УДК 519.67

Моделирование методом Монте-Карло сигнала лазерной навигационной системы*

Е.Г. Каблукова[1,2], В.Г. Ошлаков[3], С.М. Пригарин[1,2]

[1]Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, просп. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090

[2]Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ), ул. Пирогова, 2, Новосибирск, 630090

[3]Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева Сибирского отделения Российской академии наук, пл. Акад. Зуева, 1, Томск, 634055

E-mails: kablukovae@sscc.ru (Каблукова Е.Г.), oshlakov@iao.ru (Ошлаков В.Г.), smp@osmf.sscc.ru (Пригарин С.М.)

Английская версия этой статьи печатается в журнале “Numerical Analysis and Applications” № 3, Vol. 16, 2023.

Каблукова Е.Г., Ошлаков В.Г., Пригарин С.М. Моделирование методом Монте-Карло сигнала лазерной навигационной системы // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2023. — Т. 26, № 3. — С. 253–261.

Разработаны алгоритмы статистического моделирования сигнала, регистрируемого фотоприёмником лазерной навигационной системы, предназначенной для безопасной посадки воздушных судов. Методом Монте-Карло оцениваются мощность и угловые распределения излучения, регистрируемого приёмником, а также анализируется влияние рассеяния различной кратности на регистрируемый сигнал. Проведённые вычисления показывают, что предлагаемые алгоритмы позволяют оценить эффективность работы лазерной навигационной системы в различных условиях.

DOI: 10.15372/SJNM20230302

Ключевые слова: *перенос излучения, метод Монте-Карло, многократное рассеяние, лазерная навигационная система.*

Kablukova E.G., Oshlakov V.G., Prigarin S.M. Monte Carlo simulation of a laser navigation system signal // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci. — Novosibirsk, 2023. — Vol. 26, № 3. — P. 253–261.

We have developed stochastic algorithms to simulate signals detected by a receiver of a laser navigation system designed for safe aircraft landing. Radiant flux and radiance at the receiver, as well as the contribution of radiation of different orders of scattering are estimated by a Monte Carlo method. Computation results show that the proposed algorithms allow one to study the efficiency of the laser navigation system in various conditions.

Keywords: *radiation transfer, Monte Carlo method, multiple scattering, laser navigation system.*

1. Постановка задачи

В настоящее время посадка самолетов в тумане при метеорологической дальности видимости порядка 300 м даже на аэродромах, оборудованных современными системами посадки, рассматривается как критическая [3]. В качестве средств посадки летательных аппаратов могут использоваться лазерные системы, создающие пучки направленного

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 23-27-00345).

излучения с малой расходимостью. Для лазерной навигационной системы, рассматриваемой в работах [3, 4], предлагается размещать на летательном аппарате фотоприёмные блоки, которые позволяют регистрировать угловые распределения интенсивности излучения в различных плоскостях визирования и определять положение луча лазера.

Данная работа посвящена моделированию методом Монте-Карло рассеяния лазерного излучения в условиях низкой метеорологической видимости, а также оценке мощности и угловых характеристик сигнала, регистрируемого приёмником навигационной системы.

Для решения поставленной задачи рассматривается стационарное интегральное уравнение переноса оптического излучения, которое записывается в терминах плотности столкновений $\varphi(\vec{r},\vec{\omega}) = \sigma(\vec{r},\vec{\omega})I(\vec{r},\vec{\omega})$, где $\sigma(\vec{r},\vec{\omega})$ — коэффициент ослабления среды [8], $I(\vec{r},\vec{\omega})$ — интенсивность излучения в точке $\vec{r} \in \mathbf{R^3}$ в направлении $\vec{\omega} \in \Omega$. Уравнение переноса излучения с обобщённым ядром имеет вид [2, 8]:

$$\varphi(\vec{r},\vec{\omega}) = \int_\Omega \int_{R^3} k\left(\vec{r'},\vec{\omega'},\vec{r},\vec{\omega}\right)\varphi(\vec{r'},\vec{\omega'})\,d\vec{r'}d\vec{\omega'} + \varphi_0(\vec{r},\vec{\omega}), \tag{1}$$

$$k(\vec{r'},\vec{\omega'},\vec{r},\vec{\omega}) = q\left(\vec{r'},\vec{\omega'}\right)\sigma(\vec{r},\vec{\omega})w\left(\vec{r'},\vec{\omega'};\vec{\omega}\right)\frac{\exp\left(-\tau(\vec{r'},\vec{r})\right)}{|\vec{r}-\vec{r'}|^2}\delta\left(\vec{\omega}-\frac{\vec{r}-\vec{r'}}{|\vec{r}-\vec{r'}|}\right). \tag{2}$$

Здесь $q\,(\vec{r},\vec{\omega})$ — вероятность рассеяния кванта излучения при столкновении, $\tau(\vec{r'},\vec{r}) = \int_0^{|\vec{r}-\vec{r'}|}\sigma(\vec{r'}+s\vec{\omega},\vec{\omega})\,ds$ — оптическая длина пути между точками $\vec{r'}$ и $\vec{r}$, $\delta(\vec{\omega})$ — дельта-функция Дирака, $w\big(\vec{r'},\vec{\omega'};\vec{\omega}\big)$ — индикатриса рассеяния излучения, $\varphi_0(\vec{r},\vec{\omega})$ — плотность начальных столкновений. Для оптически изотропных рассеивающих сред, таких как жидкокапельные облака и туманы, вероятность рассеяния кванта излучения и коэффициент ослабления не зависят от направления движения фотона $q\,(\vec{r},\vec{\omega}) = q(\vec{r})$, $\sigma(\vec{r},\vec{\omega}) = \sigma(\vec{r})$, а индикатриса рассеяния зависит от косинуса угла рассеяния $\mu = \big(\vec{\omega'},\vec{\omega}\big)$, $w\big(\vec{r'},\vec{\omega'};\vec{\omega}\big)d\vec{\omega} = \frac{1}{2\pi}g\big(\vec{r'},\mu\big)\,d\mu\,d\varphi$.

2. Алгоритмы численного статистического моделировния

Будем считать, что источник стационарного излучения (лазер навигационной системы) расположен в начале координат O. Лазерный луч направлен вдоль оси Oz. Приёмник расположен в точке $\vec{r}_d$ на расстоянии $r_\perp$ от луча лазера. Расстояние от источника до проекции точки $\vec{r}_d$ на ось Oz равно $r_\|$. Рассмотрим плоскость α, проходящую через точку $\vec{r}_d$ и содержащую ось Oz. Нас будут интересовать угловые распределения яркости в точке приёмника в плоскости α_ψ, которая перпендикулярна плоскости α и расположена под углом $\psi \in (0,\pi/2)$ к лучу лазера (см. рис. 1). Единичный вектор, направленный от луча лазера в точку $\vec{r}_d$, параллельный линии пересечения плоскостей α и α_ψ, обозначим как $\vec{\eta}_0$. Предполагается, что фотоприёмник регистрирует излучение с направлениями $\{\vec{\omega} : (\vec{\omega},\vec{\omega}_\alpha) > \cos(\phi)\}$, где $\vec{\omega}_\alpha$ — проекция $\vec{\omega}$ на плоскость α_ψ, $(\vec{a},\vec{b})$ — скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ϕ — угол раствора фотоприёмника.

Интенсивность излучения в точке приёмника оценивается методом Монте-Карло с помощью оценки по столкновениям [2]. Для этого моделируется однородная цепь Маркова, описывающая траекторию движения квантов излучения $\{\vec{x}_0,\vec{x}_1,\ldots,\vec{x}_n,\ldots\}$, $\vec{x}_n = (\vec{r}_n,\vec{\omega}_n)$, где $\vec{r}_n \in \mathbf{R}^3$, $\vec{\omega}_n$ — направление движения фотона после рассеяния в точке $\vec{r}_n$. При этом $\vec{r}_0 = (0,0,0)$ — координаты источника, а $\vec{\omega}_0 = (0,0,1)$ — направление луча лазера.

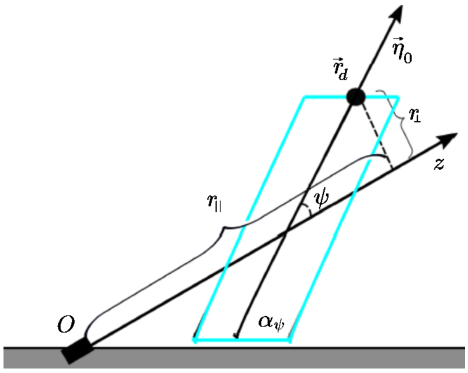

Рис. 1. Геометрическая схема задачи: Oz — направление луча лазера, $\vec{r}_d$ — положение приёмника, α_ψ — плоскость визирования

В задаче не учитываются поглощение и отражение излучения подстилающей поверхностью, поэтому геометрическая схема задачи симметрична относительно оси Oz. Используя это свойство, для увеличения эффективности оценки по столкновениям в качестве регистрирующей области $V_d \subset \mathbf{R}^3$ рассматривается множество

$$V_d = \{\vec{r} = (x, y, z) : (r_\perp - \delta_r)^2 \le x^2 + y^2 \le (r_\perp + \delta_r)^2, |z - r_\|| < \delta_z\}$$

с объемом $|V_d| = 8\pi\delta_z r_\perp \delta_r$. При условии, что мощность источника равна 1, интенсивность излучения в точке приёмника $\vec{r}_d$, средняя по всем направлениям в плоскости α_ψ, оценивается методом Монте-Карло:

$$I^{(1)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi^{(1)}, \quad \xi^{(1)} = \sum_{n=1}^{N} Q_n h(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1}), \quad Q_n = \prod_{j=1}^{n} q(\vec{r}_j), \tag{3}$$

где $\mathbf{E}$ обозначает математическое ожидание, N — число столкновений фотона,

$$h(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1}) = \begin{cases} \dfrac{\Delta_\phi(\vec{\omega}_{n-1})}{4\pi\sigma(\vec{r}_n)\sin(\phi)|V_d|}, & \text{если } \vec{r}_n \in V_d, \\ 0, \ \text{если } \vec{r}_n \notin V_d. \end{cases} \tag{4}$$

В формуле (4) $\vec{\omega}_{n-1}$ является направлением движения фотона до рассеяния в точке $\vec{r}_n \in V_d$, а функция

$$\Delta_\phi(\vec{\omega}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sin(\widehat{\vec{\omega}\vec{\omega}_\alpha}) \le \sin(\phi), \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \tag{5}$$

где $\vec{\omega}_\alpha$ — это ортогональная проекция вектора $\vec{\omega}$ на плоскость α_ψ, определяется плоскостью визирования луча лазера. Используя обозначения $I^{(1)}$, $\xi^{(1)}$, мы будем подразумевать, что для вычисления использовалась оценка по столкновениям.

Для оценки интенсивности излучения по направлениям в плоскости α_ψ строится M-элементная гистограмма частот проекций $\vec{\omega}_{\alpha,n-1}$ векторов $\vec{\omega}_{n-1}$ на плоскость α_ψ в интервале $(0, \pi)$. Вычисляются значения $I^{(1,m)}(\vec{r}_d)$ при $m = 1, \ldots, M$:

$$I^{(1,m)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi^{(1,m)}, \quad \xi^{(1,m)} = \sum_{n=1}^{N} Q_n h^{\{m\}}(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1}), \tag{6}$$

$$h^{\{m\}}(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1}) = Mh(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1})\Delta_{\Omega_m}(\vec{\omega}_{\alpha,n-1}),$$
$$\Delta_{\Omega_m}(\vec{\omega}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \cos((m-1)\beta) > \left(\eta_0, \dfrac{\vec{\omega}_\alpha}{|\vec{\omega}_\alpha|}\right) \geq \cos(m\beta), \\ 0, & \text{иначе}, \end{cases} \tag{7}$$

где $h(\vec{r}_n, \vec{\omega}_{n-1})$ определена в (4), $\beta = \pi/M$. Величины $I^{(1,m)}(\vec{r}_d)$ служат оценками интенсивности излучения в плоскости α_ψ по направлению с углом $(m-0.5)\beta$ относительно вектора η_0.

Альтернативный подход к решению поставленной задачи основан на построении локальных оценок метода Монте-Карло [2,8]. При этом для соответствующих величин мы будем использовать обозначения:

$$I^{(2)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi^{(2)}, \quad \xi^{(2)} = \sum_{n=1}^{N} Q_n f(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d), \tag{8}$$

$$I^{(2,m)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi^{(2,m)}, \quad \xi^{(2,m)} = \sum_{n=1}^{N} Q_n f^{\{m\}}(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d). \tag{9}$$

Здесь
$$f(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d) = \frac{\exp\left(-\tau(\vec{r}_n, \vec{r}_d)\right) g(\vec{r}_n, \mu_n)}{8\pi^2|\vec{r}_d - \vec{r}_n|^2 \sin(\phi)} \Delta_\phi(\vec{\omega}_n^*), \tag{10}$$

$$f^{\{m\}}(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d) = Mf(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d)\Delta_{\Omega_m}(\vec{\omega}_n^*), \quad \vec{\omega}_n^* = \frac{\vec{r}_d - \vec{r}_n}{|\vec{r}_d - \vec{r}_n|},$$

$\mu_n = (\vec{\omega}_{n-1}, \vec{\omega}_n^*)$ — косинус угла между направлением движения $\vec{\omega}_{n-1}$ фотона до рассеяния в точке $\vec{r}_n$ и направлением $\vec{\omega}_n^*$ из $\vec{r}_n$ в точку приёмника $\vec{r}_d$, вес Q_n вычисляется согласно формуле (3), функции $\Delta_\phi(\vec{\omega})$, $\Delta_{\Omega_m}(\vec{\omega})$ определены в (5) и (7) соответственно.

Из-за величины $|\vec{r}_d - \vec{r}_n|^2$ в знаменателе формулы (10) оценки (8), (9) имеют бесконечную дисперсию. В численных расчётах использована смещённая оценка интенсивности излучения с конечной дисперсией [8]: для точек столкновения

$$r_n \in B_\epsilon = \{\vec{r} \in R^3 : |\vec{r} - \vec{r}_d| < \epsilon\}, \tag{11}$$

где ϵ — малое положительное число, вклад в локальную оценку не учитывается. Известно [7], что смещение данной модификации локальной оценки асимптотически линейно относительно радиуса ϵ.

В силу симметрии задачи относительно оси Oz, как и в случае оценки по столкновениям, интенсивность излучения в точке $\vec{r}_d$ можно представить как среднее значение интенсивностей излучения $I^{(2)}(\vec{r}_d^{\,l})$ для конечного набора “фиктивных” приёмников, расположенных симметрично относительно оси Oz в точках $\vec{r}_d^{\,l} = (x_d^l, y_d^l, r_\parallel)$, где $x_d^l = r_\perp \cos(l\gamma)$, $y_d^l = r_\perp \sin(l\gamma)$, $\gamma = 2\pi/L$, $l = 0, \dots, L-1$:

$$I^{(3)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi_L^{(3)}, \quad \xi_L^{(3)} = \frac{1}{L}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=0}^{L-1} Q_n f(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d^{\,l}) = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1} \xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,l}), \tag{12}$$

$$I^{(3,m)}(\vec{r}_d) \approx \mathbf{E}\xi_L^{(3,m)}, \quad \xi_L^{(3,m)} = \frac{1}{L}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=0}^{L-1} Q_n f^{(m)}(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d^{\,l}).$$

Использование нескольких фиктивных приёмников позволяет сэкономить время моделирования, так как по одной траектории вычисляется несколько локальных оценок, которые затем осредняются.

Здесь возникает проблема оценки оптимального числа L фиктивных приёмников для минимизации трудоёмкости оценки $I^{(3)}(\vec{r}_d)$. Как заметил Г.А. Михайлов, осреднение статистически эквивалентных локальных оценок аналогично осреднению в методе расщепления [1, 6], и, следовательно, приближённо должно выполняться соотношение для дисперсии оценки $\xi_L^{(3)}$:

$$\mathbf{V}\xi_L^{(3)} \approx V_0 + \frac{V_1}{L}. \tag{13}$$

Среднее время моделирования $T_L = t_0 + Lt_1$ одной реализации случайной величины $\xi_L^{(3)}$ является суммой времени t_0 моделирования траектории фотона и времени Lt_1, затрачиваемого на вычисление локальных оценок в L приёмниках. Минимизация трудоёмкости $S_L = T_L \mathbf{V}\xi_L^{(3)}$ даёт оптимальное число фиктивных приёмников

$$L_{\text{opt}} \approx \sqrt{\frac{t_0 V_1}{t_1 V_0}}. \tag{14}$$

Заметим, что соотношение (13) является приближённым, так как в отличие от метода расщепления здесь осуществляется систематическая выборка (фиктивные приёмники расположены на фиксированной сетке). Для оценки $\xi_L^{(3)}$ выполнено

$$\mathbf{V}\xi_L^{(3)} = \frac{1}{L^2}\mathbf{V}\left[\sum_{l=0}^{L-1}\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,l})\right] = \frac{1}{L^2}\sum_{l=0}^{L-1}\left(\mathbf{V}\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,l}) + \sum_{k=0,k\neq l}^{L-1}\operatorname{cov}\left(\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,l}), \xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,k})\right)\right),$$

где $\operatorname{cov}(\xi,\eta) = \mathbf{E}\xi\eta - \mathbf{E}\xi\mathbf{E}\eta$ — ковариация случайных величин ξ и η. Из симметрии расположения детекторов относительно оси источника излучения в случае чётного значения $(L-1)$ следует равенство

$$\begin{aligned}\mathbf{V}\xi_L^{(3)} &= \frac{1}{L}\left(\mathbf{V}\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,0}) + 2\sum_{k=1}^{(L-1)/2}\operatorname{cov}\left(\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,0}), \xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,k})\right)\right)\\ &= \frac{\mathbf{V}\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,0})}{L}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{(L-1)/2}\operatorname{cor}\left(\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,0}), \xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,k})\right)\right),\end{aligned} \tag{15}$$

$\operatorname{cor}(\xi,\eta) = \operatorname{cov}(\xi,\eta)/\sqrt{\mathbf{V}\xi\mathbf{V}\eta}$. Если L чётно, то в правую часть формулы (15) добавляется слагаемое $\frac{1}{L}\operatorname{cov}\left(\xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,0}), \xi^{(3)}(\vec{r}_d^{\,L/2})\right)$. Таким образом, в формуле (13) можно положить $V_1 = \mathbf{V}\xi^{(3)}(r_d) = \mathbf{V}\xi^{(2)}$. Значение V_0 в (13), строго говоря, зависит от L и, как следует из (15), при больших L стремится с точностью до мультипликативного параметра к интегралу от корреляционной функции для оценки $\xi^{(3)}(r_d)$. На практике значения t_0, t_1, V_0, V_1 несложно оценить на основе предварительных вычислений.

3. Результаты статистического моделирования

Численные расчёты представлены для лазерного излучения с длиной волны 1.5 мкм. Рассматривались различные модели рассеивающей среды с постоянными значениями коэффициента ослабления $\sigma = 0.016\,\text{м}^{-1}$ и альбедо однократного рассеяния $q = 0.989$. Использовалась индикатриса облака C1 из [5] (средний косинус угла рассеяния $\hat{\mu}_1 = 0.824$).

Областью моделирования траекторий фотонов является цилиндр с осью Oz. Предполагаем, что за пределами цилиндра находится абсолютный поглотитель. Размеры области моделирования и положение источника излучения относительно ее границ подбирались таким образом, чтобы не было существенного влияния на результаты расчётов.

В расчётах предполагается, что расстояние от приёмника до оси Oz равно $r_\perp = 15$ м. Оптическое расстояние $\tau_{||} = \sigma r_{||}$ от источника до приёмника излучения принимало значения $5, 7, 9, 10$. Угол наклона плоскости α_ψ: $\psi = 35^\circ, 75^\circ$. Угол раствора приёмника $\phi = 5^\circ$ относительно плоскости α_ψ.

Были проведены тестовые расчёты средних значений интенсивности излучения, регистрируемого в плоскости α_ψ, $\psi = 35^\circ$, с помощью локальной оценки $I^{(2)}$ для различных радиусов ϵ шара B_ϵ. С увеличением радиуса ϵ увеличивается смещение оценки $I^{(2)}$, что приводит к уменьшению средних значений интенсивности излучения (см. таблицу 1). Представленная в табл. 1 зависимость $\mathbf{E}\xi^{(2)}$ от радиуса ϵ шара B_ϵ подтверждает асимптотическую линейность смещения $|I^{(2)} - \mathbf{E}\xi^{(2)}|$ от радиуса ϵ [7].

Таблица 1. Математические ожидания $\mathbf{E}\xi^{(2)}$ и дисперсии $\mathbf{V}\xi^{(2)}$ оценки $\xi^{(2)}$ интенсивности излучения, регистрируемого в плоскости α_ψ, $\psi = 35^\circ$, при $\tau_{||} = 5$ для различных ϵ

ϵ, м	$\mathbf{E}\xi^{(2)}$	$\mathbf{V}\xi^{(2)}$
0.25	4.825e−3	4.823e−2
1	4.753e−3	3.413e−2
2	4.633e−3	1.803e−2
4	4.381e−3	7.506e−3

Для алгоритма, основанного на локальных оценках, предварительные расчёты позволяют оценить число фиктивных приёмников, обеспечивающее трудоёмкость, близкую к минимальной. В табл. 2 представлены значения трудоёмкости оценки $\xi^{(3)}$ средней интенсивности излучения в плоскости α_ψ, $\psi = 35^\circ$, полученные с помощью локальных оценок с различным числом L фиктивных детекторов излучения. Расчёт выполнен для $\tau_{||} = 5$, $\epsilon = 2$ м. Трудоёмкость оценивалась согласно формуле $S = \mathbf{V}\xi^{(3)} t$, где t — среднее время моделирования одной траектории фотона, $\mathbf{V}\xi^{(3)}$ — дисперсия оценки, вычисляемая по формуле

$$\mathbf{V}\xi^{(3)} \approx \frac{1}{L^2}\left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=0}^{L-1} Q_n f(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d^{\,l})\right)^2 - \left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N}\sum_{l=0}^{L-1} Q_n f(\vec{r}_n, \vec{\omega}_n, \vec{r}_d^{\,l})\right)^2\right).$$

Здесь K — число моделируемых траекторий фотонов. Из таблицы видно, что оптимальное число фиктивных приёмников в нашем случае равно 48. При этом трудоёмкость оценки $\xi^{(3)}$ уменьшается на порядок по сравнению с оценкой $\xi^{(2)}$.

Оценка оптимального числа приёмников по формулам (13), (14) даёт близкое значение оптимального L_{opt}. Например, если значения V_0, V_1 и t_0, t_1 вычисляются по первой строке ($L = 1$) и четвёртой строке ($L = 8$) табл. 2, то $L_{\text{opt}} \approx 40$.

Таблица 2. Дисперсия $\mathbf{V}\xi^{(3)}$, время моделирования t и трудоёмкость S оценок $\xi^{(3)}$ средней интенсивности излучения в плоскости α_ψ в зависимости от числа L фиктивных приёмников

L	$\mathbf{V}\xi^{(3)}$	$t * 10^8$с	$S * 10^8$
1	0.4039	209	84.4
2	0.2021	220	44.4
4	0.1004	246	24.7
8	0.0542	290	15.7
16	0.0284	389	11.1
32	0.0160	542	8.67
48	0.0118	697	8.19
64	0.00998	884	8.82
96	0.00841	1134	9.54

Для определения положения летательного аппарата относительно посадочной полосы наиболее информативными являются одно- и двукратно рассеянное излучение, остальные кратности рассеяния зашумляют сигнал лазера, осложняя определение координат летательного аппарата.

На рис. 2 представлены доли излучения (в процентах) с различной кратностью рассеяния в сигнале, регистрируемом приёмником в направлении η_0 для плоскости визирования α_ψ, $\psi = 35°$ (слева) и $\psi = 75°$ (справа). В данном расчёте оптические толщины рассеивающей среды от источника излучения до плоскости, в которой находится летательный аппарат, равны $\tau_{||} = 5, 7, 9, 10$. Для узконаправленного приёмника учитывалась интенсивность излучения в направлениях с отклонением $\pm 1°$ от направления η_0. Из рисунка видно, что для $\tau_{||} = 10$ интенсивность однократно рассеянного излучения составляет около 20% от общей интенсивности сигнала в этом направлении для $\psi = 35°$ и около 10% для $\psi = 75°$.

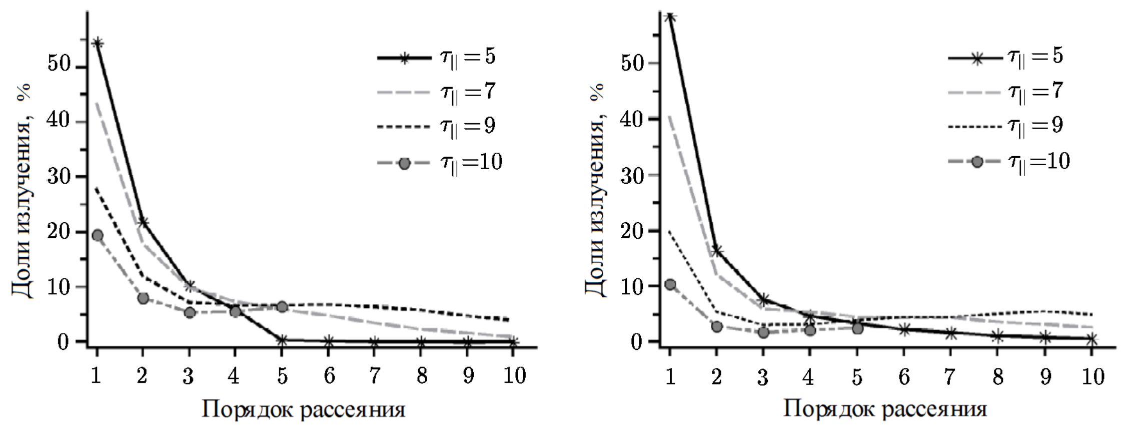

Рис. 2. Доли излучения (в процентах) с различной кратностью рассеяния в сигнале, регистрируемом приёмником в направлении на луч навигационной системы в плоскости α_ψ: $\psi = 35°$ (справа) и $\psi = 75°$ (слева)

На рис. 3 представлены угловые распределения интенсивности излучения, регистрируемого детектором, а также интенсивности многократно рассеянного излучения (без учёта рассеяния первой и второй кратности) в плоскостях визирования α_ψ для $\psi = 35°$, $\psi = 75°$, $\tau_{||} = 7, 10$. Направление $\vec{\eta}_0$ соответствует углу в $0°$ на графике. Мощность источника излучения равна 1. Результаты получены по 10^{10} траекториям фотонов. Относительная погрешность оценки средней интенсивности излучения в плоскости α_ψ не превышает 1%. Видно, что интенсивность излучения практически на порядок уменьшается при увеличении угла между плоскостью визирования и лучом лазера с 35° до 75°. С увеличением оптического расстояния между источником и детектором излучения отношение между максимальным значением интенсивности, соответствующим направлению $\vec{\eta}_0$, и средним значением интенсивности детектируемого излучения сокращается. Из-за присутствия погрешностей измерения для $\tau_{||} = 10$ восстановление положения вектора $\vec{\eta}_0$ может быть затруднительно.

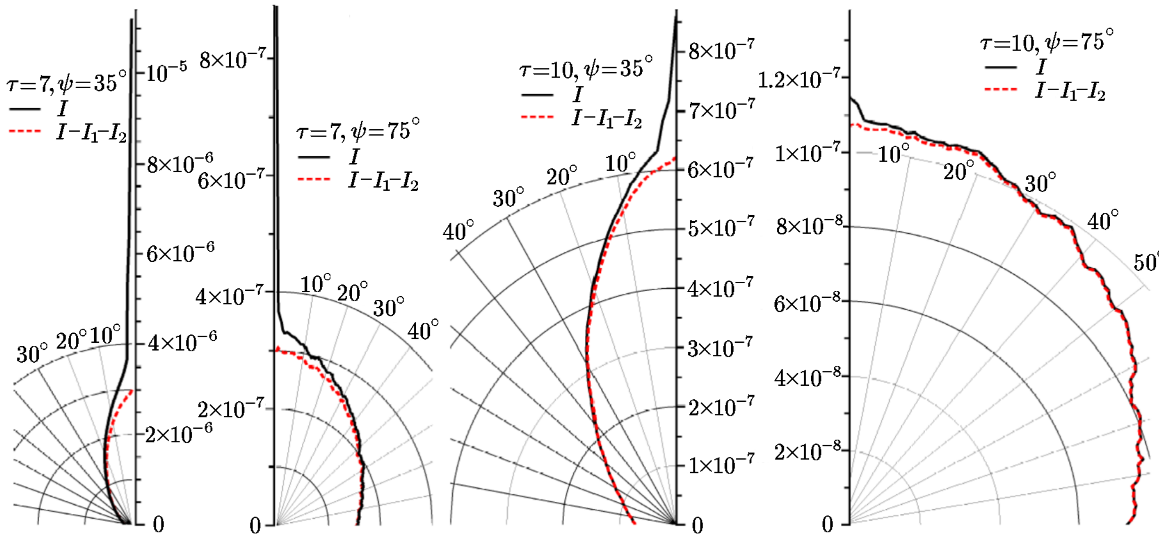

Рис. 3. Угловые распределения интенсивности сигнала I (непрерывная линия) и многократно рассеянного излучения $I - I_1 - I_2$ (пунктирная линия), регистрируемого детектором, в плоскости α_ψ для 35°, 75°. Полярная система координат. Результаты расчёта представлены для $\tau_{||} = 7, 10$

Полученные результаты позволяют говорить о возможности использования исследуемой лазерной системы навигации для оптических расстояний между приёмником и источником излучения $\tau_{||} \leq 9$.

4. Заключение

Разработаны алгоритмы статистического моделирования для оценки средней интенсивности и угловых распределений рассеянного лазерного излучения, регистрируемого детектором навигационной системы. Вычисления проведены с помощью монтекарловской оценки по столкновениям и локальной оценки. Предложена модификация алгоритма с использованием локальных оценок для L фиктивных детекторов, расположенных симметрично относительно лазерного луча. Показано, что выбор оптимального числа L фиктивный детекторов позволяет существенно уменьшить трудоёмкость оценки. Исследованы вклады излучения различной кратности рассеяния в общий сигнал, регистрируемый детектором в направлении на луч навигационной системы. Представлены результаты расчётов угловых распределений интенсивности излучения для различных оптических расстояний между источником и приёмником излучения для облачной индикатрисы рассеяния. Разработанные алгоритмы позволяют оценить эффективность работы лазерной навигационной системы в различных метеорологических условиях.

Благодарности. Авторы выражают свою искреннюю признательность Г.А. Михайлову, Б.А. Каргину, В.В. Учайкину, чьи замечания помогли существенно улучшить изложение материала.

Литература

1. **Михайлов Г.А.** Оптимизация весовых методов Монте-Карло. — М.: Наука, 1987. Перевод: Mikhailov G.A. Optimization of Weighted Monte Carlo Methods. — Berlin: Springer-Verlag, 1992.
2. **Михайлов Г.А., Войтишек А.В.** Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. — Москва: Академия, 2006.
3. **Ошлаков В.Г., Цвык Р.Ш., Солдатов А.Н., Илюшин Я.А.** Принципы построения лазерных лучевых инструментальных систем ориентирования. Ч. 1 // Изв. вузов. Физика. — 2013. — Т. 56, № 10/2. — С. 84–93.
4. **Солдатов А.Н., Ошлаков В.Г., Илюшин Я.А.** Лазерные лучевые инструментальные системы навигации // Сб. тр. XII Междунар. школы-конференции “Инноватика-2016”. — Томск, 2016. — С. 32–40.
5. **Deirmendjian D.** Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions. — New York: American Elsevier, 1969.
6. **Kahn H.** Use of different Monte Carlo sampling techniques // Symposium on Monte Carlo methods. / H.A. Mayer. — Willey, 1956. — P. 145–191.
7. **Lotova G.Z.** Modification of the “double local estimate” of the Monte Carlo method in radiation transfer theory // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. — 2011. — Vol. 26, № 5. — P. 491–500. — DOI 10.1515/ RJNAMM.2011.027.
8. **Marchuk G.I., Mikhailov G.A., Nazarliev M.A., Darbinyan R.A., Kargin B.A. and Elepov B.S.** Monte Carlo Method in Atmospheric Optics. — Berlin: Springer-Verlag, 1980.

Поступила в редакцию 14 января 2023 г.
После исправления 06 марта 2023 г.
Принята к печати 10 апреля 2023 г.

Литература в транслитерации

1. **Mikhailov G.A.** Optimizaciya vesovykh metodov Monte-Karlo. — M.: Nauka, 1987. Perevod: Mikhailov G.A. Optimization of Weighted Monte Carlo Methods. — Berlin: Springer-Verlag, 1992.
2. **Mikhailov G.A., Voitishek A.V.** Chislennoe statisticheskoe modelirovanie. Metody Monte-Karlo. — Moskva: Akademiya, 2006.
3. **Oshlakov V.G., Tsvyk R.Sh., Soldatov A.N., Ilyushin Ya.A.** Principy postroeniya lazernykh luchevykh instrumental'nykh sistem orientirovaniya. Ch. 1 // Izv. vuzov. Fizika. — 2013. — T. 56, № 10/2. — S. 84–93.
4. **Soldatov A.N., Oshlakov V.G., Ilyushin Ya.A.** Lazernye luchevye instrumental'nye sistemy navigacii // Sb. tr. XII Mezhdunar. shkoly-konferencii “Innovatika-2016”. — Tomsk, 2016. — C. 32–40.
5. **Deirmendjian D.** Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions. — New York: American Elsevier, 1969.
6. **Kahn H.** Use of different Monte Carlo sampling techniques // Symposium on Monte Carlo methods. / H.A. Mayer. — Willey, 1956. — P. 145–191.
7. **Lotova G.Z.** Modification of the “double local estimate” of the Monte Carlo method in radiation transfer theory // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. — 2011. — Vol. 26, № 5. — P. 491–500. — DOI 10.1515/ RJNAMM.2011.027.
8. **Marchuk G.I., Mikhailov G.A., Nazarliev M.A., Darbinyan R.A., Kargin B.A. and Elepov B.S.** Monte Carlo Method in Atmospheric Optics. — Berlin: Springer-Verlag, 1980.