

21. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. (Справ. изд. в 4 х т.)/Гурвич Л. В., Вейд И. В., Медведев В. И. и др.— 3-е изд.— М.: Наука, 1978—1982.
22. Lamoreaux R. H., Hildenbrand D. L. High temperature vaporization behaviour of oxides. 1. Alkali metal binary oxides.— J. Phys. Chem. Ref. Data, 1984, v. 13, N 1.
23. George P., Bock C. W., Trachtman M. An ab initio study of the geometry, energy, and selected force constants for the three planar conformers of carbonic acid, and the bicarbonate ion, and the energy for the reaction $H_2O + CO_2 \rightarrow H_2CO_3$.— J. Comput. Chem., 1982, v. 3, N 3.
24. Смирнов Б. М. Комплексные ионы.— М.: Наука, 1983.
25. Munson R. J. The mobility of alkali ions in water vapor.— Proc. Roy. Soc. London, 1939, v. A172, N 1.
26. Bates D. R. Rate coefficient for ion-dipole orbiting collisions.— Chem. Phys. Lett., 1983, v. 97, N 1.
27. Александров Н. Л. Образование и разрушение ионов O_2^- и NO^- в слабоионизованной низкотемпературной плазме.— В кн.: Химия плазмы. М.: Энергоиздат, 1981, № 8.
28. Кочетов И. В., Шачкин Л. В., Шашков В. М. Прилипание электронов в смесях O_2-CO_2 и O_2-H_2O и его зависимость от электронной температуры.— ЖТФ, 1984, т. 54, № 7.
29. Herbst E. R. A statistical theory of three-body ion-molecule reactions.— J. Chem. Phys., 1979, v. 70, N 5.
30. Raksit A. B., Bohme D. K. An experimental study of the influence of hydration on the reactivity of the hydroxide anion in the gas phase at room temperature.— Can. J. Chem., 1983, v. 61, N 7.
31. Прусова Н. М. Моделирование неравновесных физико-химических процессов при сверхзвуковом течении продуктов сгорания в МГД-генераторе открытого цикла.— ТВТ, 1979, т. 17, № 4.
32. Варгафтик Н. Б., Филиппов Л. П., Тарзиманов А. А., Тоцкий Е. Е. Теплопроводность жидкостей и газов (Справ. данные).— М.: Изд-во стандартов, 1978.
33. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей.— М.: Наука, 1972.
34. Cumbley S. I., Mason E. A. Atom-molecular and molecule-molecule potential and transport integrals for high-temperature species.— Phys. Fluids, 1975, v. 18, N 9.
35. Svehla R. A. Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures.— NASA Techn. Rept. R — 132, 1962.
36. Таблицы физических величин. Справочник/Под ред. И. К. Кикоина.— М.: Атомиздат, 1976.
37. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник/Под ред. В. П. Глушко.— М.: Наука, 1971—1980.
38. Ashton A. F., Hayhurst A. N. Flame photometric determination of diffusion coefficients.— J. Chem. Soc. Faraday Trans. 1, 1973, v. 69, N 3.
39. Mason E. A., Viehland E. W. et al. Mobilities of K^+ ions in hot gases.— Phys. Fluids, 1975, v. 18, N 8.
40. Itikawa Y. Momentum-transfer cross sections for electron collisions with atoms and molecules.— At. Data Nucl. Data Tables, 1978, v. 21, N 1.
41. Morrison M. A., Collins L. A., Lam N. F. Theoretical study of low-energy electron- CO_2 scattering.— Chem. Phys. Lett., 1976, v. 42, N 2.
42. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое.— В кн.: Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964.
43. Васильева И. А., Косов В. Ф. Особенности использования ионных частей зондовых характеристик в потоках продуктов сгорания с легкоионизирующейся щелочной присадкой.— ТВТ, 1981, т. 19, № 5.
44. Benilov M. S., Kosov V. F. et al. Nonequilibrium effects in the boundary layer of the combustion plasma.— Contributed paper of XVII ICPIG, 1985, v. 1, p. 467.

Поступила 13/V 1985 г.

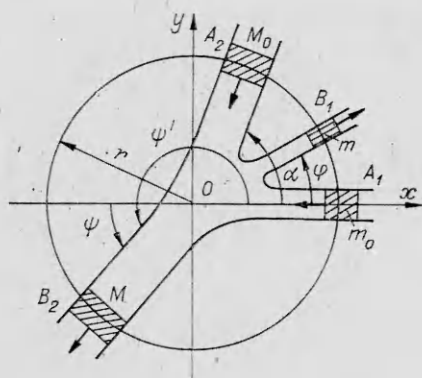
УДК 532.522

НЕСИММЕТРИЧНОЕ СОУДАРЕНИЕ СТРУЙ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

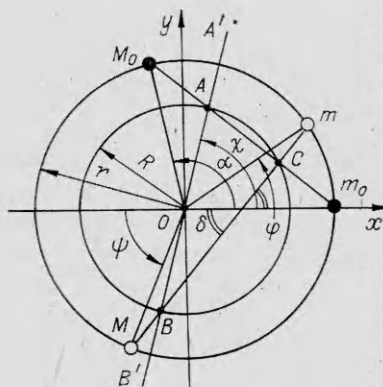
Ю. А. Тришин

(Новосибирск)

Задача о соударении струй принадлежит к числу классических. Вопрос о несимметричном соударении струй приобрел особое значение в связи с появлением новых способов обработки металлов посредством энергии взрыва и в первую очередь сварки взрывом [1, 2].



Р и с. 1



Р и с. 2

Рассмотрим установившееся течение в результате соударения двух плоских струй A_1 и A_2 , имеющих на бесконечности заданные толщины h_0 и H_0 и направление скорости v (рис. 1). Требуется определить параметры двух других образующихся струй B_1 и B_2 . Что касается величины скорости v на бесконечности, то в случае одинаковых плотностей потоков скорости должны быть одинаковы для всех четырех струй. Это следует из того, что свободные линии тока A_1B_1 , B_1A_2 , A_2B_2 , B_2A_1 — линии постоянных скоростей. Будем рассматривать течение с одной критической точкой O , в которую поместим начало декартовой системы координат, а ось x направим параллельно и навстречу скорости набегающего потока в струе A_1 . Угол между сходящимися струями A_1 и A_2 обозначим через α , а между расходящимися B_1 , B_2 и осью x — через φ и ψ соответственно (см. рис. 1). Пусть толщина струи B_1 есть h , а струи B_2 — H . Тогда, если считать h_0 , H_0 и α заданными, для определения остальных четырех неизвестных h , H , φ и ψ имеем всего три уравнения, следующих из законов сохранения потоков массы и импульса для идеальной несжимаемой жидкости:

$$\begin{aligned} (1) \quad & h + H = h_0 + H_0; \\ (2) \quad & H \cos \psi - h \cos \varphi = h_0 + H_0 \cos \alpha; \\ (3) \quad & H \sin \psi - h \sin \varphi = H_0 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Соотношения (2) и (3) — проекции потока импульса на оси координат x и y соответственно. Таким образом, задача оказывается неопределенной. Попытка сделать ее определенной путем введения дополнительной произвольной гипотезы принадлежит Палатини [3]. Он предположил, что прямая B_2 и обратная B_1 расходящиеся струи на бесконечности движутся в противоположных направлениях

$$(4) \quad \varphi = \psi.$$

Имеется и другая возможность замкнуть систему уравнений (1)–(3), если рассматривать симметричное соударение, т. е. соударение двух одинаковых по толщине струй $h_0 = H_0$. Тогда для расходящихся струй вследствие симметрии всей картины течения

$$(5) \quad \varphi = \psi = \alpha/2.$$

Случай симметричного соударения положен М. А. Лаврентьевым в основу гидродинамической теории кумуляции и бронепробития [4]. Для получения дополнительной информации о течении соударяющихся струй, чтобы замкнуть систему уравнений (1)–(3), определим положение центров инерции масс специально выделенных объемов жидкости в сталкивающихся и расходящихся струях. На достаточно большом расстоянии r ($r \rightarrow \infty$) от точки соударения O поток массы в единицу времени в сходящихся струях A_1 и A_2 есть $m_0 = h_0 v$ и $M_0 = H_0 v$. Центр инерции A (рис. 2)

для этих выделенных масс жидкости определяется радиус-вектором

$$\mathbf{R}_0 = \frac{m_0 \mathbf{r}_{01} + M_0 \mathbf{r}_{02}}{m_0 + M_0},$$

где \mathbf{r}_{01} и \mathbf{r}_{02} — радиусы-векторы масс m_0 и M_0 .

Аналогично для расходящихся струй B_1 и B_2 радиус-вектор центра инерции (точка B) для потоков масс в единицу времени, протекающих через их поперечное сечение на расстоянии r от точки O :

$$\mathbf{R} = \frac{m \mathbf{r}_1 + M \mathbf{r}_2}{m + M}.$$

Здесь $m = hv$; $M = Hv$, а \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 соответственно их радиусы-векторы. Вычислим проекции радиусов-векторов \mathbf{R}_0 и \mathbf{R} на оси координат. Проекция на ось x определяются выражениями

$$(6) \quad R_{0x} = \frac{m_0}{m_0 + M_0} r_{01} + \frac{M_0}{m_0 + M_0} r_{02} \cos \alpha,$$

$$R_x = \frac{m}{m + M} r_1 \cos \varphi - \frac{M}{m + M} r_2 \cos \psi,$$

а на ось y

$$(7) \quad R_{0y} = \frac{M_0}{m_0 + M_0} r_2 \sin \alpha, \quad R_y = \frac{m}{m + M} r_1 \sin \varphi - \frac{M}{m + M} r_2 \sin \psi.$$

Имея в виду очевидные равенства $r_{01} = r_{02} = r_1 = r_2$ и $m_0 + M_0 = m + M$ и сравнивая соотношения (6) с (2) и соотношения (7) с (3), получаем, что для выполнения закона сохранения потока импульса (2) и (3) необходимо, чтобы

$$R_{0x} = -R_x, \quad R_{0y} = -R_y,$$

т. е. радиусы-векторы центров инерции \mathbf{R}_0 и \mathbf{R} выделенных масс m_0 , M_0 и m ; M должны быть равны по абсолютному значению и направлены в противоположные стороны

$$\mathbf{R}_0 = -\mathbf{R}.$$

Таким образом, радиусы-векторы \mathbf{R}_0 и \mathbf{R} лежат на одной прямой $A'B'$, проходящей через начало координат. Из соотношений (6) и (7) легко находится угол наклона χ прямой $A'B'$ к оси x

$$(8) \quad \operatorname{tg} \chi = \frac{R_{0y}}{R_{0x}} = \frac{M_0 \sin \alpha}{m_0 + M_0 \cos \alpha} = \frac{H_0 \sin \alpha}{h_0 + H_0 \cos \alpha}$$

и отношение радиусов окружностей, на которых лежат выделенные массы жидкости на сходящихся струях и их центр инерции:

$$(9) \quad n = \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{R_{0x}^2 + R_{0y}^2}}{r} = \frac{\sqrt{m_0^2 + M_0^2 + 2m_0 M_0 \cos \alpha}}{m_0 + M_0}.$$

Разберем случай, представленный на рис. 2, когда $M_0 > m_0$. Очевидно, что точка A (центр инерции масс m_0 и M_0) есть общая точка окружности R и прямых $A'B'$ и $m_0 M_0$. Если $M_0 < m_0$, то прямая $A'B'$ должна проходить через вторую точку C пересечения прямой $m_0 M_0$ с окружностью R . Так как точка B — центр инерции масс m и M , то точки B , m , M лежат на одной прямой. Отнесем все линейные величины к радиусу окружности r . Рассмотрим пучок прямых, проходящих через точку B $\{-n \cos \chi$, $-n \sin \chi\}$ и лежащих внутри центрального угла α , образованного сходящимися струями A_1 , A_2 . Уравнение пучка прямых есть

$$(10) \quad y = \operatorname{tg} \delta \cdot (x + n \cos \chi) - n \sin \chi,$$

где δ — угол наклона прямых к положительному направлению оси x . Пересечение этих прямых с окружностью $x^2 + y^2 = 1$ позволяет опре-

делять координаты точек m и M , лежащих на окружности $r = 1$:

$$(11) \quad \begin{aligned} x_1 &= \cos \varphi = n \sin \delta \cdot \sin(\chi - \delta) + \cos \delta \cdot \sqrt{1 - n^2 \sin^2(\chi - \delta)}, \\ x_2 &= -\cos \psi' = \cos \psi = -n \sin \delta \cdot \sin(\chi - \delta) + \\ &\quad + \cos \delta \cdot \sqrt{1 - n^2 \sin^2(\chi - \delta)}. \end{aligned}$$

Так как соотношения (11) должны описывать и случай симметричного соударения струй $m_0 = M_0$, то, подставляя в (11) условия (5) симметричного соударения $\varphi = \psi = \alpha/2$ и имея из (8) $\chi = \alpha/2$ и из (9) $n = \cos(\alpha/2)$, получаем $\delta = \alpha/2$. Следовательно, решение представленной задачи есть

$$(12) \quad \cos \varphi = n \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin\left(\chi - \frac{\alpha}{2}\right) + \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(\chi - \frac{\alpha}{2}\right)};$$

$$(13) \quad \cos \psi = -n \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin\left(\chi - \frac{\alpha}{2}\right) + \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 - n^2 \sin^2\left(\chi - \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Замечая, что $n \sin\left(\chi - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{M_0 - m_0}{M_0 + m_0} \sin \frac{\alpha}{2}$, можно упростить эти соотношения, приведя их к виду

$$(14) \quad \cos \varphi = \mu \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$(15) \quad \cos \psi = -\mu \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}},$$

где $\mu = \frac{M_0 - m_0}{M_0 + m_0} = \frac{H_0 - h_0}{H_0 + h_0}$.

Из (1)–(3) и (14), (15) определяем толщины h и H расходящихся струй B_2 и B_1 :

$$(16) \quad h = \frac{h_0 + H_0}{2} \left(1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \right);$$

$$(17) \quad H = \frac{h_0 + H_0}{2} \left(1 + \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \right).$$

Для симметричного соударения при $h_0 = H_0$ ($\mu = 0$) из (14), (15) получаем формулу (5), а из (16), (17)

$$(18) \quad h_* = h_0 \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$(19) \quad H_* = h_0 \left(1 + \cos \frac{\alpha}{2} \right).$$

Таким образом, формулы (14)–(17) для симметричного соударения дают соотношения (18), (19) между параметрами соударяющихся струй, ранее полученные в гидродинамической теории кумуляции [4] для толщин кумулятивной струи h_* и песта H_* . Интересно отметить, что из (12), (13) либо (14), (15) для лобового соударения сходящихся струй при $\alpha = \pi$ имеем

$$\cos \varphi = \mu, \quad \cos \psi = -\mu, \quad h - H = \frac{h_0 + H_0}{2}.$$

Значит, расходящиеся струи равны по толщине и симметричны относительно оси x . Такой же результат следует из гидродинамической теории кумуляции [4] при обращении данного течения, когда сталкиваются под углом одинаковые по толщине струи.

μ	M_0/m_0	φ , град							
		α , град							
		30	45	60	90	120	150	170	180
0	1	15	22,5	30	45	60	75	85	90
0,2	1,5	12,0	18,1	24,3	36,9	50,0	63,9	73,5	78,5
0,333333	2	10,1	15,2	20,4	31,4	43,2	56,2	65,6	70,5
0,5	3	7,6	11,5	15,5	24,3	34,4	46,1	55,1	60,0
0,6	4	6,1	9,2	12,5	19,9	28,7	39,6	48,3	53,1
0,818182	10	2,8	4,3	5,9	9,7	14,9	22,8	30,4	35,1
0,980198	100	0,3	0,5	0,7	1,1	1,9	3,8	7,5	11,4

Результаты расчета для некоторых случаев несимметричного соударения струй показаны в таблице, где не приведены значения углов ψ , которые составляет расходящаяся струя B_2 с осью x . Это не случайно. Обратимся к рис. 2. Простым вычислением легко показать, что прямая Mt из пучка прямых (10), проходящих через точку B , для которой угол наклона к положительному направлению оси x равен $\alpha/2$, должна проходить через точку C пересечения прямой m_0M_0 с окружностью радиусом R . Тогда для этой окружности вписанный угол ABC опирается на дугу окружности AC , на которую опирается и центральный угол AOC . Следовательно, $\angle ABC = 1/2 \angle AOC = \chi - \alpha/2$. С другой стороны, из равнобедренного треугольника mOM получается, что угол OMt равен $(1/2)(\psi - \varphi)$. Так как угол ABC — внешний угол треугольника MOB , то имеем равенство

$$\chi - \alpha/2 = (\chi - \psi) + (1/2)(\psi - \varphi),$$

откуда

$$(20) \quad \varphi + \psi = \alpha.$$

Таким образом, углы φ и ψ связаны соотношением (20). В то же время соотношение (20) указывает на несостоятельность гипотезы Палатини $\varphi = \psi$. Кроме того, (20) — именно то недостающее уравнение, которое необходимо, чтобы замкнуть систему уравнений (1)–(3). Решая систему уравнений (1)–(3), (20), приходим к тем же выражениям (12)–(15) для определения h , H , φ и ψ , которые найдены при анализе положения центров инерции выделенных элементов на сходящихся и расходящихся струях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биченков Е. И., Дерibas А. А. и др. Сварка взрывом. — Народнохозяйственное использование взрыва, 1962, вып. 22.
2. Седых В. С., Дерibas А. А. и др. Сварка взрывом. — Сварочное производство, 1962, № 5.
3. Palatini A. Sulla confluenza di due vene. — Atti del R. Istit. Veneto di Sc. L. ed Arti., 1916, т. LXXV.
4. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принцип его работы. — Успехи мат. наук, 1957, т. 12, вып. 4(76).

Поступила 16/VIII 1985 г.