, увеличение амплитуды составило $\Delta A/A_0 = (457 - 350)/457 = 23\%$ и $\Delta A/A_0 = (611 - 584)/611 = 4\%$ соответственно. Отметим, что относительная массовая концентрация тяжелого компонента как в начальном равновесном состоянии перед фронтом падающей УВ, так и в конечных равновесных состояниях за падающей и отраженной УВ остается постоянной. Это обстоятельство обусловлено соблюдением законов сохранения в смеси.

Исследуем принципиальную возможность возникновения стационарной неоднородности объемной концентрации компонентов смеси в окрестности жесткой границы на основе анализа исходной системы уравнений (1). Поскольку в конечном равновесном состоянии, далеко за фронтом отраженной УВ, смесь находится в покое, то при $u_{1,r} = u_{2,r} = 0$ из законов сохранения массы получаем, что $\rho_{1,r}$ и $\rho_{2,r}$ могут быть произвольными функциями x . Законы сохранения количества движения эквивалентны при этом условиям $m_{1,r} \partial P_{1,r} / \partial x = 0$

и $m_{2,r} \partial P_{2,r} / \partial x = 0$. Отсюда $P_{1,r} = \text{const}$ и $P_{2,r} = \text{const}$. Эти константы в конечном равновесном состоянии на стенке, за отраженной УВ, равны: $P_{1,r} = P_{2,r} = P_r = \text{const}$. Дифференциальное уравнение переноса тяжелого компонента из системы уравнений (1) при условии равенства давлений показывает, что $m_{2,r}$ может быть произвольной функцией x . Уравнения состояния накладывают ограничения на отношение плотности и объемной концентрации соответствующих компонентов смеси в виде

$$\frac{\rho_{1,r}(x)}{m_{1,r}(x)} = P_{1,r} + 1 = \text{const},$$

$$\frac{\rho_{2,r}(x)}{m_{2,r}(x)} = \frac{P_{1,r}}{a^2} + \bar{\rho} = \text{const}.$$

Таким образом, профили плотностей и объемных концентраций компонентов смеси могут быть, вообще говоря, функциями x , при этом любое изменение плотности компонента прямо пропорционально изменению объемной концентрации. Произвол в подобном односкоростном течении (с одинаковыми давлениями) устраняется при расчете на установление течения в задаче об отражении УВ от жесткой стенки. При этом профили средних плотностей фаз вблизи стенки неоднородны по пространству.

Механизм отражения УВ от жесткой границы для областей I_{22} , I_{32} и I_{41} , I_{51} (см. рис. 1) подобен разобранным и проиллюстрированному в [12] для смеси воды и кварцевого песка. Поэтому укажем лишь возникающие при этом типы падающих и отраженных УВ.

В областях I_{22} и I_{32} падающая УВ — замороженно-дисперсионного типа с монотонно убывающим профилем скорости компонента в тяжелом компоненте и с убывающим профилем скорости легкого компонента с внутренним разрывом. Например, при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,9$ отражается УВ с сохранением типа, но профиль скорости легкого компонента становится немонотонным, появляется область торможения тяжелого компонента за фронтом внутреннего скачка уплотнения.

При отражении от стенки дисперсионно-замороженных УВ в областях I_{41} и I_{51} , где падающая УВ имеет монотонный непрерывно убывающий профиль скорости в легком компоненте и монотонно убывающий профиль скорости за головным скачком уплотнения в тяжелом компоненте (см. рис. 2), ее тип сохра-

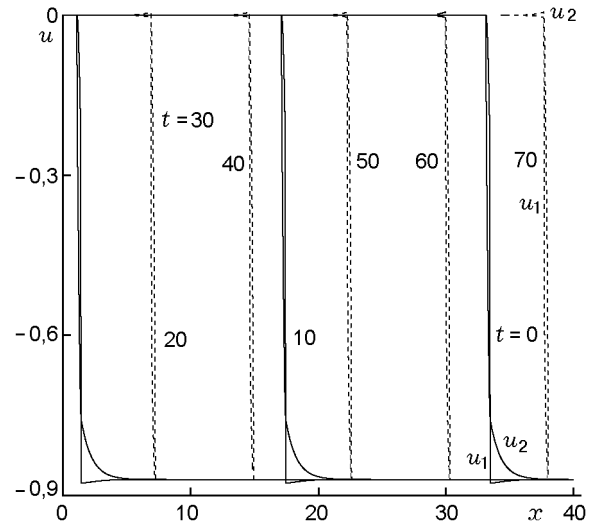


Рис. 8. Отражение УВ двухволновой конфигурации с сохранением типа при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,8$

няется. Однако профиль скорости легкого компонента становится немонотонным, появляется локальный максимум, превышающий конечное равновесное значение скорости $u_0 = 0$.

Более подробно опишем результаты расчетов, не представленные в [12], т. е. изучим отражение УВ двухфронтной конфигурации из областей I_{42} и I_{52} (см. рис. 1) при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,8$. Падающая УВ при $t = 0$ (см. рис. 2) включает: (а) головной скачок уплотнения в тяжелом компоненте, дополненный зоной релаксации до конечного равновесного состояния с изломом в месте возникновения внутреннего разрыва по легкому компоненту; (б) область непрерывного течения по легкому компоненту в головной части (около начального равновесного состояния) с внутренней ударной волной, за которой течение продолжает тормозиться до $u_{1,\text{min}} = -0,876$, а затем разгоняется до конечного равновесного состояния. На рис. 8 показано, что данная конфигурация устойчиво распространяется по смеси при $t = 10, 20$. Взаимодействуя с жесткой границей, она отражается УВ того же типа. Отметим, что у отраженной УВ за головным скачком уплотнения тяжелые частицы продолжают тормозиться до $u_{2,\text{max}} = 0,006$. Это состояние достигается в точке положения внутренней УВ по легкому компоненту, и $u_{2,\text{max}}$ превышает значение скорости в конечном равновесном состоянии смеси, соответствующем состоянию покоя. Затем частицы релаксируют по скоростям до

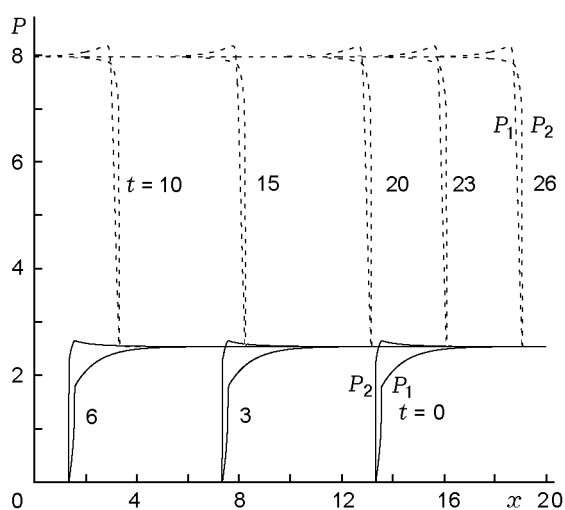


Рис. 9. Отражение двухфронтной УВ с изменением волновой конфигурации при $D = -2,0$ и $m_{10} = 0,2$

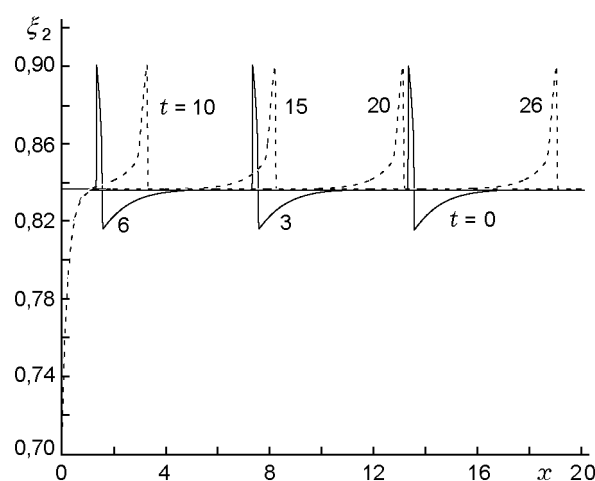


Рис. 10. Изменение относительной массовой концентрации тяжелого компонента при отражении замороженной УВ со сменой типа

равновесия. Легкий компонент в отраженной УВ непрерывно тормозится как перед фронтом внутренней УВ, так и за ним вниз по потоку. При этом давление тяжелого компонента скачком возрастает в головной УВ и плавно продолжает расти до места излома производных, где находится внутренняя УВ по легкому компоненту, и далее (с меньшим градиентом) продолжает расти до конечного равновесного состояния. Давление в легком компоненте плавно нарастает до внутреннего скачка уплотнения, в котором вещество, непрерывно занимающее весь объем, сжимается до значения $P_{1,\max} = 4,779$, превышающего расчетное значение давления в конечном равновесном состоянии ($P_k = 4,7697$), после чего происходит разгрузка легкого компонента до давления P_k .

Как было отмечено выше, особенностью отражения данной конфигурации является смена характера поведения профилей скоростей и давлений компонентов смеси.

Изучим отражение замороженной УВ двухфронтной конфигурации с начальными параметрами $D = -2,0$ и $m_{10} = 0,2$, принадлежащими области I_{52} (см. рис. 1). Стационарная ударно-волновая конфигурация качественно аналогична рассмотренной ранее при $D = -1,6$ и $m_{10} = 0,8$ (см. рис. 8 при $t = 0$), отличие лишь в увеличении амплитуды головного и внутреннего скачков уплотнения. Данная УВ (рис. 9) устойчиво распространяется по смеси в моменты времени $t = 3$ и 6 , взаимодействует с жесткой стенкой и отража-

ется УВ дисперсионно-замороженного типа. Параметры отраженной УВ соответствуют эквивалентной падающей УВ с начальными данными $D = -2,0342$, $m_{10} = 0,117$ и $P_0 = 2,54$, принадлежащими области I_{51} (см. рис. 1). Профиль скорости отраженной УВ также включает головной скачок уплотнения в тяжелом компоненте, дополненный зоной релаксации с небольшим максимумом, и является монотонно возрастающим в легком компоненте. Давление в тяжелом компоненте скачком увеличивается на головной УВ и продолжает возрастать в зоне релаксации до конечного равновесного состояния. В легком компоненте давление вначале непрерывно возрастает до $P_{1,\max} = 8,174$, а затем убывает до конечного равновесного значения.

На рис. 10 видно, что для падающей УВ относительная массовая концентрация тяжелого компонента скачком возрастает до $\xi_{2,\max} = 0,9008$ за счет головного скачка уплотнения, затем убывает до $\xi_{2,\min} = 0,1862$, пересекая линию равновесия $\xi_{2,0} = 0,8368$, и на заключительном этапе плавно увеличивается до $\xi_{2,0}$. При отражении УВ от жесткой границы в окрестности стенки образуется устойчивый стационарный слой с пониженным содержанием тяжелых частиц ($\xi_2 = 0,7083$ на стенке). Как видно из рис. 10, профиль отраженной УВ также включает головной скачок, где значение ξ_2 возрастает до $0,9007$, что практически совпадает с $\xi_{2,\max}$ в падающей УВ, и затем плавно убывает до равновесного значения $\xi_{2,0}$.

Таким образом, в отраженной УВ внутренняя точка пересечения профиля ξ_2 и линии равновесия $\xi_{2,0}$ отсутствует, так как профили скоростей компонентов смеси в отраженной УВ не имеют внутренней точки равновесия.

6. ВЫВОДЫ

В рамках математической модели механики гетерогенных сред с различными давлениями и скоростями численно решена проблема отражения УВ и волн разрежения от жесткой стенки в смеси жидкого железа и кристаллов молибдена:

- проведена верификация математической модели с помощью экспериментальных данных по зависимости равновесно-замороженной скорости звука от начального давления в смеси двух конденсированных материалов;
- в плоскости (m_{10}, D) построена карта решений, позволяющая определить тип отраженной волны по типу падающей;
- показано, что относительная массовая концентрация тяжелой фазы возрастает в зоне релаксации при отражении и найдена область неоднородности их объемных концентраций;
- найдено, что передний фронт волны разрежения распространяется в начальный момент времени с равновесно-замороженной скоростью звука, а при больших временах — с равновесной. Задний фронт движется со скоростью звука в жидком железе.

Авторы благодарны В. В. Митрофанову и В. Ф. Анисичкину за обсуждение некоторых аспектов работы.

Работа выполнена в рамках интеграционного проекта № 97-24 Сибирского отделения РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Анисичкин В. Ф.** Взрываются ли планеты? // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 1. С. 138–142.
2. **Физические** величины: Справочник / А. П. Бабичев и др. / Под. ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
3. **Краткая** химическая энциклопедия / Ред. кол. (отв. ред.) И. Л. Кнузянц и др. М.: Сов. энцикл., 1965. Т. 4. 1182 стб.
4. **Федоров А. В.** Математическое описание течения смеси конденсированных материалов при высоких давлениях // Физическая газодинамика реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1990. С. 119–128.
5. **Федоров А. В.** Структура ударной волны в гетерогенной смеси двух твердых тел с одинаковыми давлениями компонент // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности / Под ред. В. М. Фомина. Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. математики СО РАН, 1992. С. 235–249.
6. **Жилин А. А., Федоров А. В.** Структура ударных волн в двухскоростной смеси сжимаемых сред с различными давлениями // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 10–19.
7. **Zhilin A. A. and Fedorov A. V.** The shock wave structure in a two-velocity mixture of compressible media with two pressures // Preprints of the 8th Intern. Conf. on Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk, ITAM, 1996. V. 2. P. 237–242.
8. **Жилин А. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Бегущая волна в двухскоростной смеси сжимаемых сред с различными давлениями // Докл. РАН. 1996. Т. 350, № 2. С. 201–205.
9. **Кошкин Н. И., Ширкевич М. Г.** Справочник по элементарной физике. М.: Наука, 1965.

10. Любарский С. Д., Иванов А. С. Движение сжатой двухфазной среды насыпной плотности при внезапном расширении // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 3. С. 78–81.
11. Жилин А. А., Федоров А. В. Отражение ударных волн от жесткой границы в смеси конденсированных материалов. 1. Равновесное приближение // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 73–78.
12. Жилин А. А., Федоров А. В. Отражение ударных волн от жесткой границы в смеси конденсированных материалов. 2. Неравновесное приближение // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 6. С. 3–10.
13. Жилин А. А., Федоров А. В. Распространение ударных волн в двухфазной смеси с различными давлениями компонентов // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 1. С. 55–63.

*Поступила в редакцию 29/XII 1998 г.,
в окончательном варианте — 25/XII 1999 г.*
