Теплофизика и аэромеханика, 2017, том 24, № 1

УДК 534.2.532

Деформация пузырька, образованного в результате слияния кавитационных включений, и ударной волны в нем при его сильном расширении и сжатии

А.А. Аганин[1], М.А. Ильгамов[2], Т.Ф.Халитова[1], Д.Ю. Топорков[1]

[1]*Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН*

[2]*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова, Москва*

E-mail: top.dmtr@gmail.com, ilgamov@anrb.ru

Рассматривается динамика кавитационного пузырька при его сильном расширении и последующем сжатии. Пузырек образуется в результате слияния двух одинаковых сферических кавитационных микрополостей в пучности давления интенсивной ультразвуковой стоячей волны в фазе полуволны с отрицательным давлением. Исследуются деформации пузырька и деформации возникающих в нем при его сжатии радиально сходящихся ударных волн в зависимости от размера образующих пузырек микрополостей. Установлено, что относительно близким к сферическому сжатие среды в пузырьке сходящейся ударной волной сохраняется лишь в том случае, когда радиус сливающихся микрополостей в 1800 раз меньше радиуса образованного в результате слияния пузырька в момент его максимального расширения.

Ключевые слова: акустическая кавитация, слияние пузырьков, коллапс пузырька, ударная волна.

Введение

Значительное внимание в динамике пузырьков в жидкости уделяется кумулятивным эффектам, связанным с их сильным сжатием (коллапсом). Эффекты кумуляции при сжатии пузырьков используются для интенсификации химических реакций [1], дробления камней в почках [2], для очистки жидкостей от вредных микробов и бактерий. Одним из наиболее интересных кумулятивных эффектов является достижение в определенных условиях внутри пузырька высоких давлений, плотностей и температур. В частности, экспериментально установлено, что в пузырьке при коллапсе на режиме периодической сонолюминесценции возникает плазма с температурой более 16000 K [3]. Ряд теоретических исследований показывает, что в пузырьке можно достичь и значительно более высоких температур.

Наиболее высокие значения перечисленных выше параметров в пузырьке достигаются тогда, когда он в ходе сжатия остается сферическим и в нем возникают сферические радиально сходящиеся ударные волны [4–6]. Вместе с тем, сферическая форма как пузырька при сжатии, так и ударной волны при схождении является неустойчивой [7, 8].

Отклонения от сферичности могут быть вызваны действием силы тяжести, поступательным движением пузырьков, их гидродинамическим взаимодействием. Эти отклонения могут значительно изменить и сценарий сжатия, и степень концентрации энергии, что, по-видимому, является одной из причин различий между явлениями однопузырьковой и многопузырьковой сонолюминесценции [9] (во втором случае пузырьки в силу взаимодействия значительно более несферические). Ввиду сказанного изучение эволюции несферичности пузырьков и ударных волн в них представляет значительный интерес.

До настоящего времени наиболее подробно исследовано изменение малой несферичности одиночных пузырьков при их расширении и сжатии [10], периодических радиальных пульсациях [11]. Менее исследованы немалые отклонения от сферической формы [12]. Линейную теорию иногда применяют и при оценке немалых возмущений [9], однако это, естественно, не всегда возможно [13]. Еще меньше исследованы искажения сферичности ударных волн в сжимающемся пузырьке.

В настоящей работе изучаются эволюция возмущений сферичности изначально сильно несферического пузырька при его расширении и последующем сжатии и эволюция несферичности радиально сходящейся ударной волны, возникающей в пузырьке в конце его сжатия. Пузырек образуется в результате слияния двух одинаковых сферических кавитационных микрополостей, когда его начальная несферичность является наибольшей. Насколько авторам известно, такой сценарий сильного расширения–сжатия пузырька не рассматривался. При этом несферичность пузырька определяется не одной гармоникой, как, например, в работе [10], а линейной комбинацией гармоник. Слияние происходит в пучности давления интенсивной ультразвуковой стоячей волны в фазе полуволны с отрицательным давлением. Радиус микрополостей в момент слияния варьируется в интервале от значений, соответствующих зародышам (~10–100 нм), до величин, при которых несферичность пузырька в конце его сжатия становится значительной. Используются математическая модель и методика расчета работы [14], развитые для изучения схождения ударных волн в полости несферического пузырька. В них учитываются сжимаемость жидкости, испарение–конденсация, теплопроводность жидкости и пара, применяются широкодиапазонные уравнения состояния.

1. Постановка задачи

Рассматривается динамика осесимметричного кавитационного пузырька при его сильном расширении и последующем сильном сжатии. Пузырек образуется в результате слияния двух одинаковых расширяющихся сферических микрополостей (кавитационных зародышей) в пучности давления ультразвуковой стоячей волны. Зародыши кавитации возникают таким же образом, как и в экспериментах [15], — в результате воздействия на жидкость быстрых нейтронов или альфа-частиц, образующихся при распаде атомов урана, содержащихся в молекулах растворенной в жидкости урановой соли. Под слиянием микрополостей понимается соприкосновение их поверхностей. Давление в пучности p_∞ изменяется по закону

$$p_\infty = p_0 + p_a \sin(\omega t + \varphi_0),$$

здесь t — время, p_0 — статическое давление жидкости ($p_0 = 1$ бар), p_a, ω — амплитуда и частота колебаний, φ_0 — начальная фаза. Для обеспечения сильного расширения пузырька и его последующего сильного сжатия полагается $p_a = 15$ бар, $\omega = 2\pi \cdot 19{,}3$ кГц. В качестве жидкости рассматривается дейтерированный ацетон. Считается, что образующие пузырек микрополости возникают в виде кавитационных зародышей радиусом ~ 10–100 нм в момент $t = 0$ ($\varphi_0 = 3\pi/2$), когда напряжения в жидкости являются максимально растягивающими ($p_\infty = -14$ бар). Температура жидкости равна $T_0 = 293{,}15$ K. В промежутке $0 < t < t_0$ под действием растягивающих напряжений кавитационные микрополости

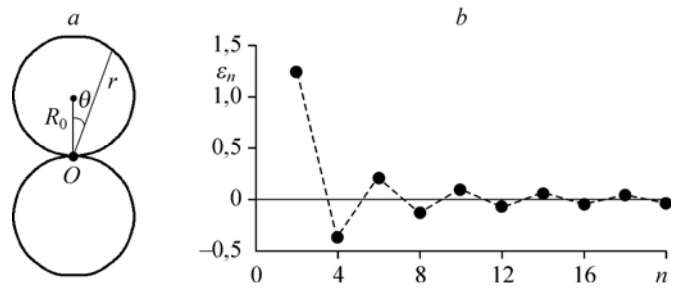


Рис. 1. Форма пузырька, образованного в результате слияния двух микрополостей (*a*), и спектр его несферичности (*b*) в момент слияния.

расширяются, давление в них сохраняется равным давлению насыщения $p_s(T_0)$ при температуре T_0. В момент t_0 происходит их слияние в исследуемый пузырек (рис. 1*a*). Гидродинамическое взаимодействие между микрополостями при их расширении не учитывается, поэтому будем считать, что они расширяются и сливаются сферическими, и расстояние между их центрами в ходе их расширения не изменяется, т.е. остается равным $2R_0$, где R_0 — радиус микрополостей при их слиянии.

В сферической системе координат с радиальной координатой r, отсчитываемой от центра полученного в результате слияния пузырька O, его поверхность можно представить в виде ряда

$$r = R(t)\left[1+\sum_{n=2}^{\infty}\varepsilon_n(t)\,P_n(\cos\theta)\right],\quad t \ge t_0, \tag{1}$$

где θ — полярный угол, R — радиус сферической составляющей полученного в результате слияния пузырька, ε_n — безразмерная амплитуда несферичности пузырька в виде полинома Лежандра P_n степени $n = 2, 3, \ldots$.

В момент образования пузырька t_0 радиус его сферической составляющей равен радиусу образующих его микрополостей ($R(t_0) = R_0$), скорость радиального расширения пузырька $\dot{R}(t_0)$ равна скорости их радиального расширения, амплитуды несферичности ε_n определяются выражениями

$$\varepsilon_{2k}(t_0) = \frac{(-1)^k\,(4k+1)\,\Gamma(k-1/2)}{(k+1)!\;\Gamma(-1/2)},\quad \varepsilon_{2k+1}(t_0) = 0,\ k = 1, 2, 3, \ldots, \tag{2}$$

скорость изменения амплитуды несферичности $\dot{\varepsilon}_n(t_0) = 0$.

Поверхность пузырька, образованного в результате слияния двух микрополостей, удовлетворительно описывается с использованием в ряде (1) девятнадцати членов (т.е. при $1 \le k \le 10$ в (2)). Получающийся пузырек и соответствующий ему спектр несферичности показаны на рис. 1*b*. Наибольший вклад вносит гармоника с номером $n = 2$ (ее амплитуда $\varepsilon_2 = 1{,}25$). Вклад других гармоник заметно меньше, причем с ростом n он все более убывает ($\varepsilon_4 = -0{,}375$, $\varepsilon_6 = 0{,}2$, …). Знаки амплитуд у гармоник с соседними четными номерами разные.

2. Математическая модель и методика расчета

Математическая модель и методика расчета настоящей работы представляют собой модификации модели и методики работы [14], развитые для изучения схождения ударных волн в полости изначально слегка несферического пузырька (с несферичностью в виде отдельной сферической гармоники) при его сжатии.

Полагается, что на стадии расширения пузырька, образованного в результате слияния двух микрополостей, и в начале стадии его сжатия до некоторого времени t_* несферичность пузырька уменьшается так, как если бы она была малой ($|\varepsilon_{2k}(t)| << 1$, $k = 1, 2, 3, \ldots$). В рассматриваемых задачах это допущение сильно нарушается лишь в начале расширения, где вновь образованный пузырек является сильно несферическим. Предполагается, что это нарушение не оказывает значительного влияния на финальную стадию расширения пузырька и, как следствие, на его сжатие, в силу того, что: 1) промежуток стадии расширения, где несферичность пузырька не мала, является относительно небольшим; 2) из-за малости этого промежутка грубость такого описания больше отразится на высокочастотных составляющих несферичности; 3) поскольку высокочастотные составляющие при расширении уменьшаются быстрее, то основной вклад в несферичность пузырька в конце расширения будут вносить наиболее правильно описываемые низкочастотные составляющие. Справедливость такого предположения была проверена сравнением результатов расчетов слияния пузырьков по модели настоящей работы с результатами расчетов методом граничных элементов (выполненных по просьбе авторов В.Г. Малаховым). Правильность работы метода граничных элементов была проверена сравнением с экспериментальными данными работы [16], полученными для слияния пузырьков только под действием поверхностного натяжения (т.е. без их расширения).

С учетом того, что несферичность пузырька на отрезке $t_0 \le t \le t_*$ изменяется как малая, движение жидкости и пара представляется в виде суперпозиций сферической (радиальной) составляющей и ее малого несферического возмущения. Для радиальной составляющей используется следующая система уравнений [5]:

$$
\begin{gathered}
\partial/\partial t\,(\rho r^2) + \partial/\partial r(\rho w r^2) = 0, \\
\partial/\partial t\,(\rho w r^2) + \partial/\partial r(\rho w^2 r^2 + p r^2) = 2pr, \\
\partial/\partial t\,(\rho e r^2) + \partial/\partial r[w r^2(\rho e + p)] = \partial/\partial r\left(r^2 \kappa\, \partial T/\partial r\right),
\end{gathered}
\tag{3}
$$

здесь ρ — плотность, w — радиальная компонента вектора скорости жидкости, p — давление, e — удельная полная энергия, T — температура, κ — коэффициент теплопроводности.

Уравнения состояния жидкости и пара принимаются в виде суммы потенциальных $p^{(\mathrm{p})}$, $U^{(\mathrm{p})}$ и тепловых $p^{(\mathrm{T})}$, $U^{(\mathrm{T})}$ компонент давления и внутренней энергии:

$$
p\,(\rho, T) = p^{(\mathrm{p})}(\rho) + p^{(\mathrm{T})}(T, \rho), \; U(\rho, T) = U^{(\mathrm{p})}(\rho) + U^{(\mathrm{T})}(T). \tag{4}
$$

Граничные условия вдали от пузырька ($r = r_\infty$, $r_\infty >> R$) и на межфазной границе ($r = R(t)$) имеют вид:

$$
\begin{gathered}
r = r_\infty\!: \quad p = p_\infty(t), \quad T = T_0, \\
r = R(t)\!: \quad \dot{R} = w_\mathrm{l} + j/\rho_\mathrm{l} = w_\mathrm{g} + j/\rho_\mathrm{g}, \quad p_\mathrm{l} = p_\mathrm{g} - 4\mu_\mathrm{l} w_\mathrm{l}/R - 2\sigma/R, \\
\kappa_\mathrm{l}\left(\partial T/\partial r\right)_\mathrm{l} - \kappa_\mathrm{g}\left(\partial T/\partial r\right)_\mathrm{g} = j l(p_\mathrm{g}), \quad T_\mathrm{l} = T_\mathrm{g},
\end{gathered}
\tag{5}
$$

где μ_l — коэффициент вязкости жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения, $l(p_\mathrm{g})$ — теплота парообразования при давлении p_g, j — интенсивность фазовых превращений (испарения или конденсации), отнесенная к единице времени и единице поверхности. Нижние индексы l и g относятся соответственно к параметрам жидкости и пара.

Интенсивность фазовых превращений j определяется выражениями [5]

$$j = \left(\alpha' \Big/ \sqrt{2\pi R_{\mathrm{g}}}\right) \cdot \left(p_{\mathrm{s}}(T) \Big/ \sqrt{T_{\mathrm{l}}} - \chi\, p_{\mathrm{g}} \Big/ \sqrt{T_{\mathrm{g}}}\right), \tag{6}$$

$$\chi = \exp(-\Omega^2) - \Omega\sqrt{\pi}\left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{\Omega} \exp\left(-x^2\right) dx\right), \quad \Omega = \frac{j\sqrt{R_{\mathrm{g}} T}}{\sqrt{2}\, p_{\mathrm{g}}},$$

здесь α' — коэффициент аккомодации, R_{g} — газовая постоянная для пара.

Уравнения состояния парообразного и жидкого дейтерированного ацетона (4) и функции физических параметров этих сред μ_{l}, σ, κ_{l}, κ_{g}, p_{s}, l от температуры принимаются в виде аппроксимаций [5]. Коэффициент аккомодации $\alpha' = 1$, что типично для углеводородов.

При описании несферических возмущений на отрезке $t_0 \le t \le t_*$, где они считаются малыми, жидкость предполагается вязкой несжимаемой, плотность в пузырьке однородной. С учетом этого для амплитуд ε_{2k} выводятся обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка [10], в свободном члене которых присутствуют интегралы от функции, характеризующей диффузию завихренности жидкости. Эта функция определяется из уравнения в частных производных с интегральным граничным условием.

Для описания динамики пара в пузырьке и окружающей жидкости при $t > t_*$, т.е. в финальной стадии сжатия пузырька, применяются двумерные уравнения газовой динамики [14], которые являются, по существу, обобщением одномерных уравнений (3)–(6) на двумерный осесимметричный случай. Применение такой модели обусловлено тем, что квазиодномерная модель [10] описывает эволюцию малых искажений сферичности пузырька на высокоскоростной стадии сжатия недостаточно удовлетворительно. Так, если в рамках квазиодномерной модели изменение амплитуды колебаний оказывается приемлемым, то изменение их фазы может иметь большие погрешности [14]. Неверное описание фазы может стать причиной возникновения значительных искажений процесса фокусировки ударной волны в пузырьке. Если же фаза колебаний не важна (например, когда ударная волна в пузырьке не возникает), а интерес представляет лишь их амплитуда, то для изучения высокоскоростной стадии сжатия можно применять квазиодномерную модель и приближенные оценки, подобные тем, что приведены в работах [17, 18].

Для численного решения уравнений (3)–(6), описывающих радиальную составляющую движения пара в пузырьке и окружающей жидкости на отрезке $t_0 \le t \le t_*$, используется классический метод С.К. Годунова первого порядка точности [19]. Для решения уравнений, описывающих несферические возмущения на этом отрезке, применяется метод Рунге–Кутты. Решение уравнений, описывающих осесимметричное движение пара в пузырьке и окружающей жидкости при $t > t_*$, находится численно с помощью TVD-модификации схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространству и времени [20].

Более подробное изложение используемых в настоящей работе математической модели и методики расчета, а также результаты их тестирования можно найти в работах [14, 21, 22].

Приведенные ниже численные решения получены на сетках с достаточно мелким разрешением (в частности, в конце рассматриваемого промежутка времени шаг по радиусу в пузырьке примерно равен 0,05 мкм, а по углу — 0,0157 рад), так что их дальнейшее измельчение не меняет обсуждаемых особенностей.

3. Динамика пузырька, образованного одной микрополостью

Перед тем, как рассматривать динамику пузырька, возникшего в результате слияния двух кавитационных микрополостей, рассмотрим особенности динамики пузырька,

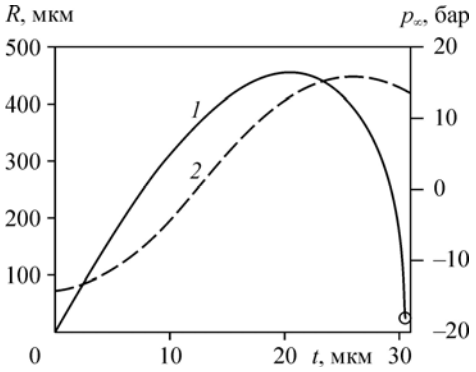


Рис. 2. Изменение радиуса R (*1*) сферического пузырька, образованного из одной микрополости, и давления жидкости p_∞ (*2*).
Символом отмечен момент экстремального сжатия пара в центре пузырька.

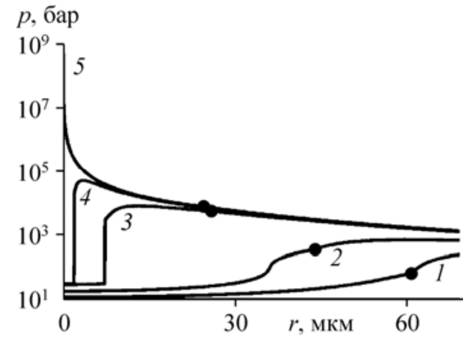


Рис. 3. Радиальные распределения давления в паре и жидкости в пять последовательных моментов времени (*1*–*5*) конца сжатия пузырька.
Кривая *5* относится к моменту экстремального сжатия пара; символами отмечено положение поверхности пузырька.

образованного одной микрополостью. Важное отличие этих случаев состоит в том, что пузырек, появившийся из одной микрополости, можно принять сферическим, а пузырек, образованный в результате слияния двух, является сильно несферическим.

На рис. 2 показано изменение давления жидкости p_∞ и соответствующее изменение радиуса R сферического пузырька, образованного из одной микрополости. Радиус пузырька в момент максимального расширения равен 450 мкм, а в момент экстремального сжатия пара — 25 мкм. На довольно продолжительном начальном участке сжатия скорость уменьшения радиуса $|\dot{R}|$ относительно невелика ($|\dot{R}| < 300$ м/с при $R > 100$ мкм), давление в пузырьке остается близким к однородному. В финале сжатия скорость $|\dot{R}|$ возрастет до ~800 м/с. При этом в пузырьке увеличивается неоднородность давления, плотности и температуры и образуется радиально сходящаяся ударная волна. В заключительном отрезке сжатия (при $R < 30$ мкм) скорость уменьшения радиуса пузырька $|\dot{R}|$ резко падает, а ускорение $\ddot{R}$ возрастает.

На рис. 3 показано формирование в пузырьке ударной волны (*1*–*3*), ее последующее радиальное схождение (*3*, *4*) и фокусировка (*5*) в центре пузырька. Ударная волна возникает на расстоянии примерно R/5 от межфазной поверхности. Ее интенсивность по мере схождения возрастает. В результате в малой окрестности центра пузырька (в горячем ядре с $r < 4$ мкм) в течение малого промежутка времени ($\delta t < 0{,}5$ нс) достигаются очень высокие плотности — выше 0,9 г/см^3, давления — выше 10^4 бар и температуры — выше 10^3 K.

4. Деформации пузырька, образованного в результате слияния двух микрополостей

Пузырек в момент образования имеет вид двух соприкасающихся шаров (рис. 1*a*), т.е. является сильно несферическим. Несферичность его характеризуется спектром, приведенным на рис. 1*b*. Как уже было сказано, вклад гармоник с ростом n довольно быстро убывает.

Радиус сливающихся микрополостей R_0 варьируется от соответствующего кавитационным зародышам значения 30 нм до значения 5 мкм. При расширении пузырька его несферичность сильно уменьшается. На рис. 4*a* даны зависимости амплитуд несферичности пузырька ε_n для $n = 2, 4, 6$ в момент его максимального расширения от R_0/R_m

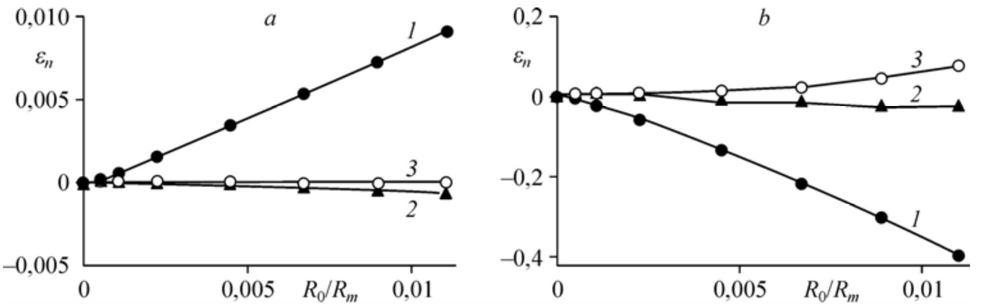


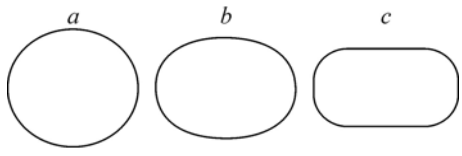
Рис. 4. Зависимости амплитуд несферичности пузырька ε_n для $n = 2$ (*1*), 4 (*2*), 6 (*3*) в момент его максимального расширения (*a*) и в момент экстремального сжатия пара (*b*) от отношения R_0/R_m. Результатам расчетов соответствуют символы.

(R_m — радиус пузырька в конце расширения) в интервале $6{,}7\cdot10^{-5} \le R_0/R_m \le 0{,}011$. Здесь и далее $R_m = 450$ мкм, что примерно соответствует максимальному радиусу рассматриваемых пузырьков, в том числе и образованных из одной микрополости. Из рис. 4*a* следует, что в момент максимального расширения пузырька, как и в момент его образования (рис. 1*b*), основной вклад в отклонение его формы от сферической вносит гармоника с номером $n = 2$. При этом при вариации R_0 в диапазоне $0{,}00056 \le R_0/R_m \le 0{,}011$ знак амплитуды ε_2 в ходе расширения пузырька сохраняется, а ее величина уменьшается, главным образом, в результате роста радиуса пузырька R_0. Степень уменьшения амплитуды ε_2 при расширении с увеличением R_0 понижается от 7000 раз при $R_0/R_m = 0{,}00056$ до 140 раз при $R_0/R_m = 0{,}011$.

При сжатии пузырька его несферичность сильно возрастает. На рис. 4*b* даны зависимости амплитуд несферичности пузырька ε_n для $n = 2$, 4, 6 в момент экстремального сжатия пара от R_0/R_m в том же интервале, что и на рис. 4*a*. Форма пузырька в этот момент для трех значений R_0/R_m представлена на рис. 5. Рост несферичности пузырька при сжатии определяется главным образом уменьшением его радиуса (неустойчивостью Биркгофа–Плессета [7]), который в рассматриваемых условиях уменьшается примерно в 18 раз и в момент экстремального сжатия пара становится равным около 25 мкм. Из рис. 4*b* видно, что основной вклад в несферичность пузырька в конце его сжатия вносит вторая гармоника (как и в момент его образования и в конце расширения), а следующий по величине вклад, в отличие от расширения, вносит гармоника с $n = 6$, а не с $n = 4$, что объясняется нелинейным взаимодействием между гармониками (без учета такого взаимодействия вклад гармоник с ростом n убывает). При сжатии знак ε_2 меняется на противоположный (с положительного на отрицательный). Рост величины ε_2 при сжатии увеличивается от 36 раз при $R_0/R_m = 0{,}00056$ до 43 раз при $R_0/R_m = 0{,}011$. При этом вариация R_0/R_m от 0,00056 до 0,011 приводит к возрастанию амплитуды ε_2 в момент экстремального сжатия от 0,06 до 0,4 по закону, близкому к линейному.

Из рис. 5 можно заключить, что при $R_0/R_m \le 0{,}0022$ форма пузырька в конце сжатия еще мало отличается от сферической. Максимальное отклонение поверхности пузырька от сферической составляет в конце сжатия около 6 % от его радиуса. При $R_0/R_m > 0{,}0022$ с ростом R_0 пузырек становится все более приплюснутым вдоль оси симметрии, так что

Рис. 5. Формы пузырьков, образованных в результате слияния двух микрополостей, в момент экстремального сжатия пара. Пузырьки образованы при $R_0/R_m = 0{,}0022$ (*a*), 0,0067 (*b*) и 0,011 (*c*).



при $R_0 / R_m = 0{,}011$ его диаметр в плоскости симметрии уже примерно в два раза превышает его размер в осевом направлении (рис. 5*c*). Приплюснутость пузырька определяется главным образом гармониками с номерами $n = 2$ и 6, амплитуда первой из которых (ε_2) является отрицательной, а второй (ε_6) — положительной.

5. Деформации ударной волны в пузырьке, образованном в результате слияния двух микрополостей

Деформацию радиально сходящейся ударной волны в пузырьке в конце его сжатия характеризует рис. 6. Первый из трех представленных на этом рисунке моментов времени (левый столбец) примерно соответствует моменту образования ударной волны, тогда как последний (правый столбец) — либо моменту вхождения ударной волны в малую центральную область пузырька радиуса 4 мкм (горячее ядро, $r/R \le 0{,}16$ (рис. 6*a*–6*c*)), либо моменту достижения центра пузырька какой-либо частью ее фронта (рис. 6*d*–6*f*). Такой выбор последнего из представленных на рисунке моментов времени обусловлен тем, что для описания динамики пузырька на последующем заключительном крайне коротком отрезке времени (менее 0,5 нс), в конце которого достигаются максимально высокие параметры сжатия среды в пузырьке, необходимо применять более точные модели (в частности, нужно учитывать диссоциацию, ионизацию). В силу очень малого различия между моментами времени формы пузырьков на рис. 5 и в последнем столбце на рис. 6 графически совпадают.

Из рис. 6 следует, что в момент образования ударной волны ее форма подобна форме пузырька, что обусловлено тем, что ударная волна возникает недалеко от поверхности пузырька. В процессе своего схождения ударная волна может сильно деформироваться, в то время как форма пузырька за это время изменяется незначительно. При $R_0/R_m \le 0{,}00056$ ударная волна к моменту своего вхождения в горячее ядро близка к сферической (ее несферичность не более 4 %). По мере увеличения R_0/R_m от 0,00056 до 0,0022 ударная волна в момент вхождения в горячее ядро становится все более вытянутой вдоль оси симметрии, так что при $R_0/R_m = 0{,}0022$ она уже оказывается похожей на тонкую цилиндрическую трубку. С увеличением R_0/R_m, начиная от 0,0022, на боковой поверхности фронта ударной волны появляется осесимметричная вмятина. В результате в момент столкновения в центре пузырька точек ударной волны, находящихся на плоскости ее симметрии, ударная волна принимает вид цилиндра с седлообразной боковой поверхностью.

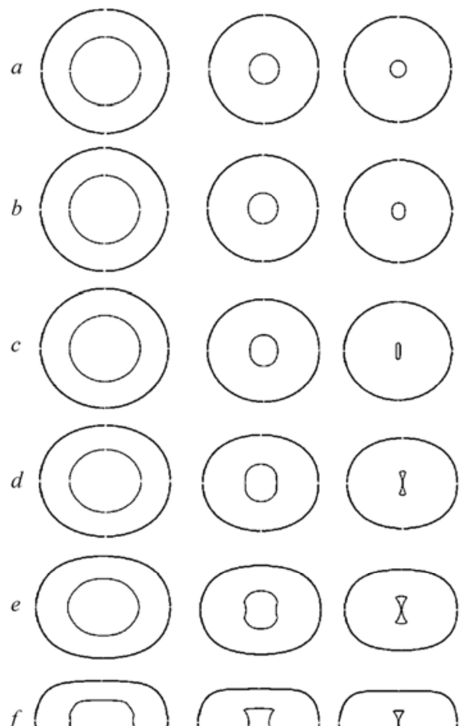


Рис. 6. Деформация поверхности пузырька (внешние линии) и ударной волны в нем (внутренние линии) в процессе ее радиального схождения. Образование пузырьков при $R_0/R_m = 0{,}00056$ (*a*), 0,0011 (*b*), 0,0022 (*c*), 0,0045 (*d*), 0,0067 (*e*), 0,011 (*f*).

Заключение

Кавитационный пузырек, образованный в результате слияния двух сферических микрополостей радиуса R_0, в процессе расширения и последующего сильного сжатия мало отличается от сферического в конце сжатия (с несферичностью не более 6 %) лишь при $R_0 / R_m \leq 0{,}0022$. С повышением R_0 / R_m от 0,0022 до 0,011 несферичность пузырька в конце сжатия быстро увеличивается от 6 до 36 % по закону, близкому к линейному. При этом форма пузырька из гантелеобразной в момент образования превращается к концу сжатия в приплюснутую вдоль оси сферу.

Возникающая в финале сжатия ударная волна остается в процессе радиального схождения близкой к сферической вплоть до малой центральной области пузырька $r / R \leq 0{,}16$ (с несферичностью не более 4 %) лишь при $R_0 / R_m \leq 0{,}00056$. С увеличением R_0 она в момент вхождения в эту область становится все более вытянутой вдоль оси симметрии, напоминая при $R_0 / R_m = 0{,}0022$ тонкую цилиндрическую трубку. С увеличением R_0 / R_m, начиная от 0,0022, на боковой поверхности вытянутого вдоль оси фронта ударной волны появляется осесимметричная вмятина, в результате чего первыми центра пузырька достигают точки фронта, находящиеся на плоскости симметрии. Ударная волна в этот момент принимает вид цилиндра с седлообразной боковой поверхностью, верхняя и нижняя поверхности которого находятся вне области горячего ядра.

На основе полученных результатов можно заключить, что относительно близкое к сферическому сжатие пузырька и его парового содержимого будет реализовываться лишь при $R_0 / R_m \leq 0{,}00056$, т.е. когда $R_0 \leq 250$ нм. С ростом R_0 / R_m, начиная от 0,00056, характер сжатия будет все более отклоняться от сферического, а при $R_0 / R_m > 0{,}037$, согласно оценкам по линейной теории, пузырек в ходе сжатия будет разрушаться — распадаться на более мелкие пузырьки.

Авторы благодарны В.Г. Малахову за расчеты методом граничных элементов и рецензенту за указание ссылок на статьи с экспериментальными данными.

Список литературы

1. **Suslick K.S.** Sonochemistry // Science. 1990. Vol. 247. P. 1439–1445.
2. **Johnsen E., Colonius T.** Shock-induced collapse of a gas bubble in shockwave lithotripsy // J. of the Acoustical Society of America. 2008. Vol. 124, No 4. P. 2011–2020.
3. **Flannigan D.J., Suslick K.S.** Inertially confined plasma in an imploding bubble // Nature Physics. 2010. Vol. 6. P. 598–601.
4. **Moss W.C., Clarke D.B., Young D.A.** Calculated pulse widths and spectra of a single sonoluminescing bubble // Science. 1997. Vol. 276. P. 1398–1401.
5. **Nigmatulin R.I, Akhatov I.Sh., Bolotnova R.K., Topolnikov A.S., Vakhitova N.K., Lahey R.T., Taleyarkhan R.P.** The theory of supercompression of vapor bubbles and nano-scale thermonuclear fusion // Phys. Fluid. 2005. Vol. 17. P. 107106-1–107106-31.
6. **Bass A., Ruuth S.J., Camara C., Merriman B., Putterman S.** Molecular dynamics of extreme mass segregation in a rapidly collapsing bubble // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 234301-1–234301-4.
7. **Plesset M.S., Mitchell T.P.** On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid // Quart. Appl. Math. 1956. Vol. 13, No 4. P. 419–430.
8. **Evans A.K.** Instability of converging shock waves and sonoluminescence // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54, No 5. P. 5004–5011.
9. **Brenner M., Hilgenfeldt S., Lohse D.** Single-bubble sonoluminescence // Rev. Mod. Phys. 2002. Vol. 74. P. 425–484.
10. **Нигматулин Р.И., Ильгамов М.А., Аганин А.А., Топорков Д.Ю.** Эволюция возмущений сферичности парового пузырька при его сверхсжатии // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55, № 3. С. 82–102.
11. **Storey B.D.** Shape stability of sonoluminescence bubbles: Comparison of theory to experiments // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. P. 017301-1–017301-3.
12. **Аганин А.А., Ильгамов М.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г.** Нелинейные несферические колебания пузырька газа при периодическом изменении давления окружающей жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 3. С. 521–523.

13. **Аганин А.А., Косолапова Л.А., Малахов В.Г.** Нелинейные радиальные колебания и пространственные перемещения несферического газового пузырька в жидкости // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 5. С. 56–70.
14. **Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А.** Эволюция малых искажений парового пузырька при его сверхсжатии // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 10. С. 82–96.
15. **Нигматулин Р.И., Лэхи Р.Т. (мл.), Талейархан Р.П., Вест К.Д., Блок Р.С.** О термоядерных процессах в кавитирующих пузырьках // Успехи физических наук. 2014. Т. 184, № 9. С. 947–960.
16. **Thoroddsen S.T., Etoh T.G., Takehara K., Ootsuka N.** On the coalescence speed of bubbles // Phys. Fluids. 2005. Vol. 17. P. 071703-1–071703-4.
17. **Ильгамов М.А.** Расширение-сжатие и устойчивость полости в жидкости при сильном акустическом воздействии // Докл. АН. 2010. Т. 433, № 2. С. 178–181.
18. **Ильгамов М.А.** Отклонение от сферичности паровой полости в момент ее коллапса // Докл. АН. 2011. Т. 440, № 1. С. 35–38.
19. **Aganin A.A.** Dynamics of a small bubble in a compressible fluid // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2000. Vol. 33. P. 157–174.
20. **Harten A., Engquist B., Osher S., Chakravarthy S.R.** Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes III // J. Comp. Phys. 1987. Vol. 71. P. 231–303.
21. **Аганин А.А., Ильгамов М.А., Халитова Т.Ф.** Моделирование сильного сжатия газовой полости в жидкости // Математическое моделирование. 2008. Т. 20, № 11. С. 89–103.
22. **Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А.** Метод численного решения задач сильного сжатия несферического кавитационного пузырька // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 1. С. 14–32.

Статья поступила в редакцию 14 апреля 2015 г.,
после доработки — 25 ноября 2015 г.