

УДК 532.526

DOI: 10.15372/PMTF202315394

## ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ВОЛНОВОГО ПОЕЗДА В ПРОДОЛЬНОМ ВОЗМУЩЕНИИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. Д. Косинов, Н. В. Семенов, М. В. Питеримова, А. А. Яцких,  
Ю. Г. Ермолаев, Б. В. Смородский, А. В. Шмакова

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
Новосибирск, Россия

E-mails: kosinov@itam.nsc.ru, semion@itam.nsc.ru, piterimova@itam.nsc.ru,  
yatskikh@itam.nsc.ru, yermol@itam.nsc.ru, smorodsk@itam.nsc.ru, avpanina@itam.nsc.ru

С использованием результатов экспериментов получены пространственно-временные распределения амплитуды контролируемых пульсаций и их частотно-волновые характеристики при слабонелинейном развитии волнового поезда в области стационарного следа внутри пограничного слоя плоской пластины при числе Маха  $M = 2$ . Продольное стационарное возмущение порождалось парой боковых слабых ударных волн. Контролируемые возмущения генерировались в поток локальным высокочастотным тлеющим разрядом, расположенным внутри модели. Анализ развития контролируемых возмущений проводился на основе линейной теории гидродинамической устойчивости. Выявлены типичные резонансные триплеты волн. Обнаружено, что неоднородность течения подавляет механизмы взаимодействия контролируемых возмущений.

**Ключевые слова:** сверхзвуковой пограничный слой, плоская пластина, волновой поезд, слабые ударные волны, продольные возмущения

**Введение.** Воздействие слабых ударных волн (УВ) на переднюю кромку плоской пластины в сверхзвуковом пограничном слое порождает стационарный след, который оказывает влияние на процесс ламинарно-турбулентного перехода [1, 2]. При теоретическом исследовании этого процесса используются прямое численное моделирование и теория гидродинамической устойчивости, а результаты зависят от наличия экспериментальных данных для сравнения с результатами численных расчетов. Например, в работе [3] теоретически рассмотрен процесс генерации продольных структур в сжимаемом пограничном слое внешней завихренностью в набегающих дозвуковом и сверхзвуковом потоках. Оценки характера эволюции трехмерных возмущений в пограничном слое показали, что скорость их затухания вниз по потоку слабо зависит от волнового числа в трансверсальном направлении. Несмотря на то что механизм порождения продольных структур в пограничном слое внешней завихренностью отличается от механизма их порождения слабыми УВ, результаты, полученные в работе [3], можно использовать при анализе экспериментальных данных об эволюции продольных возмущений в волновом представлении.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-19-00666, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>). Эксперименты проведены с использованием оборудования центра коллективного пользования “Механика” (Институт теоретической и прикладной механики СО РАН).

© Косинов А. Д., Семенов Н. В., Питеримова М. В., Яцких А. А., Ермолаев Ю. Г.,  
Смородский Б. В., Шмакова А. В., 2024

Определение механизмов взаимодействия доминирующих мод неустойчивости в пограничных слоях необходимо для предсказания положения ламинарно-турбулентного перехода методами теории гидродинамической устойчивости [4]. Поэтому оценка волновых спектров на основе экспериментальных данных является актуальной задачей. Однако для решения этой задачи необходимо проведение экспериментов по определению волновых характеристик неустойчивых возмущений в контролируемых условиях, что технически трудновыполнимо, особенно в случае сверхзвуковых скоростей потока. Задача усложняется, если течение в пограничном слое становится трехмерным или имеются области неоднородного течения, что может затруднить оценку волновых характеристик неустойчивых возмущений [5].

Особым случаем реализации неоднородного течения в сверхзвуковом пограничном слое является генерация продольных стационарных возмущений парой слабых УВ при их боковом воздействии на переднюю кромку модели [6]. Для получения пары слабых УВ в сверхзвуковом потоке в эксперименте используются двумерные наклейки различной толщины и ширины на боковой стенке аэродинамической трубы [2]. В проведенных ранее исследованиях использовались генераторы слабых УВ шириной 15, 14 и 7 мм и толщиной  $0,12 \div 0,23$  мм. Установлено, что при уменьшении ширины генератора до 7 мм в свободном потоке возникает практически идеальная N-волна, воздействие которой на переднюю кромку приводит к появлению в пограничном слое модели поперечной неоднородности, размер которой по трансверсальной координате меньше ширины наклейки, равной 15 мм (или 14 мм). Во всех случаях порождаемая поперечная неоднородность течения не исчезает в пограничном слое и практически не ослабляется вниз по потоку. Введение в пограничный слой продольных возмущений может задерживать появление ламинарно-турбулентного перехода в условиях повышенной турбулентности внешнего потока, что подтверждено и наблюдается при дозвуковых скоростях при использовании специальных стриков (полосок) [7]. В некоторых случаях стабилизация течения в пограничном слое на плоской пластине продольными возмущениями объясняется замедлением роста волн Толлмина — Шлихтинга. В работе [8] начаты исследования эволюции контролируемых возмущений в сверхзвуковом пограничном слое плоской пластины с возбужденной продольной неоднородностью течения. Стационарные продольные возмущения в сверхзвуковом пограничном слое формировались на передней кромке при воздействии на нее боковыми слабыми УВ. В экспериментах с парой слабых УВ, генерируемых наклейкой шириной 7 мм и толщиной 0,23 мм, удалось определить доминирующий на слабонелинейной стадии ламинарно-турбулентного перехода механизм взаимодействия пульсаций [8]. Результаты работы [8] показали, что неоднородность течения влияет на механизмы взаимодействия субгармонических возмущений. Наблюдается нарушение пространственного синхронизма пульсаций субгармонической частоты в центре волнового поезда. Однако в [8] не удалось выполнить оценку волновых характеристик контролируемых возмущений вследствие отсутствия необходимых экспериментальных данных. Следует отметить, что такого рода эксперименты сложны и затратны, поэтому не всегда удается получить необходимую информацию. Однако условия экспериментов можно повторить с приемлемой точностью. Исследование, проводимое в настоящей работе, является продолжением исследований, начатых в [8].

Цель данной работы — получение различных волновых характеристик воздействующего на переднюю кромку стационарного возмущения в виде пары слабых УВ, генерируемых наклейкой, ширина которой (2,5 мм) меньше ширины наклейки (7 мм), используемой в [8], а толщина равна 0,13 мм, и инициируемого ими в пограничном слое продольного следа, а также волновых характеристик высокочастотного волнового поезда в слабонелинейной области развития при такой же, как в [8], мощности локального источника возму-

щений и смещении относительно поперечной неоднородности точки, в которой вводятся контролируемые возмущения.

Анализ развития волнового поезда выполняется с использованием результатов расчета по линейной теории гидродинамической устойчивости сверхзвукового пограничного слоя при числе Маха  $M = 2$ .

**1. Постановка экспериментов.** В основном постановка экспериментов аналогична постановке, описанной в работе [8]. Однако некоторые параметры изменены для получения новых результатов исследования слабонелинейного развития волнового поезда в продольной неоднородности течения пограничного слоя.

Эксперименты выполнены на модели плоской пластины в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 Института теоретической и прикладной механики СО РАН при числе Маха  $M = 2$  и единичном числе Рейнольдса  $Re_1 = U/\nu = (8,00 \pm 0,04) \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Схема эксперимента приведена на рис. 1.

Модель с точечным источником контролируемых возмущений устанавливалась под нулевым углом атаки в центральной плоскости рабочей части трубы Т-325. Двумерная неоднородность на плоской боковой стенке рабочей части трубы Т-325 генерировала в поток пару слабых УВ. Возмущения, создаваемые генератором слабых УВ, представляют собой N-волну в свободном потоке и над передней кромкой модели. Воздействие слабых УВ на переднюю кромку модели в сверхзвуковом пограничном слое порождает стационарный след. Генератор слабых УВ был размещен на некотором расстоянии от передней кромки модели, так чтобы положение источника контролируемых возмущений соответствовало минимальному значению величины дефекта среднего течения в пограничном слое. В данных экспериментах это расстояние соответствовало координате  $x = -165,5$  мм вверх по потоку от передней кромки модели, где была расположена наклейка. Координаты отсчитываются от модели следующим образом:  $x$  — от передней кромки в направлении набегающего потока,  $y$  — от поверхности модели по нормали,  $z$  — перпендикулярно направлению потока (координата  $z = 0$  соответствует центральной линии симметрии модели). Измерения в пограничном слое выполнены в сечениях  $x = 60, 100, 110, 120$  мм. С целью

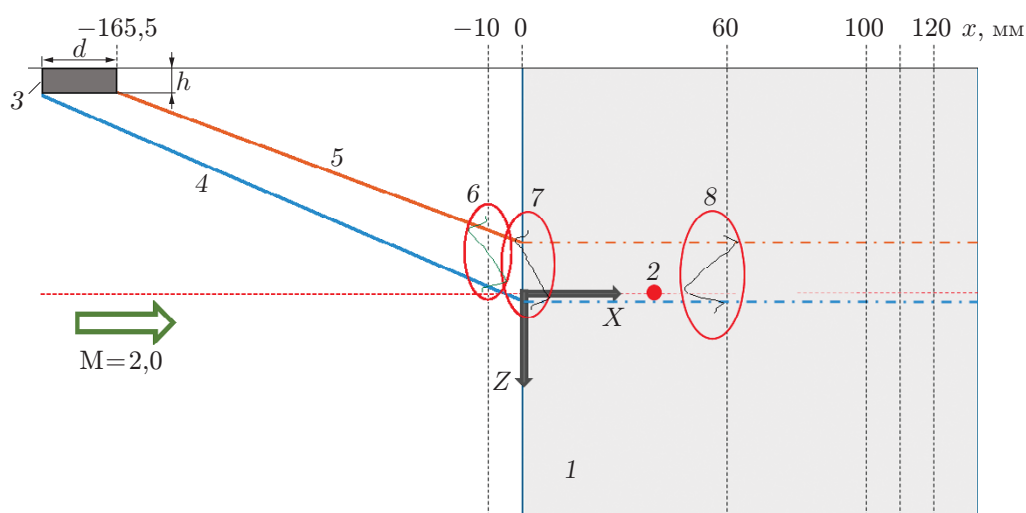


Рис. 1. Схема эксперимента:

1 — плоская пластина, 2 — источник контролируемых возмущений, 3 — генератор слабых УВ, 4, 5 — падающие слабые УВ, 6, 7 — N-волны, полученные в сечениях  $x = -10$  мм и  $x = 0$ , 8 — стационарное продольное возмущение, порожденное N-волной в пограничном слое модели

определения средних и пульсационных характеристик течения в области слабых УВ перед передней кромкой плоской модели проведены термоанемометрические измерения вдоль координаты  $z$  на расстоянии  $x = 0$ , для сравнения использовались результаты работы [9], полученные в сечении  $x = -10$  мм.

В качестве модели использовалась плоская стальная пластина с цилиндрической передней кромкой радиусом  $(0,039 \pm 0,002)$  мм. Модель имела следующие размеры: толщина 10 мм, длина 450 мм, ширина 200 мм. Угол скоса передней кромки составлял  $14^\circ 30'$ . Данная модель использовалась ранее во многих экспериментах (см., например, [8, 10]).

Источник контролируемых возмущений использует высокочастотный тлеющий разряд в камере внутри модели (см. [8]). Возмущения, возникающие в камере, проникали в пограничный слой через отверстие в рабочей поверхности пластины. Диаметр отверстия равен 0,45 мм. Координаты отверстия источника:  $x = (37,25 \pm 0,25)$  мм,  $z = 0$ . Для зажигания тлеющего разряда использовалась цепь, состоящая из генератора ГЗ-112/1, работающего в режиме синусоидального сигнала, и усилителя мощности с амплитудой выходного напряжения до 1000 В. Генератор работал на частоте  $f_{\text{ген}} = 9993$  Гц. Поскольку зажигание разряда происходило дважды за период, основная частота локализованного источника возмущений, вводимых в пограничный слой, составляла  $2f_{\text{ген}}$ . При проведении данных исследований электрическая мощность источника была фиксированной и такой же, как в [8].

Генератор слабых УВ представлял собой ПВХ-ленту прямоугольной формы на клеевой основе. Генератор слабых УВ имел следующие размеры: длина (поперек стенки рабочей части) 150 мм, ширина  $d = 2,5$  мм, высота  $h = 0,13$  мм. Заметим, что в [8] использовалась наклейка высотой 0,23 мм при ширине 7 мм.

Измерения средних и пульсационных характеристик потока выполнялись с помощью термоанометра постоянного сопротивления. Использовались датчики с вольфрамовой нитью диаметром 10 мкм и длиной  $(1,5 \pm 0,1)$  мм. С помощью координатного устройства датчик термоанометра перемещался в трех направлениях: вдоль потока (ось  $x$ ), поперек набегающего потока (ось  $z$ ) и по вертикали (ось  $y$ ). Дискретность перемещения датчика по координатам  $x, z$  составляла 0,05 и 0,10 мм соответственно, по оси  $y$  — 0,01 мм. Перегрев нити датчика задавался приблизительно равным 0,8, что обеспечивало наибольший вклад в измеряемый сигнал пульсаций массового расхода [8]. Регистрация параметров потока в рабочей части выполнялась штатной для трубы Т-325 автоматизированной системой измерения, в которой постоянная составляющая выходного сигнала термоанометра  $E$  измерялась мультиметром Agilent 34401A в режиме, соответствующем разрешающей способности 5,5 разрядов, а переменная часть напряжения оцифровывалась 12-разрядным аналого-цифровым преобразователем с частотой дискретизации 750 кГц. Использовался аналого-цифровой преобразователь, изготовленный в стандарте КАМАК. Его работа управлялась программой измерения, написанной на языке LabVIEW. В каждом положении датчика выполнялось по четыре измерения, синхронизированных с источником контролируемых возмущений. Общая длительность измерений в каждой точке была такой же, как в экспериментах [8], т. е. 250 мс.

**2. Методика обработки данных.** Ниже описана методика обработки полученных экспериментальных данных.

**2.1. Оценка неоднородности среднего течения и его волновых спектров.** Следуя методике, предложенной в работе [8], оценки неоднородности среднего течения представим в виде относительного изменения среднего массового расхода  $\rho U$  по координате  $z$ . Для определения величины неоднородности используем известное уравнение, связывающее среднее напряжение на выходе термоанометра и средний массовый расход:

$$E^2 = L + N(\rho U)^n.$$

Здесь  $L$ ,  $N$  — размерные коэффициенты, определяемые с помощью термоанемометра в свободном потоке. Полагая  $L \approx 0$  [8], получаем

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{n}{2} \frac{\Delta(\rho U)}{\rho U}.$$

С учетом  $n \approx 0,5$  имеем

$$\frac{\Delta(\rho U)}{\rho U} = 4 \frac{\Delta E}{E}.$$

Для оценки волновых спектров амплитуды стационарных возмущений по волновому числу  $\beta$  (модуль трансверсальной компоненты волнового вектора) в экспериментах получены данные в виде распределений дефекта величины нормированного массового расхода по трансверсальной координате  $z$  при  $x = \text{const}$ :

$$A(z_i) = \frac{\rho U(z_i)}{\rho_\infty U_\infty(z_i)} - \overline{\left( \frac{\rho U}{\rho_\infty U_\infty} \right)}.$$

Очевидно, что при этом  $\sum_i A(z_i) = 0$ .

Волновые спектры амплитуды среднего массового расхода в свободном потоке и пограничном слое получены с помощью программы, написанной в среде графического программирования LabVIEW. Спектральные амплитуды стационарных возмущений рассчитывались с помощью дискретного преобразования Фурье (ДПФ) по формуле

$$A_\beta(x_i, \beta) = \left| \frac{1}{Z_0} \sum_{j=1}^M A(x_i, z_j) e^{-i(\beta z_j)} \Delta z \right|,$$

где  $Z_0$  — ширина области измерения;  $M$  — число точек, в которых проводились измерения;  $\Delta z = z_j - z_{j+1}$ .

Методика оценки амплитудно-волнового спектра проверена путем сравнения с известными фурье-образами.

**2.2. Оценка частотно-волновых характеристик контролируемых возмущений.** Обработка результатов термоанемометрических измерений осуществлялась программой, написанной в среде графического программирования LabVIEW.

В экспериментах получены зависимости от координат и времени среднего  $E(x, z)$  и пульсационного  $e'(x, z, t)$  напряжений выходного сигнала термоанемометра. Безразмерная амплитуда пульсаций массового расхода определялась по формуле

$$A(x_i, z_j, t_l) = \frac{e'(x_i, z_j, t_l)}{QE(x_i, z_j)},$$

где  $Q \approx 0,25$  — коэффициент чувствительности датчика термоанемометра к пульсациям массового расхода, определяемый с использованием экспериментальных данных о калибровке датчика [11]:

$$Q = \frac{d \ln E}{d \ln(\rho U)}.$$

Поскольку экспериментальные данные записывались в полном виде, без суммирования, в процессе обработки выполнялось суммирование полученных 16 реализаций, синхронизированных с источником, по 16384 точкам с целью уменьшения случайной составляющей естественных возмущений в осциллограммах по отношению к контролируемым пульсациям.

При обработке осциллограмм основная задача состояла в определении гармоник контролируемых возмущений. Гармоники были получены с помощью ДПФ:

$$\hat{A}(x_i, z_j, f_k) = \frac{\sqrt{2}}{m} \sum_{l=1}^m A(x_i, z_j, t_l) e^{-i(2\pi f_k t_l)}.$$

Здесь  $\hat{A}(x_i, z_j, f_k)$  — комплексная фурье-компонента возмущений в точке с координатами  $(x_i, z_j)$  на частоте  $f_k = f_{\text{ген}}k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;  $m$  — количество отсчетов по времени.

Поскольку длительность измерения гармоник составляла приблизительно 21 мс, их минимальная ширина при фурье-преобразовании составляла 45,6 Гц, что по сравнению с частотой гармоник является узкополосной фильтрацией. Поэтому в процессе обработки экспериментальных данных гармоника определялась путем варьирования длины реализации  $m$  до достижения максимума амплитуды искомой гармоники  $f_k = f_{\text{ген}}k$ , что позволяло определить значение частоты с погрешностью не более  $\pm 0,1$  Гц. Для получения распределений амплитуды контролируемых пульсаций определялся модуль фурье-гармоники:

$$A(x_i, z_j, f_k) = |\hat{A}(x_i, z_j, f_k)|.$$

Для построения пространственно-временных изолиний гармоник использовалась реальная часть полученного фурье-образа

$$A_{f_k}(x_i, z_j, t_l) = \cos(2\pi f_k t_l) \operatorname{Re}(\hat{A}(x_i, z_j, f_k)). \quad (1)$$

Здесь  $t_l$  — временной ряд длительностью  $0 \div 200$  мкс, количество точек в котором зависит от  $f_k$ .

Волновые спектры по  $\beta$  контролируемых возмущений на частоте гармоники  $f_k$  определялись с помощью ДПФ в виде

$$\tilde{A}(x_i, \beta, f_k) = \frac{1}{\delta_0} \sum_{j=1} \hat{A}(x_i, z_j, f_k) e^{-i\beta z_j} \Delta z_j,$$

где  $\delta_0 \approx 1$  мм — масштаб толщины пограничного слоя для нормировки;  $\Delta z_j = z_j - z_{j+1}$ .

Амплитуда и фаза возмущений находились в результате ДПФ по формулам

$$A_{f\beta}(x_i, \beta, f_k) = |\tilde{A}(x_i, \beta, f_k)|, \quad \Phi_{f\beta}(x_i, \beta, f_k) = \arctg\left(-\frac{\operatorname{Im}[\tilde{A}(x_i, \beta, f_k)]}{\operatorname{Re}[\tilde{A}(x_i, \beta, f_k)]}\right).$$

**2.3. Расчеты с использованием линейной теории устойчивости.** Расчеты устойчивости сжимаемого пограничного слоя воздуха на плоской пластине проводились на основе линейной теории устойчивости [12] для совершенного газа с показателем адиабаты  $\gamma = 1,4$ , числом Прандтля  $\operatorname{Pr} = 0,72$  и зависимостью вязкости  $\mu$  от температуры в виде закона Сазерленда. В рамках линейной задачи устойчивости поле потока в сжимаемом пограничном слое задавалось в виде суперпозиции среднего течения и возмущения малой амплитуды. Стационарные параметры течения рассчитывались в приближении локальной параллельности [12, 13]. Уравнения для возмущений получены путем линеаризации уравнений движения вязкого теплопроводного сжимаемого газа (уравнения Навье — Стокса, неразрывности и энергии). Решение задачи задавалось в виде набора гармонических волн

$$\mathbf{q}'(x, y, z, t) = A(x)\tilde{\mathbf{q}}(y) \exp\left(i \int_{x_0}^x \alpha(x_1) dx_1 + i\beta z - i\omega t\right), \quad (2)$$

где  $x, y, z$  — продольная, нормальная к пластине и трансверсальная координаты;  $t$  — время; волновой вектор возмущения  $\mathbf{k} = (\alpha, \beta)$  состоит из продольного  $\alpha$  и трансверсального  $\beta$  волновых чисел;  $\omega = 2\pi f$  — частота. Все величины полагаются безразмерными стандартным образом, т. е. по масштабу Блазиуса ламинарного пограничного слоя

$\delta = \sqrt{U_e \rho_e x / \mu_e}$ , а также по значениям средней продольной скорости  $U_e$ , давления  $P_e$ , плотности  $\rho_e$ , температуры  $T_e$  и вязкости  $\mu_e$  на внешней границе пограничного слоя (нижний индекс  $e$ ).

Для искомого вектора  $\tilde{\mathbf{q}} = (\tilde{u}, \tilde{u}', \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{w}', \tilde{p}, \tilde{\theta}, \tilde{\theta}')^T$ , составленного из возмущений трех компонент скорости  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ , давления  $\tilde{p}$ , температуры  $\tilde{\theta}$  и их производных по  $y$ , отмеченных штрихом, получена система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений восьмого порядка

$$\frac{d\tilde{\mathbf{q}}}{dy} = \hat{L}(U, T)\tilde{\mathbf{q}}, \quad (3)$$

где  $\hat{L}$  — линейный оператор с размерностью  $8 \times 8$ , элементы которого зависят как от характеристик среднего потока через нормальные к поверхности модели профили продольной средней скорости  $U(y)$  и температуры  $T(y)$ , так и от параметров волны — частоты и волновых чисел. В настоящей работе рассматривается система уравнений устойчивости Лиза — Линя [4, 14–17]. Ненулевые элементы  $\hat{L}$  приведены в [4, 15]. Система (3) решалась при следующих граничных условиях:

— вне пограничного слоя

$$\tilde{\mathbf{q}} \rightarrow 0 \quad (y \rightarrow \infty); \quad (4)$$

— на обтекаемой поверхности

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{\theta}) = 0 \quad (y = 0). \quad (5)$$

Для изучения пространственной устойчивости частота и трансверсальное волновое число полагались вещественными величинами, а продольное волновое число  $\alpha$  — комплексным. Тогда  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  определяется как собственное число краевой задачи (3)–(5), а компоненты вектора  $\tilde{\mathbf{q}}$  — как собственные функции задачи. При этом значения  $-\alpha_i > 0$  соответствуют неустойчивым возмущениям, усиливающимся вниз по потоку, тогда как  $-\alpha_i \leq 0$  — устойчивым пульсациям, затухающим с ростом  $x$ . Расчет устойчивости проводился численно путем интегрирования краевой задачи на собственные значения (3)–(5) с помощью метода ортогонализаций [18]. Процедура ортогонализации Грамма — Шмидта применительно к уравнениям гидродинамической устойчивости описана в работах [12, 19–23] и использовалась в [24] при исследовании линейной устойчивости высокоскоростных пограничных слоев. Ранее указанный метод использовался при решении уравнений Лиза — Линя в [25, 26].

**3. Результаты исследования.** В экспериментах диапазон частот вводимых в пограничный слой возмущений составлял  $10 \div 40$  кГц с шагом 10 кГц. Амплитуда возмущений с частотой 30 кГц и более мала и не нарастает вниз по потоку. Для возможности сравнения результатов, полученных в данной работе, с результатами [8] обработка данных проведена для диапазона частот  $10 \div 20$  кГц. По условиям экспериментов координата  $y$  была фиксированной при измерениях вдоль координаты  $z$ .

В данной работе проведена детальная обработка результатов измерений и получены оценки волновых спектров [10, 27] и дисперсионные зависимости контролируемых возмущений [10, 28], несмотря на то что течение в поперечном направлении является существенно неоднородным [4].

Для условий экспериментов, выполненных в аэродинамической трубе Т-325 на модели плоской пластины, проведены расчеты с использованием линейной теории устойчивости (ЛТУ) в рамках системы уравнений Лиза — Линя [4]. Получены волновые характеристики наклонных возмущений массового расхода для частот 10, 20, 30, 40 кГц. В настоящей работе эти результаты использованы для анализа экспериментальных данных и частично для сравнения с ними.

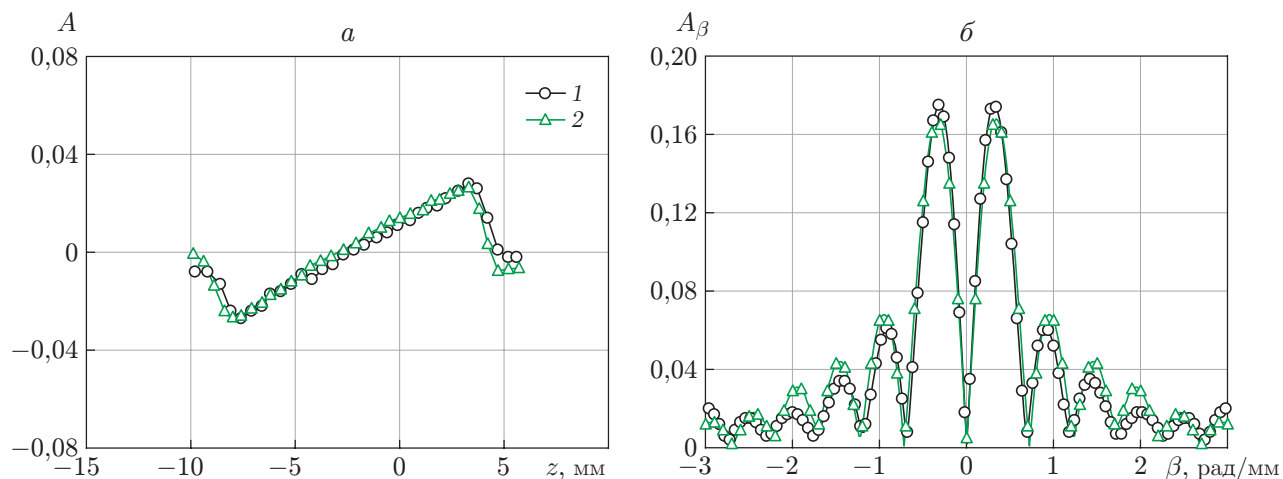


Рис. 2. Распределение дефекта относительной величины нормированного массового расхода по поперечной координате  $z$  в свободном потоке ( $a$ ) и волновой спектр амплитуды стационарного возмущения (N-волны) ( $b$ ):

1 —  $x = 0$ , 2 —  $x = -10$  мм [9]

3.1. *Восприимчивость сверхзвукового пограничного слоя плоской пластины с острой передней кромкой к стационарным возмущениям.* В данной работе для определения восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя плоской пластины с острой передней кромкой к воздействию пары слабых УВ использовались волновые спектры амплитуды стационарных возмущений в свободном потоке и в пограничном слое модели в сечении  $x = 60$  мм.

На рис. 2 приведены распределение дефекта относительной величины нормированного массового расхода по поперечной координате  $z$  в свободном потоке и волновой спектр амплитуды стационарного возмущения (N-волны) в свободном потоке, полученные над передней кромкой модели ( $x = 0$ ), а также результаты измерений при  $x = -10$  мм [9]. Возмущения, создаваемые генератором слабых УВ, представляют собой N-волну, приходящую на переднюю кромку модели. Результаты измерений в сечениях  $x = 0$  и  $x = -10$  мм практически совпадают (см. рис. 2,  $a$ ), что свидетельствует о высокой повторяемости эксперимента. Различия волновых спектров полученных N-волн также незначительны.

На рис. 3 показаны отклики пограничного слоя на падающую N-волну и волновые амплитудные спектры стационарных возмущений, порожденных в пограничном слое пластины, в сечении  $x = 60$  мм на расстояниях между датчиком термоанемометра и моделью  $y_1 = 0,76; 0,49$  мм. Несмотря на то что в обоих случаях дефекты течения качественно подобны, величины центральных пиков волновых спектров различаются приблизительно в 1,3 раза, поскольку измерения были выполнены на различных расстояниях от поверхности модели.

На рис. 4,  $a$  приведена зависимость от параметра  $\beta$  отношения амплитуд волновых спектров стационарных возмущений  $A_{\beta BL}/A_{\beta FF}$ , генерируемых в пограничном слое пластины ( $A_{\beta BL}$ ) в сечении  $x = 60$  мм при  $y_1 = 0,49$  мм и в свободном потоке ( $A_{\beta FF}$ ) при  $x = -10$  мм,  $y_1 = 0,49$  мм. Другая оценка для отношения амплитуд волновых спектров, приведенная на рис. 4,  $b$ , получена в результате измерений в пограничном слое при  $y_1 = 0,76$  мм,  $x = 60$  мм и в свободном потоке над моделью при  $y_1 = 0,76$  мм,  $x = 0$ . Эти данные позволяют оценить восприимчивость пограничного слоя модели к падающим возмущениям.



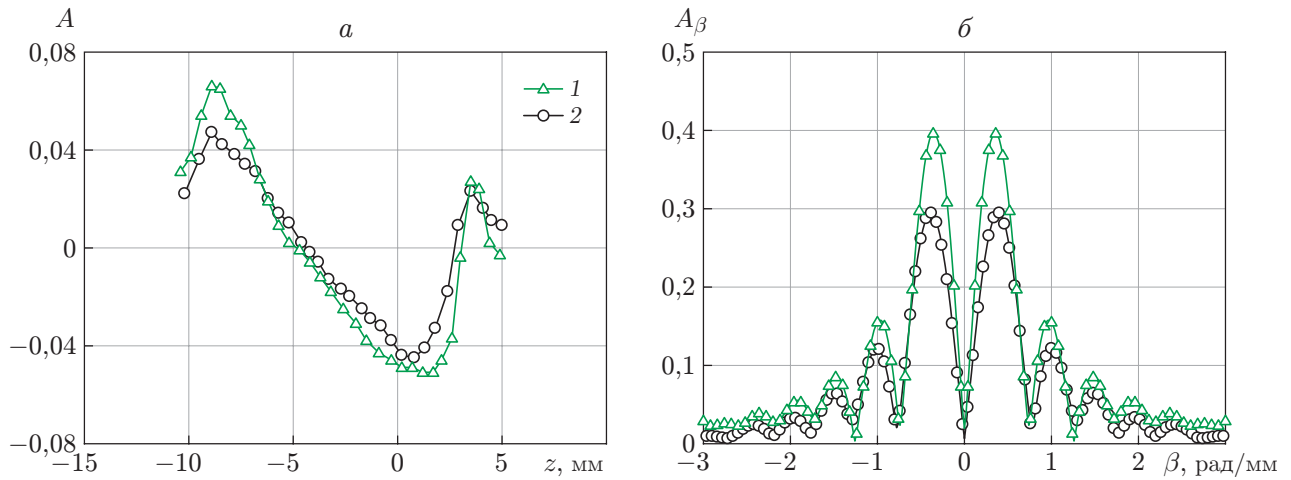


Рис. 3. Отклик пограничного слоя на падающую N-волну (а) и волновой спектр амплитуды стационарного возмущения в пограничном слое (б) в сечении  $x = 60$  мм: 1 —  $y_1 = 0,49$  мм, 2 —  $y_1 = 0,76$  мм

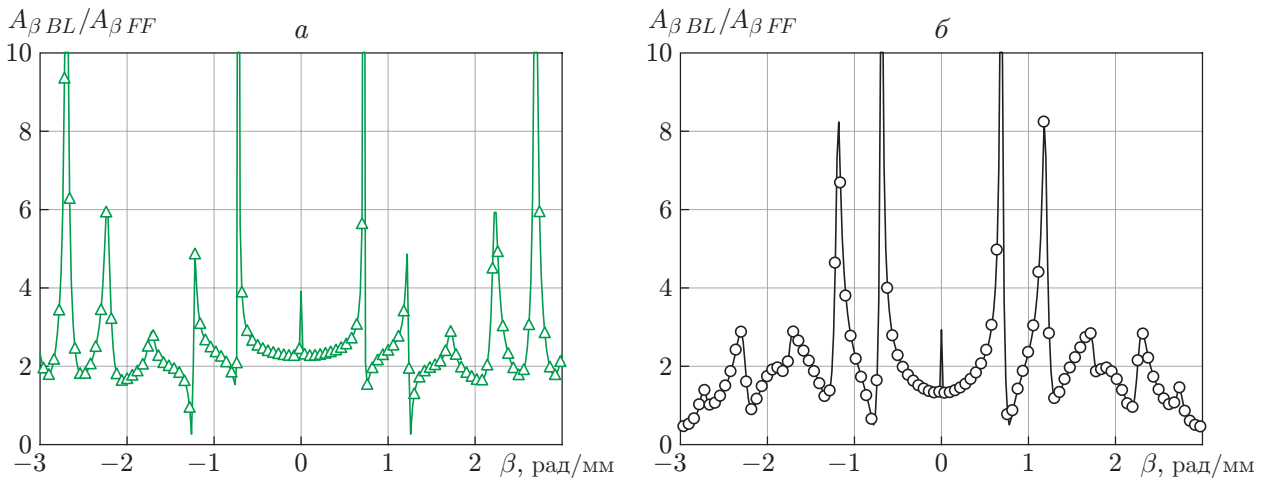


Рис. 4. Отношение волновых спектров амплитуды стационарных возмущений, порожденных в пограничном слое ( $x = 60$  мм) и в свободном потоке: а —  $y_1 = 0,49$  мм,  $x = -10$  мм, б —  $y_1 = 0,76$  мм,  $x = 0$

Согласно результатам работы [3] при  $M = 2$  и небольших числах Рейнольдса стационарные моды сверхзвукового пограничного слоя сильно затухают. При  $x = 60$  мм значение числа Рейнольдса достаточно большое:  $Re = (x Re_1)^{0,5} = 693$  и стационарные моды затухают в несколько раз. Поэтому полученное для коэффициента восприимчивости значение, равное 1,3 (см. рис. 4,б) при  $|\beta| = 0,1 \div 0,4$  рад/мм, является его оценкой снизу.

**3.2. Изолинии амплитуды возмущений.** Ниже приводятся данные об эволюции волнового поезда в физическом пространстве.

Представление о развитии волнового поезда во времени позволяет получить анализ пространственно-временных изолиний амплитуды гармоник в плоскости  $(z, t)$ , которые определяются из (1). Эти результаты приведены на рис. 5–8 для субгармонической и основной частот волнового поезда при  $x = 60, 100, 110, 120$  мм соответственно.

Следует отметить слабое влияние возмущенного течения на форму изолиний для субгармонических и основных возмущений в начальном сечении  $x = 60$  мм (см. рис. 5).

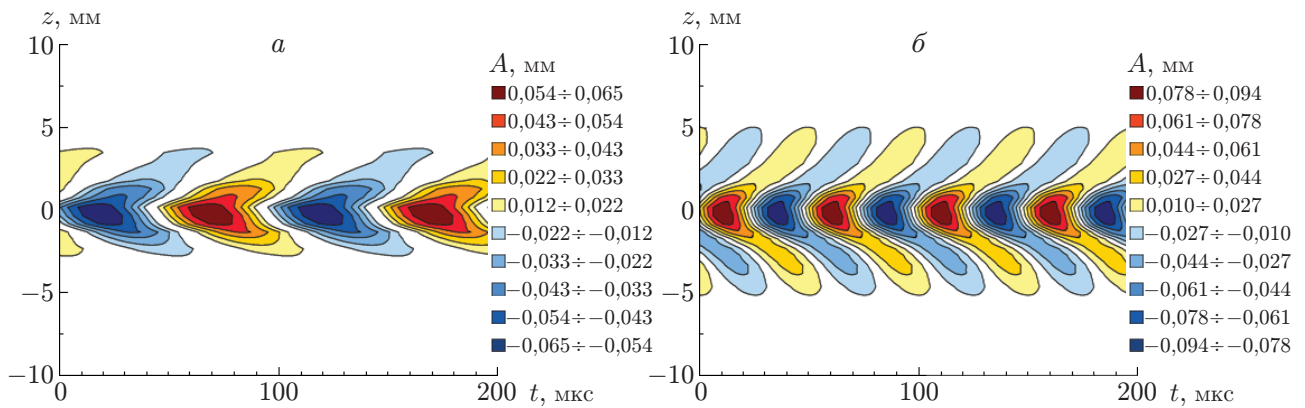


Рис. 5. Изменение во времени изолиний амплитуды возмущений для частот  $f = 10$  кГц (а) и  $f = 20$  кГц (б) при  $x = 60$  мм

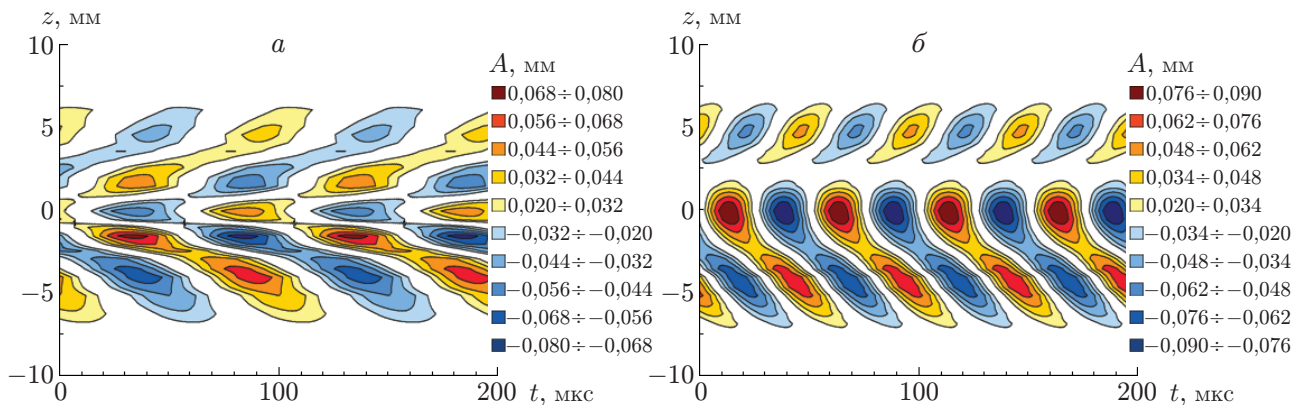


Рис. 6. Изменение во времени изолиний амплитуды возмущений для частот  $f = 10$  кГц (а) и  $f = 20$  кГц (б) при  $x = 100$  мм

Полученные результаты позволяют сделать вывод о начале нелинейного взаимодействия контролируемых пульсаций при  $x = 100$  мм только в случае субгармонических возмущений (см. рис. 6,а). При этом вдоль трансверсальной координаты в области  $\Delta z = \pm 2,5$  мм формируется пакет стоячих волн [10, 29].

Формирование пакета стоячих волн вдоль трансверсальной координаты в центре волнового поезда является характерным для субгармонического механизма и механизма наклонного перехода (когда происходит взаимодействие основной волны со стационарным искажением среднего течения ( $f = 0$ ) [29]). Однако из рис. 7,а, 8,а следует, что субгармонический резонанс исчезает вниз по потоку при  $x = 110, 120$  мм. Неоднородность течения подавляет данный механизм взаимодействия возмущений вниз по потоку. Наблюдается нарушение синхронизма пульсаций субгармонической частоты в пространстве, что приводит к “разрушению” пакета стоячих волн в центре волнового поезда. Следует отметить, что в экспериментах [8] субгармонический резонанс наблюдался для однородного течения, а в неоднородном отсутствовал.

Разрывы изолиний на основной частоте в области  $z = 2,5$  мм (см. рис. 6,б–8,б), вероятно, обусловлены наличием максимума в распределении массового расхода для стационарного возмущения (см. рис. 3,а), порожденного фронтом слабой УВ 4 (см. рис. 1). Для субгармонического пакета волн такой разрыв наблюдается только при  $x = 120$  мм (см. рис. 8,а).

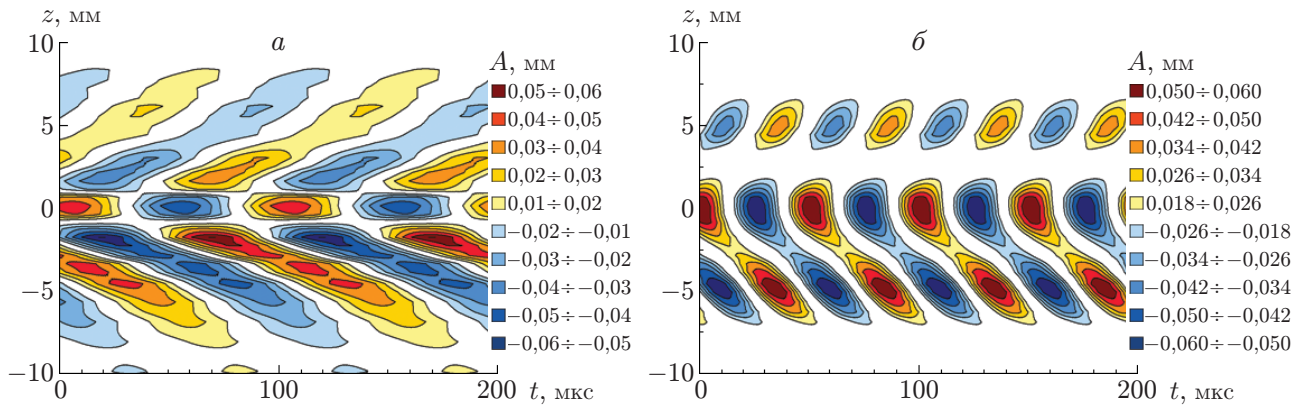


Рис. 7. Изменение во времени изолиний амплитуды возмущений для частот  $f = 10$  кГц (а) и  $f = 20$  кГц (б) при  $x = 110$  мм

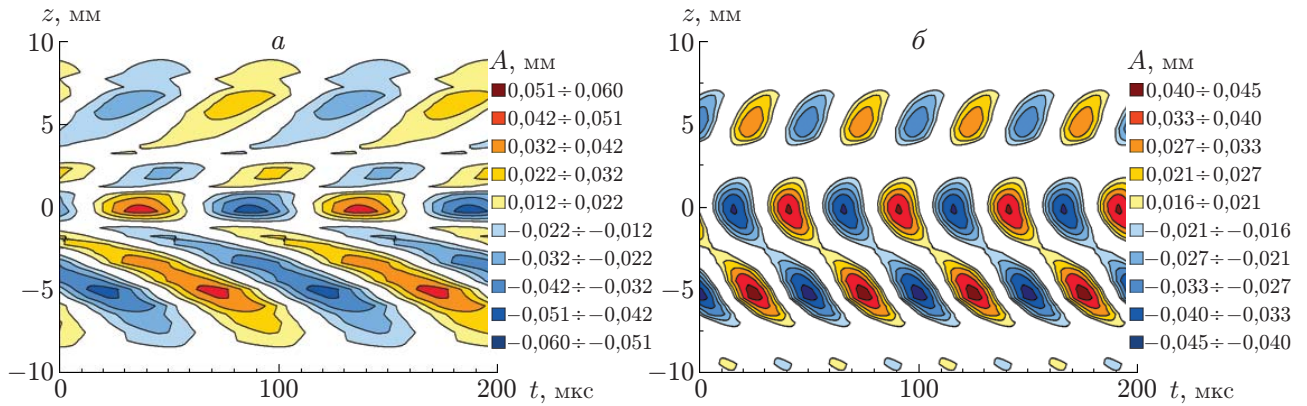


Рис. 8. Изменение во времени изолиний амплитуды возмущений для частот  $f = 10$  кГц (а) и  $f = 20$  кГц (б) при  $x = 120$  мм

3.3. *Амплитудные спектры возмущений по параметру  $\beta$ .* Ниже приводятся данные об эволюции волнового пакета в волновом пространстве. Эти данные позволяют провести сравнение характера развития волн, полученных в эксперименте и с использованием ЛТУ. Если амплитудные спектры, полученные в эксперименте, отличаются от соответствующих спектров, полученных с помощью ЛТУ, то они позволяют определить трехволновое взаимодействие по максимумам амплитуды в этих спектрах с использованием волновых характеристик (дисперсионной зависимости  $\alpha_r(\beta)$ ).

На рис. 9 представлены зависимости амплитудных спектров от волнового числа  $\beta$  волнового пакета при  $f = 10, 20$  кГц в сечениях  $x = 60, 100, 110, 120$  мм. На рис. 9,а видно, что амплитудные спектры не симметричны относительно  $\beta = 0$ . Наиболее существенно растущими являются волны с  $\beta = \pm 1,5$  рад/мм.

Амплитудные спектры, приведенные на рис. 9,б для сечений  $x = 60 \div 120$  мм, имеют два основных пика при  $\beta \approx -0,9$  рад/мм и  $\beta \approx 0,8$  рад/мм. Эти спектры незначительно отличаются от спектров линейных волн (наиболее существенно растущие возмущения должны быть при  $\beta = 0,7 \div 1,1$  рад/мм). В сечениях  $x = 100, 110, 120$  мм наблюдаются дополнительные пики, не соответствующие линейным волнам. Их появление можно объяснить проявлением механизма наклонного перехода [29].

3.4. *Сравнение полученных волновых характеристик с результатами расчетов по линейной теории устойчивости.* Волновые характеристики контролируемых возмуще-

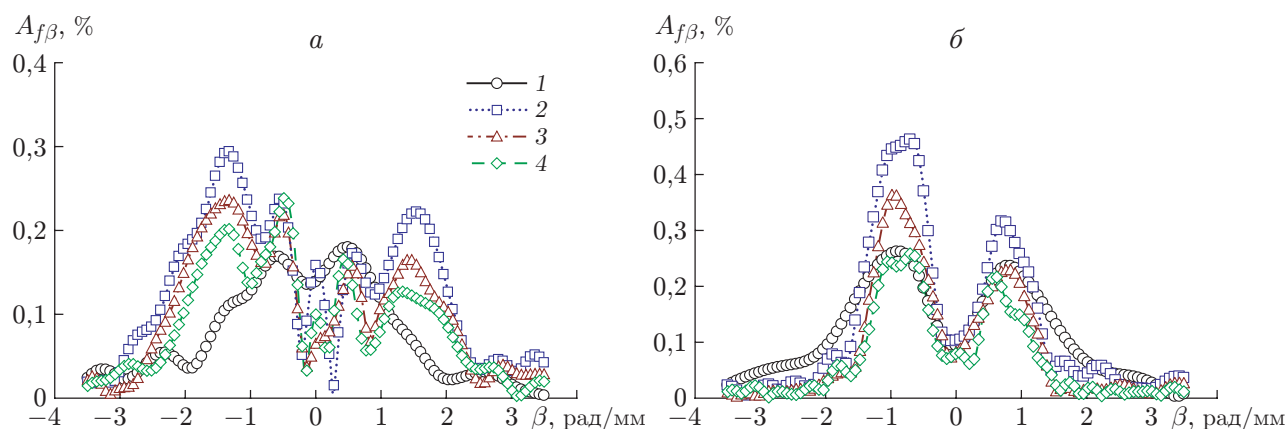


Рис. 9. Амплитудный спектр по  $\beta$  волнового поезда для частот  $f = 10$  кГц (*а*) и  $f = 20$  кГц (*б*) в различных сечениях по продольной координате  $x$ : 1 —  $x = 60$  мм, 2 —  $x = 100$  мм, 3 —  $x = 110$  мм, 4 —  $x = 120$  мм

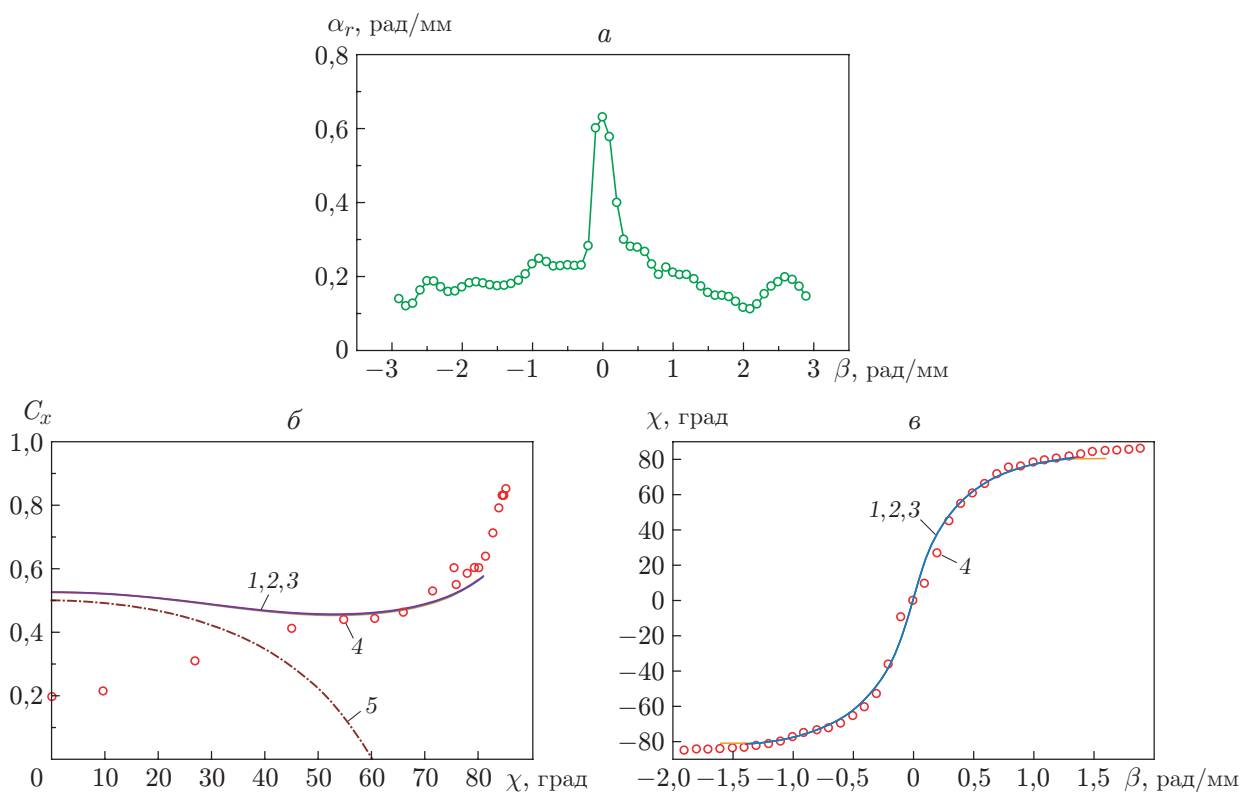


Рис. 10. Волновые характеристики при  $f = 10$  кГц:

*а* — зависимость продольного волнового числа  $\alpha_r$  от поперечного волнового числа  $\beta$  волнового вектора в трансверсальном направлении, *б* — зависимость фазовой скорости возмущений от угла наклона волн  $\chi$ , *в* — зависимость угла наклона волнового вектора относительно направления потока от поперечного волнового числа: 1–3 — результаты расчета (1 —  $x = 100$  мм, 2 —  $x = 110$  мм, 3 —  $x = 120$  мм), 4 — экспериментальные данные, 5 —  $C_x = 1 - 1/M_\infty \cos \chi$

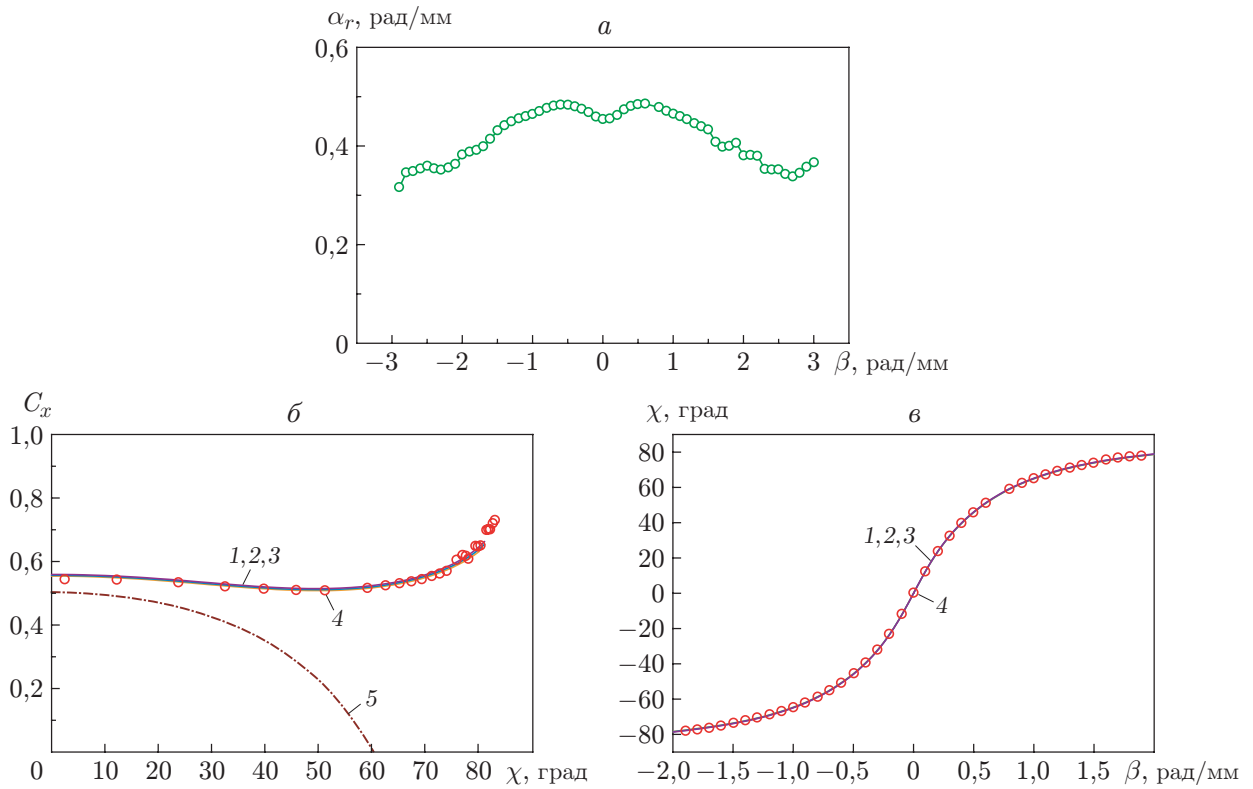


Рис. 11. Волновые характеристики при  $f = 20$  кГц (обозначения те же, что на рис. 10)

ний получены при эволюции фазовых спектров по волновому числу  $\beta$  вниз по потоку. Для этого построены зависимости фазы возмущений от координаты  $x$  для частот  $f = 10, 20$  кГц при различных значениях поперечного волнового числа  $\beta$ . Поскольку увеличение фазы вниз по потоку было практически линейным, в данной работе рассматривались 2–3 ее значения по  $x$ . С помощью линейной аппроксимации вычислены значения продольного волнового числа  $\alpha_r = \Delta\Phi_{f\beta}/\Delta x$ . С использованием полученных данных проведена оценка углов наклона волн по формуле  $\chi = \arctg(\beta/\alpha_r)$ , а затем получена зависимость фазовой скорости возмущений от угла наклона волн  $\chi$  с помощью соотношения  $C_x = 2\pi f/(\alpha_r U)$ . Описанная методика оценки волновых характеристик ранее применялась в случае однородного пограничного слоя [10], а также при наличии в течении неоднородности, уровень которой составляет 10–15 % [27].

На рис. 10, 11 приведены результаты оценки волновых характеристик для частот  $f = 10, 20$  кГц. Эти результаты используются ниже для определения волновых триплетов субгармонического резонанса (табл. 1, 2).

В отличие от результатов, полученных для субгармонических возмущений (см. рис. 10), приведенные на рис. 11 зависимости для основной частоты практически совпадают с результатами теоретических расчетов по ЛТУ. Данный результат (развитие основной волны (волны накачки) по линейному закону) подтверждает предположение о слабонелинейном характере развития возмущений, положенное в основу теории устойчивости.

На рис. 12, 13 представлены амплитудные спектры по волновому числу  $\beta$  и дисперсионные зависимости для основной и субгармонической частот при  $x = 100$  мм. На рис. 12, а, рис. 13, а стрелками указаны резонансные амплитудные пики, на рис. 12, б, рис. 13, б —

Таблица 1

Характеристики первого триплета в случае механизма субгармонического взаимодействия

$n$	$f$ , кГц	$\beta$ , рад/мм	$\alpha_r$ , рад/мм	$\chi$ , град
1	20	1,00	0,47	62,4
2	10	1,55	0,17	84,0
3	10	-0,55	0,23	-65,1

Таблица 2

Характеристики второго триплета в случае механизма субгармонического взаимодействия

$n$	$f$ , кГц	$\beta$ , рад/мм	$\alpha_r$ , рад/мм	$\chi$ , град
1	20	-1,0	0,47	65,0
2	10	0,5	0,28	60,7
3	10	-1,5	0,18	-83,4

Таблица 3

Характеристики первого триплета в случае механизма наклонного перехода

$n$	$f$ , кГц	$\beta$ , рад/мм	$\alpha_r$ , рад/мм	$\chi$ , град
1	20	-0,9	0,47	65
2	20	-1,9	0,35	60
3	0	1,0	0	90

Таблица 4

Характеристики второго триплета в случае механизма наклонного перехода

$n$	$f$ , кГц	$\beta$ , рад/мм	$\alpha_r$ , рад/мм	$\chi$ , град
1	20	0,7	0,48	56
2	20	1,7	0,40	77
3	0	-1,0	0	90

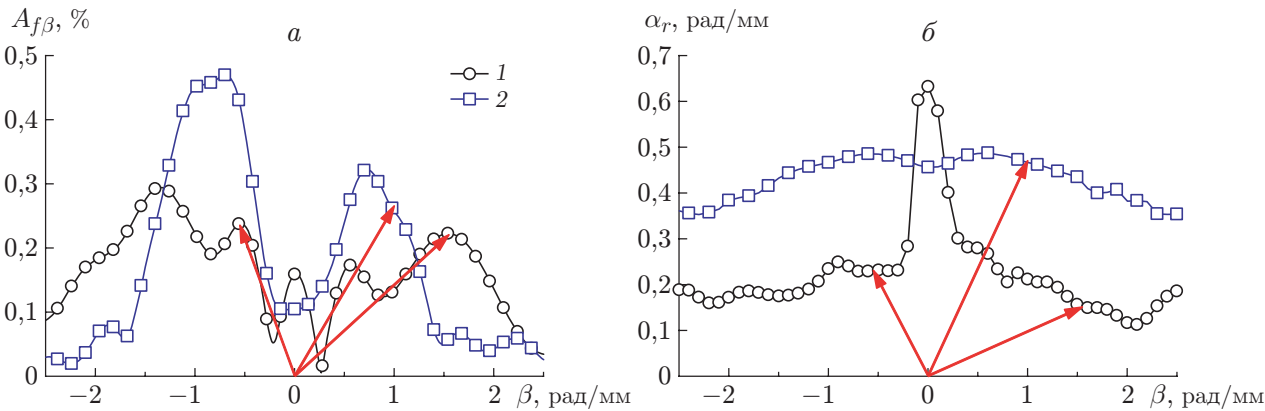


Рис. 12. Зависимость амплитудного спектра  $A_{f\beta}$  от волнового числа  $\beta$  при субгармоническом взаимодействии (а) и дисперсионные зависимости  $\alpha_r(\beta)$  для условий субгармонического резонанса (см. табл. 1) (б): 1 —  $f = 10$  кГц, 2 —  $f = 20$  кГц; стрелки: а — резонансные амплитудные максимумы, б — волновые триплеты (см. табл. 1)



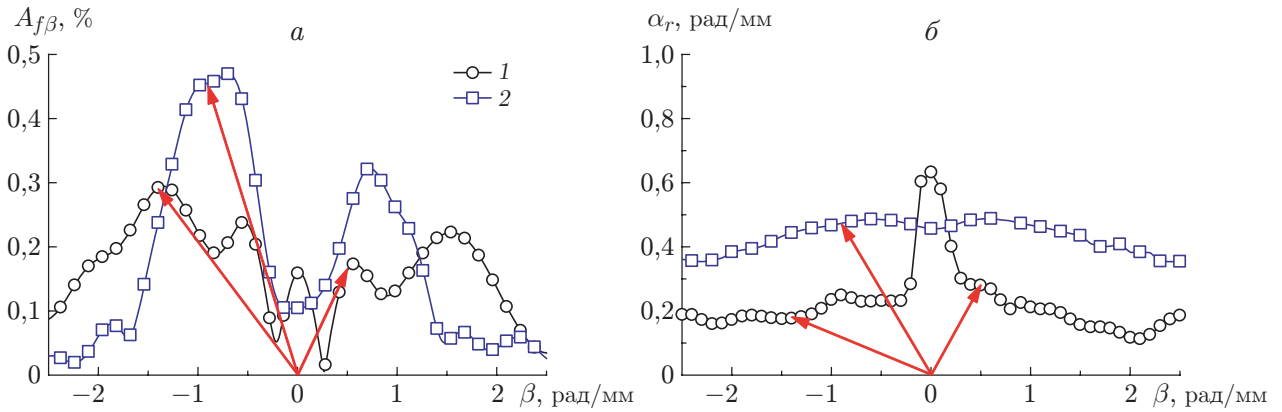


Рис. 13. Зависимость амплитудного спектра  $A_{f\beta}$  от волнового числа  $\beta$  при субгармоническом взаимодействии (а) и дисперсионные зависимости  $\alpha_r(\beta)$  для условий субгармонического резонанса (см. табл. 2) (б):

1 —  $f = 10$  кГц, 2 —  $f = 20$  кГц; стрелки: а — резонансные амплитудные максимумы, б — волновые триплеты (см. табл. 2)

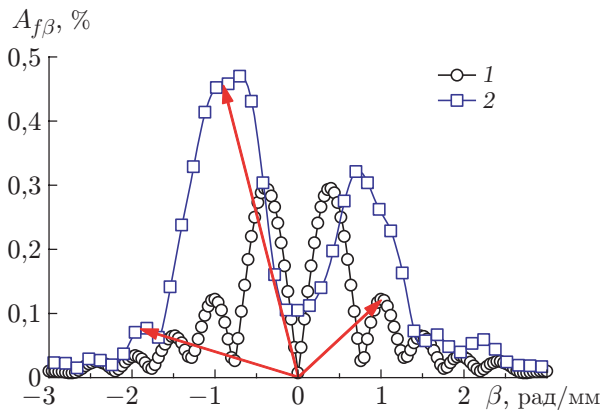


Рис. 14

Рис. 14. Зависимость амплитудного спектра  $A_{f\beta}$  от волнового числа  $\beta$  в случае механизма наклонного перехода (см. табл. 3):

1 —  $f = 0$ , 2 —  $f = 20$  кГц; стрелки — амплитудные максимумы, определяющие волновые триплеты (см. табл. 3, 4)

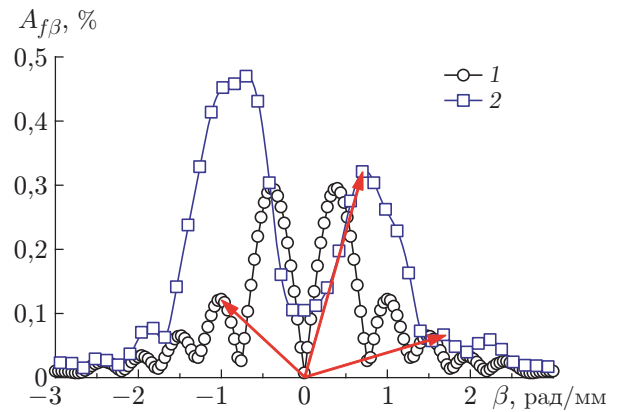


Рис. 15

Рис. 15. Зависимость амплитудного спектра  $A_{f\beta}$  от волнового числа  $\beta$  в случае механизма наклонного перехода (см. табл. 4):

1 —  $f = 0$ , 2 —  $f = 20$  кГц; стрелки — амплитудные максимумы, определяющие волновые триплеты (см. табл. 3, 4)

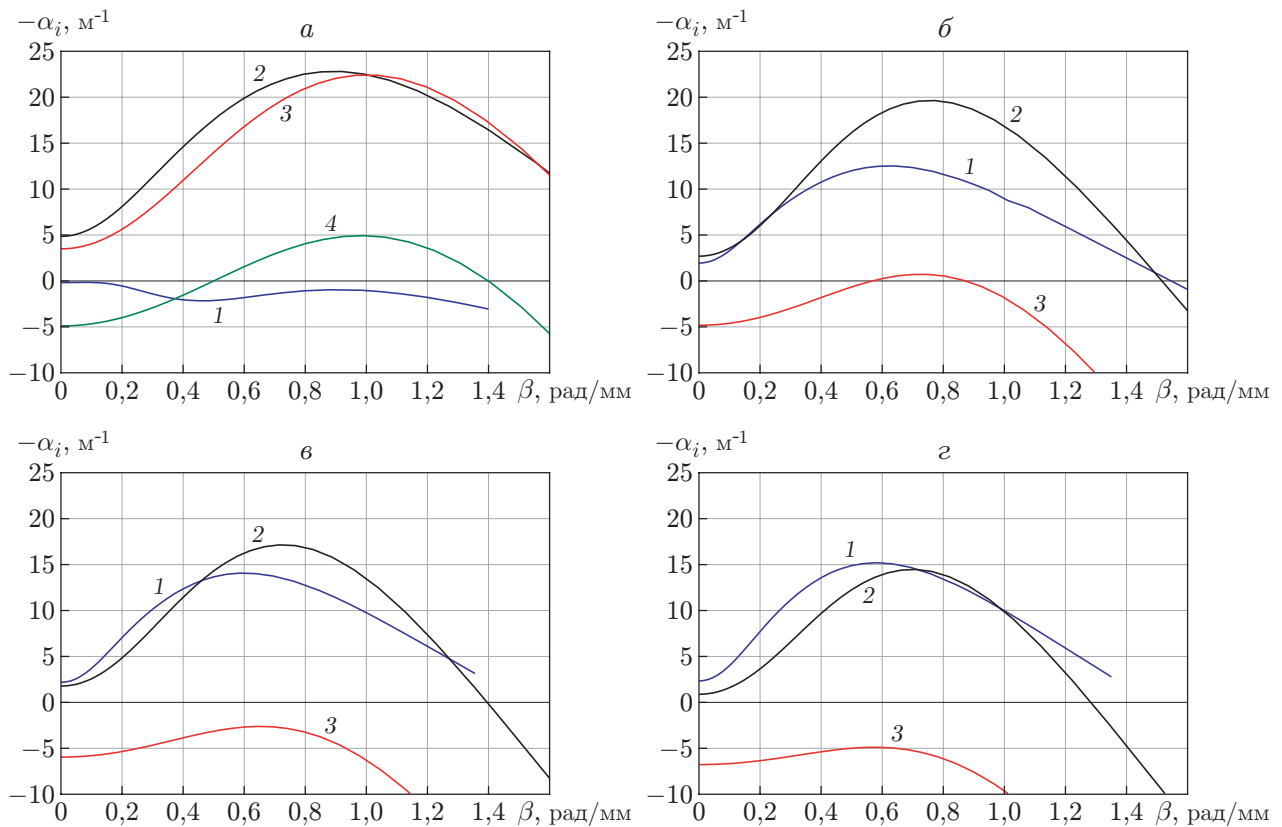


Рис. 16. Зависимости скорости роста возмущений пограничного слоя от трансверсального волнового числа  $-\alpha_i(\beta)$  при различных значениях частоты и координаты  $x$ :

$a$  —  $x = 60$  мм,  $б$  —  $x = 100$  мм,  $в$  —  $x = 110$  мм,  $г$  —  $x = 120$  мм; 1 —  $f = 10$  кГц, 2 —  $f = 20$  кГц, 3 —  $f = 30$  кГц, 4 —  $f = 40$  кГц

волновые триплеты (векторные диаграммы для условий субгармонического резонанса), построенные на основе данных, приведенных в табл. 1, 2. На рис. 14, 15 приведены амплитудные спектры для основной волны при  $x = 100$  мм и стационарной волны при  $x = 60$  мм. Стрелками указаны амплитудные максимумы, определяющие волновые триплеты (см. табл. 3, 4).

Следует отметить, что спектры при  $x = 110, 120$  мм указывают на прекращение резонансного усиления возмущений для волн основной (наклонный переход) и субгармонической (субгармонический резонанс) частот.

На рис. 16 показаны расчетные зависимости скорости роста возмущений пограничного слоя от трансверсального волнового числа  $-\alpha_i(\beta)$  при  $f = 10 \div 40$  кГц и  $x = 60, 100, 110, 120$  мм.

Установлено, что возмущения с частотами  $f = 30, 40$  кГц затухают при  $x = 100 \div 120$  мм. Для субгармонической частоты наиболее быстро растущими являются волны с  $\beta = 0,4 \div 0,9$  рад/мм, а для основной частоты — с  $\beta = 0,7 \div 1,1$  рад/мм.

На рис. 17 приведена диаграмма устойчивости исследуемого пограничного слоя в виде изолиний скоростей пространственного нарастания возмущений на плоскости  $(x, f)$ .

Диаграмма рассчитана для наиболее быстро нарастающих 3D-волн с  $\chi = \arctg(\beta/\alpha_r) \approx 60^\circ$ . При движении вниз по потоку происходит последовательная дестабилизация возмущений более низких частот. В то же время высокие частоты перестают нара-



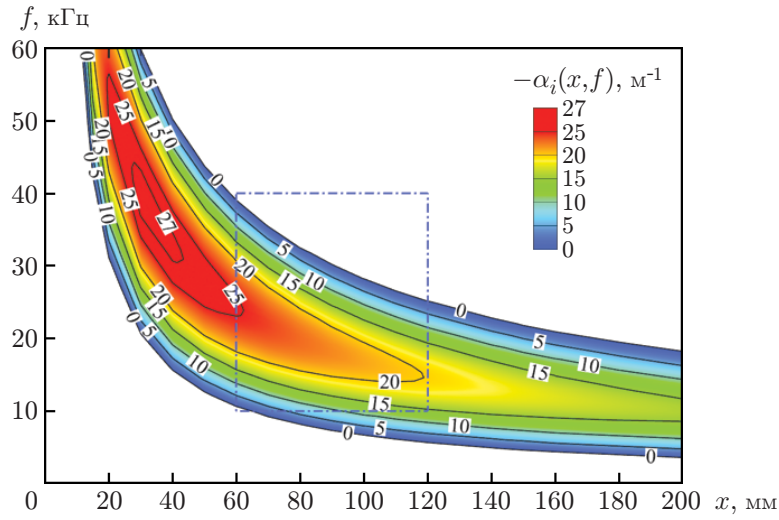


Рис. 17. Диаграмма линейной устойчивости пограничного слоя в виде изолиний скорости пространственного нарастания возмущений  $-\alpha_i(x, f)$  для наиболее быстро растущих 3D-волн с  $\chi \approx 60^\circ$  (выделенная область — область измерений)

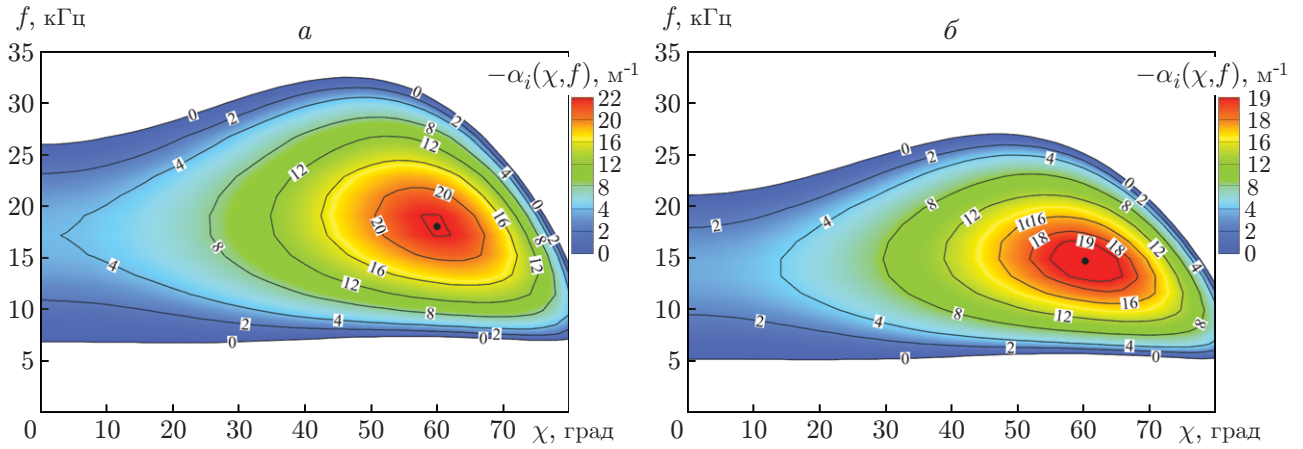


Рис. 18. Диаграммы линейной устойчивости пограничного слоя в виде изолиний скорости пространственного нарастания возмущений  $-\alpha_i(\chi, f)$ :

*a* —  $x = 90$  мм, *б* —  $x = 120$  мм

тять. Максимальный инкремент  $-\alpha_{i,\max} = \max_{x,f} [-\alpha_i(x, f)] \approx 27 \text{ м}^{-1}$  имеет 3D-возмущение с частотой  $f = 40$  кГц в сечении  $x \approx 30$  мм. Область измерений  $60 \text{ мм} \leq x \leq 120 \text{ мм}$ ,  $10 \text{ кГц} \leq f \leq 40 \text{ кГц}$  показана на рис. 17. Внутри этой области наибольшую скорость роста имеют возмущения при частотах, близких к 20 кГц.

На рис. 18 приведены диаграммы устойчивости пограничного слоя в виде изолиний скорости пространственного нарастания возмущений на плоскости  $(\chi, f)$ . Диаграммы рассчитаны для сечений  $x = 90, 120$  мм. Можно выделить диапазон частот, в котором пограничный слой неустойчив:  $7 \text{ кГц} < f < 32 \text{ кГц}$  при  $x = 90$  мм (см. рис. 18, *a*) и  $5 \text{ кГц} < f < 27 \text{ кГц}$  при  $x = 120$  мм (см. рис. 18, *б*). При этом максимальные скорости роста  $-\alpha_{i,\max} \approx 22 \text{ м}^{-1}$  и  $-\alpha_{i,\max} \approx 20 \text{ м}^{-1}$  имеют возмущения с  $f \approx 18$  кГц,  $\chi \approx 60^\circ$  (см. рис. 18, *a*) и  $f = 14,5$  кГц,  $\chi \approx 60^\circ$  (см. рис. 18, *б*) соответственно.

**Заключение.** Впервые экспериментально исследован слабонелинейный режим эволюции контролируемых возмущений в пограничном слое на плоской пластине под действием пары слабых УВ при числе Маха  $M = 2$ . Анализ развития контролируемых возмущений проводился на основе результатов расчетов с использованием линейной теории гидродинамической устойчивости.

С использованием результатов экспериментов получены пространственно-временные распределения амплитуды контролируемых пульсаций и их частотно-волновые характеристики при слабонелинейном развитии волнового поезда в стационарном следе внутри пограничного слоя на плоской пластине при числе Маха  $M = 2$ . Продольное стационарное возмущение порождалось парой боковых слабых УВ. Контролируемые возмущения генерировались в поток локальным высокочастотным тлеющим разрядом, расположенным внутри модели.

Диапазон частот вводимых в пограничный слой пульсаций составлял  $10 \div 40$  кГц с шагом 10 кГц. Амплитуда возмущений с частотой 30 кГц и более мала, поэтому возмущения не нарастали вниз по потоку.

Область стационарной неоднородности течения включала всю область пограничного слоя, возмущенного N-волной (парой слабых УВ). Неоднородность в трансверсальном направлении имела вид инвертированной N-волны, амплитуда которой в несколько раз больше амплитуды падающей волны.

Результаты работы позволяют сделать вывод о начале субгармонического взаимодействия контролируемых пульсаций в неоднородном течении. Однако созданная неоднородность течения подавляет механизм взаимодействия субгармонических возмущений вниз по потоку. Наблюдается нарушение пространственного синхронизма пульсаций субгармонической частоты в центре волнового поезда. Полученные результаты позволили зафиксировать механизм наклонного взаимодействия возмущений основной частоты в волновом поезде в условиях неоднородности течения. Выявлены возможные резонансные триплеты волн.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Din Q. H., Egorov I. V., Fedorov A. V.** Mach wave effect on laminar-turbulent transition in supersonic flow over a flat plate // *Fluid Dynamics*. 2018. V. 53, N 5. P. 690–701.
2. **Ваганов А. В., Ермолаев Ю. Г., Колосов Г. Л. и др.** К воздействию падающей волны Маха на сверхзвуковой пограничный слой // *Теплофизика и аэромеханика*. 2016. Т. 23, № 1. С. 45–50.
3. **Gaponov S. A.** Quasi-resonance excitation of stationary disturbances in compressible boundary layers // *Intern. J. Mech.* 2017. V. 11. P. 120–127.
4. **Жигулев В. Н.** Возникновение турбулентности / В. Н. Жигулев, А. М. Тумин. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987.
5. **Бойко А. В., Довгаль А. В., Козлов В. В., Сорокин А. М.** Устойчивость пространственно-периодических и модулированных во времени локальных отрывных течений // *ПМТФ*. 2021. Т. 62, № 3. С. 25–37.
6. **Егоров И. В., Динь К. Х., Нгуен Н. К., Пальчековская Н. В.** Численное моделирование взаимодействия волны Маха и сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине с острой передней кромкой // *Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та*. 2021. Т. 52, № 3. С. 18–28.
7. **Boiko A. V.** The origin of turbulence in near-wall flows / A. V. Boiko, G. R. Grek, A. V. Dovgal, V. V. Kozlov. Berlin: Springer-Verlag, 2002.

8. **Косинов А. Д., Питеримова М. В., Шмакова А. В. и др.** Экспериментальное исследование эволюции контролируемых возмущений в продольном вихре, порожденном в пограничном слое на плоской пластине при числе Маха  $M = 2$  // ПМТФ. 2023. Т. 64, № 4. С. 118–129.
9. **Косинов А. Д., Семенов Н. В., Яцких А. А. и др.** Влияние радиуса притупления передней кромки пластины на отклик пограничного слоя при воздействии N-волны при числе Маха  $M = 2$  // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 2. С. 239–249.
10. **Kosinov A. D., Semionov N. V., Shevel'kov S. G., Zinin O. I.** Experiments on the nonlinear instability of supersonic boundary layers // Nonlinear instability of nonparallel flows. Berlin; Heidelberg: Springer, 1994. DOI: 10.1007/978-3-642-85084-4\_17.
11. **Kosinov A. D., Semionov N. V., Yermolaev Yu. G.** Disturbances in test section of T-325 supersonic wind tunnel. Новосибирск, 1999. (Препр. / Ин-т теорет. и прикл. механики СО РАН; № 6–99).
12. **Гапонов С. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
13. **Дорренс У. Х.** Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966.
14. **Lees L., Lin C. C.** Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid: Tech. note / NASA. N 1115. S. 1., 1946.
15. **Mack L. M.** Boundary-layer linear stability theory // Special course on stability and transition of laminar flow: AGARD Report N 709. Pt 3. 1984. P. 1–3.
16. **Mack L. M.** Review of linear compressible stability theory // Stability of time dependent and spatially varying flows. N. Y.: Springer, 1987. P. 164–187.
17. **Reed H. L., Balakumar P.** Compressible boundary layer stability theory // Phys. Fluids A. Fluid Dynamics. 1990. V. 2, N 8. P. 1341–1349.
18. **Годунов С. К.** О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1961. Т. 16, № 3. С. 171–174.
19. **Conte S. D.** The numerical solution of linear boundary value problems // SIAM Rev. 1966. V. 8, N 3. P. 309–321.
20. **Mack L.** A numerical study of the temporal eigenvalue spectrum of the Blasius boundary layer // J. Fluid Mech. 1976. V. 73, N 3. P. 497–520.
21. **Scott M. R., Watts H. A.** Computational solution of linear two-point boundary value problems via orthonormalization // SIAM J. Numer. Anal. 1977. V. 14, N 1. P. 40–70.
22. **Garg V. K.** Improved shooting techniques for linear boundary value problems // Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 1980. V. 22, N 1. P. 87–99.
23. **Davey A.** An automatic orthonormalization method for solving stiff boundary-value problems // J. Comput. Phys. 1983. V. 51, N 2. P. 343–356.
24. **Bitter N. P., Shepherd J. E.** Stability of highly cooled hypervelocity boundary layers // J. Fluid Mech. 2015. V. 778. P. 586–620.
25. **Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Лысенко В. И. и др.** Совместное влияние проницаемости и шероховатости поверхности на устойчивость и переход сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 5. С. 52–59.
26. **Lysenko V. I., Gaponov S. A., Smorodsky B. V., et al.** Combined influence of coating permeability and roughness on supersonic boundary layer stability and transition // J. Fluid Mech. 2016. V. 798. P. 751–773.
27. **Панина А. В., Косинов А. Д., Ермолаев Ю. Г. и др.** Экспериментальное исследование средних и пульсационных характеристик 2D/3D сверхзвукового пограничного слоя за плоскими одиночными шероховатостями // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 1. С. 3–14.

28. **Косинов А. Д., Маслов А. А., Шевельков С. Г.** Экспериментальное исследование влияния притупления передней кромки плоской пластины на развитие трехмерных волн в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 1987. № 2. С. 53–56.
29. **Mayer C. S. J., Wernz S., Fasel H. F.** Numerical investigation of the nonlinear transition regime in a Mach 2 boundary layer // J. Fluid Mech. 2011. V. 668. P. 113–149.

*Поступила в редакцию 2/X 2023 г.,  
после доработки — 2/XI 2023 г.  
Принята к публикации 27/XI 2023 г.*

---