

5. Баштовой В. Г., Краков М. С. О возбуждении волн на поверхности магнитной жидкости бегущим магнитным полем.— «Магнитн. гидродинамика», 1977, № 1.
6. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей). Теория звука. Т. 2. М., ГИТТЛ, 1955.
7. Neuringer J. L., Rosensweig R. E. Ferrohydrodynamics.— «Phys. Fluids», 1964, vol. 7, N 12.
8. Баштовой В. Г., Берковский Б. М. Термомеханика ферромагнитных жидкостей.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 3.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
10. Берковский Б. М., Орлов Л. П. К исследованию формы свободной поверхности и аналога пинч-эффекта в намагничивающихся жидкостях.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 4.
11. Тарапов И. Е. Некоторые вопросы гидростатики намагничивающихся и поляризующихся сред.— «Изв. АН СССР. МЖТ», 1974, № 5.
12. Тактаров Н. Г. Распад струи магнитной жидкости.— «Магнитн. гидродинамика», 1975, № 2, с. 35—38.

УДК 532.5 : 532.135

ПРИСТЕННОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ СЛАБЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ В ГЛАДКИХ ТРУБАХ

Ф. Г. Галимзянов
(Уфа)

Экспериментально установлено, что при турбулентном движении жидкости добавка растворимого полимера придает дополнительные свойства этому движению. Наиболее существенным новым свойством является снижение гидравлического сопротивления такого раствора. Анализ результатов экспериментов [1—4] показывает, что молекулы полимера уменьшают величины турбулентной вязкости слабого полимерного раствора в сравнении с турбулентной вязкостью обычной жидкости. Механизм изменения величины турбулентной вязкости можно объяснить снижением молекулами полимера интенсивности продольных и поперечных пульсаций скоростей в турбулентном ядре потока.

Известно, что незначительные полимерные добавки в жидкость не влияют на свойства ламинарного движения. Поэтому можно считать, что слабые полимерные растворы на вязкий подслой непосредственно влияния не оказывают. Утолщение вязкого подслоя [1, 5, 6] можно объяснить только вторичным влиянием турбулентного ядра на этот подслой. Это имеет место потому, что новое равновесие между пониженным касательным напряжением Рейнольдса в ядре потока и касательным напряжением на границе вязкого подслоя происходит за счет утолщения этого подслоя.

Таким образом, модель пристенного турбулентного движения слабых растворов полимеров представляется состоящей из вязкого подслоя, обладающего физико-механическими свойствами (коэффициентами переноса) основной жидкости, и турбулентного ядра с пониженными параметрами турбулентного переноса под действием молекул полимера. Между вязким подслоем и турбулентным ядром возникает кинематическое и динамическое взаимодействие. Это взаимодействие нестационарное, однако при экспериментальных исследованиях кинематические параметры усредняются в пространстве и во времени.

Принятая модель турбулентного движения позволяет использовать уравнение Буссинеска с учетом влияния полимерных добавок

$$(1) \quad \tau = \frac{1}{\beta} \mu \left(1 + 3 \frac{\mu_T}{\mu} \right) \frac{du}{dr},$$

где τ — касательное напряжение; μ — динамический коэффициент молекулярной вязкости; μ_T — динамический коэффициент турбулентной вязкости обычной жидкости; β — коэффициент влияния полимерных добавок на турбулентное движение. Это равносильно тому, что величина динамического коэффициента вязкого слоя как бы увеличилась в сравнении с обычной жидкостью, так как для слабых растворов полимеров $\beta < 1$.

Выражение для кинематического коэффициента турбулентной вязкости ν_T обычной жидкости можно представить в виде $\nu_T \sim \nu Re$, где ν — кинематический коэффициент молекулярной вязкости; Re — число Рейнольдса. Смена режимов движения происходит тогда, когда $\nu_T \approx \nu$, т. е. при $Re = Re_{кр}$ ($Re_{кр}$ — критическое число Рейнольдса). В таком случае выражение для кинематического коэффициента турбулентной вязкости принимает вид

$$\nu_T = \nu Re / Re_{кр} = A \nu Re.$$

Последнее выражение очень хорошо подтверждается известными экспериментами, в частности, И. Никурадзе [7], обработка которых дает значения $A = 0,0003906$ и $Re_{кр} = 2560$ для развитого турбулентного движения.

Изменение кинематического коэффициента турбулентной вязкости по радиусу трубы можно оценить, используя соображения размерности. Касательное напряжение для турбулентного ядра жидкости будет

$$\tau_T \sim \mu A Re_r \frac{du}{dr} = \tau_0 (1 - \bar{r}),$$

откуда

$$(2) \quad \nu_T = A \nu Re_r \sim \frac{\tau_0}{\rho} \frac{(1 - \bar{r})}{du/dr},$$

где Re_r — местное число Рейнольдса; τ_0 — касательное напряжение на стенке трубы; $\bar{r} = r/r_0$ — относительный текущий радиус; r_0 — радиус трубы.

По соображениям размерности для турбулентного ядра можно составить единственную комбинацию размерности градиента скорости

$$\frac{du}{dr} = \sqrt[3]{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{1}{r}.$$

Подставляя последнее соотношение в (2), получим

$$A \nu Re_r \sim \sqrt[3]{\tau_0 / \rho} \cdot (1 - \bar{r}) r$$

или

$$\nu_T = \nu A Re_r = \nu Re_k (1 - \bar{r}) \bar{r}.$$

С учетом того, что для $\bar{r} = \bar{\delta}$ $\nu_T = 0$, изменение кинематического коэффициента турбулентной вязкости по радиусу можно представить в виде

$$(3) \quad \nu_T = \nu [Re_k (1 - \bar{r})(\bar{r} - \bar{\delta})],$$

где Re_k — базовое число Рейнольдса, которому соответствует $A = Re_{кр} = 1$ (определяется в дальнейшем); $\bar{\delta} = \delta/r_0$ — относительная толщина вязкого подслоя.

Подставляя значение (3) в (1), после простейшего преобразования получим уравнение

$$(4) \quad \tau = \frac{\mu}{\beta r_0} [1 + \text{Re}_k \beta (\bar{r} - \delta)] (1 - \bar{r}) \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}}$$

с граничными условиями: при $\bar{r} = 1$ $du/d\bar{r} = 0$ и $u = U$; при $\bar{r} = \delta$ $u = u_{\text{п}}$, где U — максимальная скорость, $u_{\text{п}}$ — скорость на границе вязкого подслоя.

Уравнение (4) может быть решено в двух вариантах: 1) касательное напряжение имеет постоянную величину и равняется касательному напряжению τ_0 на стенке трубы, 2) касательное напряжение зависит от радиуса трубы, т. е. $\tau = f(\bar{r})$.

Для первого варианта без учета вязкого подслоя из (4) следует

$$\tau = \frac{\mu}{r_0} [\text{Re}_k (\bar{r} - \delta)] (1 - \bar{r}) \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}}.$$

Так как для трубы круглого сечения $\tau = \tau_0(1 - \bar{r})$, последнее выражение принимает вид

$$\tau_0 = \frac{\mu}{r_0} \text{Re}_k (\bar{r} - \delta) \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}}.$$

Если при этом учесть наличие вязкого подслоя, то уравнение движения, соответствующее первому варианту, будет иметь вид

$$\tau_0 = \frac{\mu}{\beta r_0} [1 + \beta (\bar{r} - \delta) \text{Re}_k] \frac{d\bar{u}}{d\bar{r}}.$$

После интегрирования и преобразования получим (при $\bar{r} = 1$ $u = U$)*

$$(5) \quad u = U + \frac{1}{\chi_v} (U - v) \ln \left[\frac{1 + \beta \text{Re}_k (\bar{r} - \delta)}{1 + \beta \text{Re}_k (1 - \delta)} \right],$$

где

$$(6) \quad \frac{1}{\chi_v} = \frac{\tau_0 r_0}{\mu \text{Re}_k (U - v)};$$

v — средняя скорость. Масштабом скорости является разность скоростей $(U - v)$.

При больших числах Рейнольдса ($\beta \text{Re}_k \gg 1$) толщина вязкого подслоя в пределе стремится к нулю. Из уравнения расхода

$$v = 2 \int_0^1 u (1 - \bar{r}) d\bar{r}$$

определяется значение коэффициента $\chi_v = 1,5$. В этом случае уравнение распределения скоростей (5) при больших числах Рейнольдса принимает вид

$$(7) \quad u = U + (2/3)(U - v) \ln \bar{r}.$$

* Случай $\beta = 1$. См. Галимзянов Ф. Г. О развитом турбулентном движении в трубах. — В кн.: Вопросы теории и расчета рабочих процессов тепловых двигателей. № 1. Уфа, 1977.

Из выражения (6) определяется касательное напряжение на стенке трубы

$$\tau_0 = \frac{2}{3} \mu \text{Re}_k \frac{U-v}{r_0}.$$

Формула сопротивления трения между двумя сечениями трубы круглого сечения, расположенными на расстоянии l , запишется (с учетом того, что $\Delta p/l = 2\tau_0/r_0$) в виде

$$(8) \quad \frac{\Delta P}{l} = \frac{4}{3} \mu \text{Re}_k \frac{U-v}{r_0^2}.$$

Так как масштаб скоростей — разность скоростей $(U-v)$, то

$$\text{Re}_k = (U-u_k)r_0/\nu,$$

где u_k — характерная скорость на характерном радиусе \bar{r}_k .

Величина μRe_k в (8) является средневзвешенным в пределах потока динамическим коэффициентом турбулентной вязкости, который определяется из соотношения

$$(9) \quad \frac{\Delta p r_k^2}{l \mu \text{Re}_k (U-v)} = 1.$$

Решая совместно соотношения (8), (9), получим величину относительного радиуса \bar{r}_k , где текущая скорость u потока равняется u_k

$$\bar{r}_k = 0,8666\dots$$

Подставляя в уравнение (7) $u = v$ при $\bar{r} = \bar{r}_v$ и $u = u_k$ при $\bar{r} = \bar{r}_k$, получим следующую формулу связи между Re_k и Re_v :

$$(10) \quad \text{Re}_k = \frac{-\ln \bar{r}_k (U-v) r_0}{-\ln \bar{r}_v \nu} = \frac{\chi_k}{\chi_v} \text{Re}_v.$$

Подставляя значение Re_k в формулу (8), получим

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{4}{3} \frac{\chi_k}{\chi_v} \mu \text{Re}_v \frac{U-v}{r_0^2}.$$

Коэффициент сопротивления трения, отнесенный к основным параметрам турбулентного потока (μRe_v , $U-v$, r_0)

$$f = \frac{4}{3} \frac{\chi_k}{\chi_v}.$$

Подставляя значения $\chi_v = 1,5$ и $\chi_k = -\ln 0,8666 = 0,1432$ в последнее выражение, получим значение

$$f = 0,12739,$$

которое очень хорошо соответствует известным экспериментам [7].

Вернемся к уравнению (5) распределения скоростей слабых растворов полимеров при любых числах Рейнольдса. Коэффициент χ_v определяется из условия, что при $\bar{r} = \bar{r}_v$ $u = v$ (средняя скорость):

$$(11) \quad \chi_v = -\ln \left[\frac{1 + \beta \operatorname{Re}_k (\bar{r}_v - \bar{\delta})}{1 + \beta \operatorname{Re}_k (1 - \bar{\delta})} \right],$$

а коэффициент χ_k , что при $\bar{r} = \bar{r}_k$ $u = u_k$:

$$(12) \quad \chi_k = -\ln \left[\frac{1 + \beta \operatorname{Re}_k (\bar{r}_k - \bar{\delta})}{1 + \beta \operatorname{Re}_k (1 - \bar{\delta})} \right].$$

Касательное напряжение, возникающее на стенке трубы, определяется из выражения (6) с учетом соотношения (10)

$$(13) \quad \tau_0 = \frac{\chi_k}{\chi_v} \mu \operatorname{Re}_v \frac{U - v}{r_0}.$$

Здесь коэффициенты χ_v и χ_k определяются формулами (11), (12) соответственно.

При линейном распределении скоростей касательное напряжение на границе вязкого подслоя определяется формулой

$$(14) \quad \tau_0 = 2\mu \frac{(U - v)}{\beta \delta}.$$

Приравнивая формулы (13), (14) с учетом выражения (10), получим формулу для определения относительной толщины вязкого слоя

$$(15) \quad \bar{\delta} = 2\chi_v / \beta \chi_k \operatorname{Re}_v = 2\chi_v / \beta \operatorname{Re}_k,$$

из которой следует, что толщина подслоя с полимерными добавками увеличивается, так как $\beta < 1$. Это вполне соответствует известным экспериментальным результатам [1—4].

Все параметры рассматриваемого турбулентного движения в той или иной степени зависят от коэффициентов $\chi_v = f(\operatorname{Re}_k, \bar{r}_v, \bar{\delta})$ и $\chi_k = \varphi(\operatorname{Re}_k, \bar{r}_k, \bar{\delta})$. При больших числах Рейнольдса коэффициенты χ_v и χ_k , радиусы \bar{r}_v и \bar{r}_k стремятся к постоянным величинам. При этом толщина вязкого подслоя в сравнении с радиусом — малая величина.

Расчеты показывают, что

$$(16) \quad \chi_v = -\ln \left(\frac{1 + 0,2231\beta \operatorname{Re}_v}{1 + \beta \operatorname{Re}_k} \right),$$

где коэффициент $\bar{r}_v = 0,2231$ соответствует большим числам Рейнольдса. Для коэффициента χ_k получается выражение

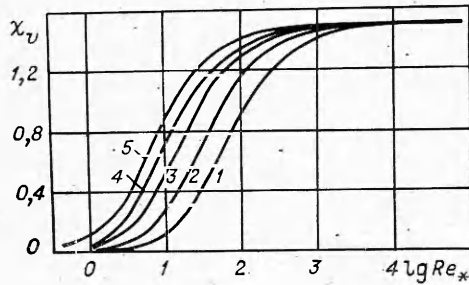
$$(17) \quad \chi_k = -\ln \left(\frac{1 + 0,8666\beta \operatorname{Re}_k}{1 + \beta \operatorname{Re}_k} \right),$$

где $\bar{r}_k = 0,8666$ соответствует очень большой величине Рейнольдса.

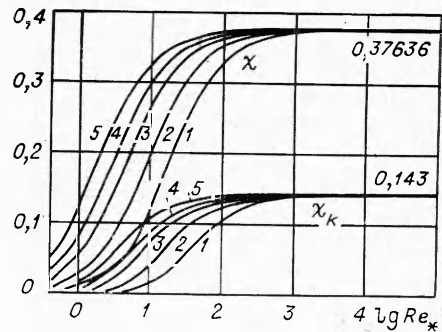
На фиг. 1, 2 приведены графики $\chi_v = f(\operatorname{Re}_k, \beta)$, $\chi_k = \varphi(\operatorname{Re}_k, \beta)$, рассчитанные по формулам (16), (17) (кривые 1—5 соответствуют значениям $\beta = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$).

В теории пристенной турбулентности [7] в качестве масштаба скорости принимается динамическая скорость

$$v_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}.$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Связи между различными масштабами скоростей определяются из выражений (10), (13) и имеют вид

$$(18) \quad v_* = (\chi/\chi_v)(U - v);$$

$$(19) \quad v_* = \frac{1}{\chi}(U - u_r) \text{ или } Re_r = \chi v_* r_0 / \nu = \chi Re_*,$$

где

$$(20) \quad \chi = \sqrt{\chi_t}.$$

При $\bar{r} = \bar{\delta}$ распределение скоростей, определяемое уравнением (5), плавно смыкается с распределением скоростей вязкого подслоя, где $u = u_{\text{д}}$. Подставляя эти условия в уравнение (5) и вводя в качестве масштаба скорости динамическую скорость v_* , после преобразований с учетом соотношений (18)–(20) имеем

$$(21) \quad \frac{u}{v_*} = \frac{1}{\chi} \ln [1 + \chi \beta Re_* (\bar{r} - \bar{\delta})] + \frac{u_{\text{д}}}{v_*}.$$

Скорость на границе вязкого подслоя определяется формулой [8]

$$u_{\text{д}}/v_* = \delta v_*/\nu.$$

Учитывая соотношения (10), (15), после преобразований получим

$$(22) \quad u_{\text{д}}/v_* = 2\chi_v/\beta\chi.$$

Подставив в уравнение (21) значения (22), (15), получим окончательное уравнение распределения скоростей в универсальных координатах

$$(23) \quad \frac{u}{v_*} = \frac{1}{\chi} \left[\ln (1 + \beta \chi Re_* \bar{r} - 2\chi_v) + 2 \frac{\chi_v}{\beta} \right].$$

Сравнение уравнения (23) с уравнением Прандтля — Кармана [8] в полуэмпирической теории пристенной турбулентности показывает, что коэффициент χ является не чем иным, как коэффициентом Прандтля — Кармана. Для слабых растворов полимеров коэффициент χ определяется аналитически формулой (20) или

$$(24) \quad \chi = \sqrt{-\ln \left(\frac{1 + 0,8666\beta Re_r}{1 + \beta Re_r} \right)}.$$

Из формулы (24) и фиг. 2 видно, что коэффициент Прандтля — Кармана зависит от числа Рейнольдса и от коэффициента влияния полимерных добавок на турбулентное движение β .

Влияние полимерных добавок (при $\beta = \text{const}$) на коэффициент χ существенно при небольших числах Рейнольдса и практически не оказывает влияния при больших числах Рейнольдса.

Значение коэффициента β зависит от вида (полиакриламид, полиокс и т. п.) и концентрации полимерного раствора [9] и при отсутствии деформации не зависит от движения раствора. При длительной циркуляции полимерных растворов и больших числах Рейнольдса имеет место постепенное уменьшение сопротивления (т. е. увеличение коэффициента β).

Вторая составляющая уравнения (23), определяемая формулой (22), характеризует вязкий подслой и, как видно из фиг. 3, с увеличением числа Рейнольдса стремится к постоянной величине, а от коэффициента β изменяется в очень больших пределах.

На фиг. 4 приведено распределение скоростей, рассчитанное по уравнению (23), оно хорошо соответствует экспериментальным данным [1—3].

Сопротивление трения для турбулентного движения слабого раствора полимеров определяется из формулы (13) из условия равновесия

$$(25) \quad \frac{\Delta p}{l} = 2 \frac{\chi_h}{\chi_v^2} \mu \text{Re}_v \frac{U-v}{r_0^2}.$$

Коэффициент сопротивления трения, отнесенный к основным параметрам турбулентного потока в трубе круглого сечения,

$$f = 2\chi^2/\chi_v^2.$$

Зависимость коэффициента сопротивления трения f от коэффициента β явно проявляется только при малых величинах числа Рейнольдса. При больших величинах числа Рейнольдса (независимо от величины β) коэффициент сопротивления трения стремится к постоянной величине, равной $f = 0,12739$ (фиг. 5, где кривые 1—5 соответствуют значениям $\beta = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$). В принятых основных параметрах коэффициент сопротивления трения f слабых растворов полимеров при малых величинах числа Рейнольдса становится больше, чем для обычной жидкости, т. е. эффект снижения сопротивления трения, наблюдаемый экспериментально, как бы не имеет места. Это кажущееся противоречие исключается, если рассмотрим изменение отношения средней скорости v и максимальной U .

При $r = 1$ $u = U$, тогда из (23) получаем формулу для максимальной скорости в универсальных координатах

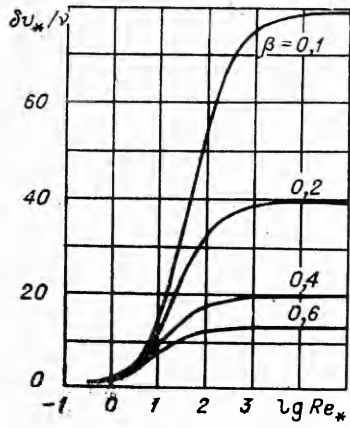
$$(26) \quad \frac{U}{v_*} = \frac{1}{\chi} \left[\ln(1 + \chi\beta \text{Re}_* - 2\chi_v) + 2 \frac{\chi_v}{\beta} \right].$$

Из выражения (18) следует

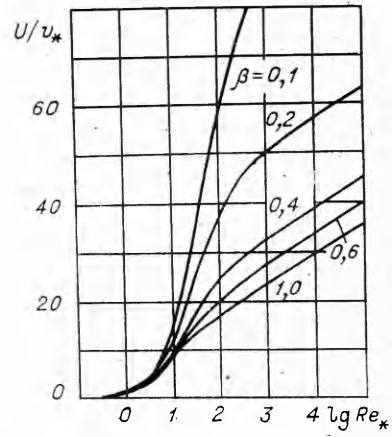
$$(27) \quad (U - v)/v_* = \chi_v/\chi.$$

Решая совместно выражения (26), (27), получим формулу изменения средней скорости в универсальных координатах

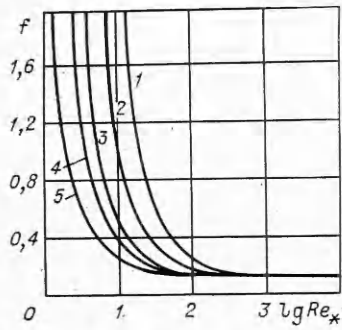
$$(28) \quad \frac{v}{v_*} = \frac{1}{\chi} \left[\ln(1 + \beta\chi \text{Re}_* - 2\chi_v) + \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right) \chi_v \right].$$



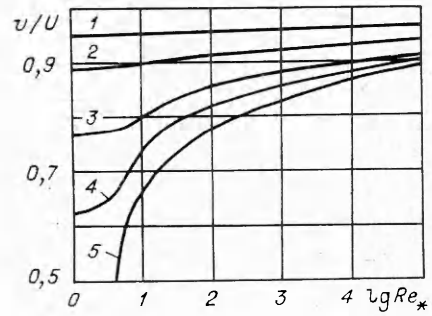
Фиг. 3



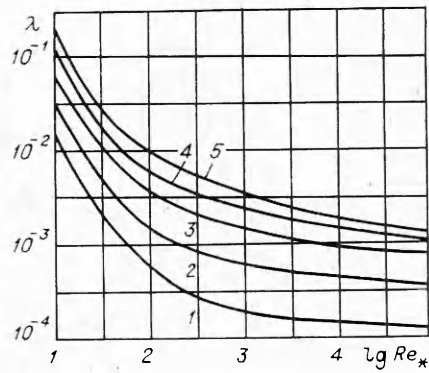
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

Отношение между средней и максимальной скоростями имеет вид

$$(29) \quad \frac{\bar{v}}{U} = 1 - \frac{\chi_v}{\ln(1 + \beta \chi \text{Re}_* - 2\chi_v) + 2 \frac{\chi_v}{\beta}}$$

Из формулы (29) и фиг. 6 видно, что с уменьшением коэффициента β значение средней скорости приближается к величине максимальной скорости и разность $(U - v)$ в формуле (25) уменьшается. В результате абсолютная величина сопротивления трения слабых растворов полимеров будет меньше, чем для обычной жидкости. На фиг. 6 кривые 1—5 соответствуют значениям $\beta = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$.

В инженерных расчетах сопротивление трения выражается формулой

$$(30) \quad \Delta p = \lambda \frac{l}{2r_0} \rho \frac{v^3}{2},$$

где λ — коэффициент сопротивления трения.

Приравняв выражения (25), (30) и преобразовав с учетом соотношений (26), (28), получим

$$(31) \quad \lambda = 8 \left[\frac{\chi}{\ln(1 + \beta \chi \text{Re}_* - 2\chi_v) + \left(\frac{2}{\beta} - 1\right) \chi_v} \right]^2.$$

Из формулы (31) следует, что коэффициент сопротивления трения слабых растворов полимеров будет меньше (при $\beta = \text{const} < 1$), чем для обычной жидкости (фиг. 7, где кривые 1—5 соответствуют значениям $\beta = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 1,0$).

Полученные аналитические соотношения хорошо согласуются с опытными данными [1—3].

Решение второго варианта уравнения (4) дает следующее выражение для распределения скоростей:

$$(32) \quad u = U + \frac{1}{\chi_v} (U - v) \left\{ \ln [1 + \beta \text{Re}_k (\bar{r} - \bar{\delta}) (1 - \bar{r})] + \frac{1 - \bar{\delta}}{M_0} \ln \left[\frac{(M_0 + 2\bar{r} - 1 - \bar{\delta})(M_0 + \bar{\delta} - 1)}{(M_0 - 2\bar{r} + 1 + \bar{\delta})(M_0 - \bar{\delta} + 1)} \right] \right\},$$

$$\text{где } M_0 = \sqrt{\frac{4}{\beta \text{Re}_k} + (1 - \bar{\delta})^2};$$

$$(33) \quad \chi_v = -\frac{1}{2} \left\{ \ln(1 + 0,17335\beta \text{Re}_k) + \frac{1}{M} \ln \left[\frac{(M - 0,5538)(M - 1)}{(M + 0,5538)(M + 1)} \right] \right\},$$

$$\text{где } M = \sqrt{\frac{4}{\beta \text{Re}_k} + 1}.$$

Коэффициент χ_v определяется из уравнения (32) при $\bar{r} = \bar{r}_v = 0,2231$, где $u = v$.

Распределение скоростей в универсальных координатах для турбулентного движения слабых растворов в гидравлически гладкой трубе

получается из уравнения (4) и имеет вид

$$(34) \quad \frac{\ddot{z}}{v_*} = \frac{1}{2\chi} \left\{ \ln [1 + \beta\chi \operatorname{Re}_* (1 - \bar{r}) (\bar{r} - \bar{\delta})] + \right. \\ \left. + \frac{1 - \bar{\delta}}{M_0} \ln \left[\frac{(M_0 + 2\bar{r} - \bar{\delta} - 1)(M_0 - \bar{\delta} - 1)}{(M_0 - 2\bar{r} + \bar{\delta} + 1)(M_0 + \bar{\delta} - 1)} \right] + 4\chi_v \right\},$$

где $\chi = \sqrt{\chi_k}$.

Коэффициент χ_k определяется из уравнения (32) при $\bar{r} = \bar{r}_k = 0,8666$, где $u = v$, и имеет вид

$$(35) \quad \chi_k = -\frac{1}{2} \left\{ \ln (1 + 0,1155\beta \operatorname{Re}_k) + \frac{1}{M} \ln \left[\frac{(M + 0,733)(M - 1)}{(M - 0,733)(M + 1)} \right] \right\}.$$

Уравнения (32), (34) описывают распределение скоростей во всем диапазоне изменения \bar{r} от 0 до 1. Причем на оси трубы, т. е. при $\bar{r} = 1$, удовлетворяется условие $du/d\bar{r} = 0$. Расчеты показывают, что при больших числах Рейнольдса уравнения (32), (34) от уравнений (5), (23) отличаются незначительно, отличия проявляются только около оси трубы. Значения коэффициентов χ_v и χ_k , рассчитанные по формулам (33), (35), незначительно отличаются от значений, рассчитанных по формулам (16), (17). Это отличие проявляется только при малых числах Рейнольдса.

Для коэффициента сопротивления трения λ получается формула

$$\lambda = 32 \left[\frac{\chi}{\frac{1 - \bar{\delta}}{M_0} \ln \left(\frac{M_0 - \bar{\delta} + 1}{M_0 + \bar{\delta} - 1} \right)^2 + 2\chi_v \left(\frac{2}{\beta} - 1 \right)} \right]^2,$$

отличающаяся от формулы (31) очень незначительно.

Поступила 20 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальное исследование пристенных турбулентных течений. Новосибирск, «Наука», 1975.
2. Никитин И. К. и др. Профиль скоростей и сопротивления трения в турбулентном пристеночном течении разбавленных полимерных растворов.— В кн.: Гидромеханика. № 19. Киев, «Наукова думка», 1971.
3. Хабахпашева Е. М. и др. Поля скоростей и турбулентных пульсаций при малых добавках к воде высокомолекулярных веществ.— ИФЖ, 1968, т. 14, № 4.
4. Иванюта Ю. Ф. и др. Экспериментальное исследование турбулентного течения слабых растворов полимеров в трубах различного диаметра.— ИФЖ, 1971, т. 21, № 1.
5. Кобец Г. Ф. Объяснение эффекта Томса анизотропной вязкости раствора.— ПМТФ, 1969, № 1.
6. Кобец Г. Ф. О механизме влияния растворенных макромолекул на турбулентное трение.— В кн.: Бионика. Вып. 3, 1969.
7. Проблемы турбулентности. М., ОНТИ, 1936.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.
9. Седов Л. И., Васецкая Н. Г., Иоселевич В. А. О расчетах турбулентных пограничных слоев с малыми добавками полимеров.— В кн.: Турбулентные течения. М., «Наука», 1974.