

УДК 539.4

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОСТА И СХЛОПЫВАНИЯ ПОР В ЖИДКОСТЯХ И ТВЕРДЫХ ВЕЩЕСТВАХ

М. А. Десятникова, О. Н. Игнатова, В. А. Раевский, И. С. Целиков

РФЯЦ, ВНИИ экспериментальной физики, 607190 Саров, ONIgnatova@vniief.ru

На основе описания движения одиночной поры предложена модель откольного разрушения и компактирования поврежденной среды. Модель учитывает прочностные свойства, влияние давления, поверхностного натяжения и вязкости материалов, а также силы инерции. Представлены уравнения, описывающие динамику роста и схлопывания пор. Предложенную модель можно использовать для расчета откольного разрушения и компактирования жидкостей, а также металлов, находящихся как в твердом, так и в жидком (расплавленном) состоянии.

Ключевые слова: откольное разрушение, поврежденность, компактирование, модель, давление, предел текучести, поверхностное натяжение, вязкость, жидкость, расплавленный металл.

DOI 10.15372/FGV20170114

### ВВЕДЕНИЕ

Поврежденность, образующаяся при деформировании материала, может как увеличиваться (за счет действия растягивающих напряжений или по инерции), так и уменьшаться (за счет сжимающих давлений или по инерции). В работе [1] предложена динамическая модель компактирования поврежденных материалов, обладающих сдвиговой прочностью (ДРК — динамика роста и компактирования). Модель учитывает влияние давления, прочности и сил инерции, содержит малое число свободных параметров (три), определяемых из физических измерений. Ее можно применять для расчета компактирования материалов, обладающих сдвиговой прочностью, однако она не учитывает сил поверхностного натяжения и вязкости, которые могут быть существенными в жидкостях и расплавленных металлах. В работах [2, 3] развивались модели схлопывания пор в упругопластическом материале с учетом вязких напряжений. Сравнение с экспериментами показало, что эти модели удовлетворительно описывают структуру ударных волн в пористых материалах. Однако в них не рассматривалась динамика процесса сжатия и не учитывались силы инерции.

Ранее было обнаружено неожиданное поведение жидкостей при разрушении. После отражения нестационарной ударной волны от свободной поверхности сначала возникает отколь-

ный слой, подобный откольному слою в твердых веществах, а затем происходит его фрагментация [4–6].

Развитие откола в жидкости связывают с ростом кавитационных пузырьков в волне разрежения [4, 6]. В области наиболее интенсивного роста происходит переход жидкости в газокапельную структуру. Исследования рассеяния когерентного излучения в жидкостях позволили оценить начальные размеры и плотность кавитационных пузырьков. Как правило, размер регистрируется на уровне  $10^{-6} \div 10^{-3}$  см, хотя теоретически может находиться в диапазоне  $10^{-7} \div 10^{-3}$  см, а плотность составляет  $10^5 \div 10^7$  см<sup>-3</sup> [6].

Рост пузырьков в волне разрежения контролируется поверхностным натяжением, а также вязкостью и представляет собой многостадийный и сложный процесс. На первой стадии начинается рост пузырьков за счет растягивающего напряжения. В процессе роста возможно их взаимодействие и возникновение резких пульсаций локальной плотности и крупных разрывов [5]. На последней стадии жидкость превращается в паутинообразную структуру и распадается на капли [5].

Растягивающие напряжения в жидкости на первой стадии ведут себя подобно растягивающим напряжениям в твердых телах при отколе: после роста пор напряжение снижается и падает до нуля в области магистрального разрыва.

В ИПХФ РАН (г. Черноголовка) проведены эксперименты по регистрации скорости сво-

бодной поверхности при выходе ударной волны на свободную поверхность в различных жидкостях (вода, глицерин и др.) [7, 8]. Определены значения откольной прочности и ее зависимости от скорости деформирования и начального состояния. Там же выполнены исследования откольного разрушения металлов (олово и свинец), находящихся как в твердом, так и в жидком (расплавленном) состоянии [9]. Показано, что откольная прочность жидких металлов по крайней мере на порядок меньше, чем металлов, находящихся в твердой фазе.

Большой практический интерес представляет откольное разрушение металлов, которые переходят в жидкое состояние после воздействия сильных ударных волн. Подобные исследования проводятся, например, в Лос-Аламосской национальной лаборатории США [10, 11], в Китае [12].

В данной статье предложена кинетическая модель откольного разрушения и компактирования материалов (ДРК-Л), находящихся как в твердой, так и в жидкой фазе. Модель основана на представлении пористой среды в виде совокупности сферических пор (модель Кэрролла — Холта [13]). Рост и схлопывание пор описываются уравнением движения несжимаемой вязкой жидкости с поверхностным натяжением при учете сдвиговой прочности.

Модель реализована в лагранжевой методике расчета задач деформирования механики сплошной среды в одномерном приближении [14].

### МОДЕЛЬ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЯЧЕЙКИ

Аналогично работе [13], выделим элементарную «ячейку» вещества с одной порой в виде сферического слоя и рассмотрим движение этой ячейки под действием растягивающего давления или волны сжатия (рис. 1), т. е. среда в этом случае состоит из системы микропор, находящихся примерно на одинаковом расстоянии друг от друга.

Наружный ( $R_{cell}$ ) и внутренний ( $R$ ) радиусы такой ячейки связаны с объемом сплошного вещества  $V_s$  в одной ячейке уравнением

$$V_s = \frac{1}{N_0} = \frac{4}{3} \pi (R_{cell}^3 - R^3), \quad (1)$$

где  $N_0$  — плотность пор в единице объема при  $R \rightarrow 0$ .

Из (1) получается следующее уравнение для поврежденности  $\omega$ :

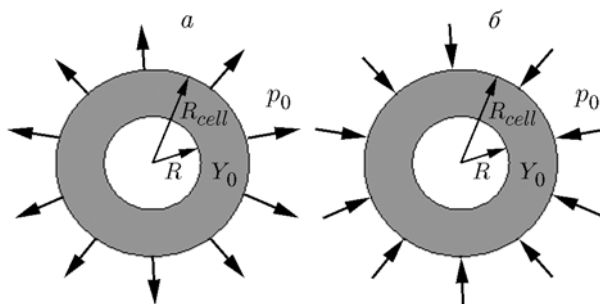


Рис. 1. Схема элементарной ячейки в веществе под воздействием растягивающего (а) и сжимающего (б) давления

$$\omega = \frac{V_p}{V_p + V_s} = \left( \frac{R}{R_{cell}} \right)^3 = \frac{1}{1 + 3/(4\pi N_0 R^3)}, \quad (2)$$

где  $V_p$  — объем поры.

Как правило, в веществах начальное распределение пор по размерам подчиняется статистическому распределению. Для металлов, например, в [15] на основе экспериментов по откольному разрушению получено следующее распределение пор (дефектов) по размерам:

$$N = N_p \exp \left( - \frac{R}{\bar{R}} \right),$$

где  $N$  — число пор,  $N_p$  — начальное число зародышей,  $\bar{R}$  — параметр распределения, равный среднему значению радиуса всех пор  $R_0$ . Это соотношение (распределение Розина — Рамллера) в общем случае записывается в виде

$$W^+ = \exp \left( - \frac{R}{\bar{R}} \right)^n, \quad (3)$$

где  $W^+$  — вероятность обнаружить пору радиусом больше  $R$ ,  $n$  — параметр. Тогда число пор радиусом больше  $R_0$ , будет меняться подобным образом:

$$N = N_p \exp \left( - \frac{R}{R_0} \right). \quad (4)$$

В жидкостях процесс разрушения определяется ростом кавитационных пузырей [4, 6]. Я. Б. Зельдович и Я. И. Френкель полагали, что первичные пузыри рождаются в жидкости

за счет температурных флуктуаций. Позднее было показано, что в любой реальной жидкости всегда присутствует значительное количество пузырьков, распределенных по размеру. Как правило, средний размер этих пузырьков  $\approx 1$  мкм. Параметры начального кавитационного поля ( $p = 0$ ), т. е. распределение по размерам, средний размер пузырьков и их плотность, чрезвычайно важны, так как являются начальными условиями развития разрушения под действием растягивающих напряжений.

Согласно термодинамической теории флуктуаций Зельдовича [4], число пор  $N$  с критическим радиусом  $R_{cr} = 2\sigma/|p|$ , образующихся в единице объема в единицу времени, вычисляется по формуле

$$\dot{N} = N_1 \frac{\sigma}{\mu} \sqrt{\frac{\sigma}{kT}} \exp\left(-\frac{16\pi\sigma^3}{3p^2kT}\right), \quad (5)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $p$  — давление,  $N_1$  — число молекул в единице объема жидкости,  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\mu$  — вязкость. Используя это соотношение, Зельдович определил, что критическое давление разрушения воды составляет примерно 200 МПа. Эксперименты по регистрации откольной прочности в воде, проведенные в ИПХФ РАН, дали значение 40 МПа [7].

Эксперименты в статической постановке (невозмущенная жидкость) с дистиллированной водой показали, что радиус зародышей составляет примерно  $1.5 \pm 0.2$  мкм [6, 16]. Заметим, что этот результат может быть связан с системой регистрации и не будет соответствовать истинному распределению при размерах пузырьков, сильно отличающихся от длины волны.

Примем распределение пор по размерам в жидкостях и в металлах типа Розина — Рамлера, тогда выражения для объема и поврежденности будут следующими:

$$V_s = 8\pi(\bar{R}_{cell}^3 - \bar{R}^3), \quad (6)$$

$$\omega = \left(\frac{\bar{R}}{\bar{R}_{cell}}\right)^3 = \frac{1}{1 + 1/(8\pi\bar{N}_0\bar{R}^3)}.$$

Далее по тексту знаки осреднения в обозначениях  $\bar{R}$  и  $\bar{N}_0$  опускаются. Выражение для поврежденности (6) имеет физические пределы  $0 \leq \omega \leq 1$ . Отметим, что соотношения для

поврежденности с другими типами распределения пор по размерам, например степенным типом, предложенным в [16], отличаются от соотношения (6) только коэффициентом.

## ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В работе [1] в предположении, что среда в ячейке несжимаема, и с учетом того, что упругая энергия вещества мала по сравнению с работой пластического деформирования, получено следующее выражение для кинетической энергии при схлопывании поры:

$$\frac{2\pi\rho R^3(R_{cell} - R)}{R_{cell}} \dot{R}^2 = 4\pi \int_0^t p(t)R^2 \dot{R} dt - \frac{8}{3}\pi \int_0^t Y(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T, p, t, \dots) \times \times \ln\left(1 + \frac{1}{8\pi N_0 R^3}\right) R^2 |\dot{R}| dt, \quad (7)$$

где  $\rho$  — плотность,  $\dot{R}^2$  — скорость внутренней границы поры,  $Y$  — изменяющийся во времени предел текучести, зависящий от параметров напряженно-деформированного состояния — деформации  $\varepsilon_i$ , ее скорости  $\dot{\varepsilon}_i$ , температуры  $T$ , давления  $p$  и др. Слагаемое слева в уравнении (7) есть кинетическая энергия движения вещества ячейки  $E_{cell}$ , первое слагаемое справа есть работа сил давления  $A_p$ , а последнее — работа пластического деформирования (диссипация)  $A_d$ . Точками обозначены производные по времени. Движение начинается только при условии

$$p > p_0 = \frac{2}{3} Y_0 \ln\left(1 + \frac{1}{8\pi N_0 R^3}\right) = \frac{2}{3} Y_0 \left(\ln \frac{1}{\omega_0}\right),$$

где  $p_0$  — давление, при котором начинается компактирование поры,  $Y_0$  — начальный предел текучести,  $\omega_0$  — начальная поврежденность. Далее уравнение не изменяется вплоть до останова.

Очевидно, что при растяжении динамика роста пор подобна динамике сжатия, поэтому уравнения для роста и схлопывания пор можно объединить в одно:

$$\frac{2\pi\rho R^3(R_{cell} - R)}{R_{cell}} (\pm\dot{R})^2 = 4\pi \int_0^t \mp p(t)R^2 \dot{R} dt -$$

$$-\frac{8}{3}\pi \int_0^t Y(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T, p, t, \dots) \times \\ \times \ln \left( 1 + \frac{1}{8\pi N_0 R^3} \right) R^2 |\dot{R}| dt. \quad (8)$$

Знак « $-$ » перед скоростью поверхности поры  $R^2$  означает, что при компактировании она отрицательная, знак « $+$ » — положительная при растяжении.

Дополним уравнение (8) соотношениями для поверхностного натяжения и вязкости.

Поверхностное натяжение обусловлено силами взаимного притяжения молекул. На молекулы, находящиеся на поверхности, действует сила, направленная внутрь от поверхности жидкости, которая и определяет поверхностное натяжение как отношение работы, требующейся для увеличения площади поверхности, к величине этого приращения площади.

При воздействии растягивающего давления для увеличения радиуса поры на  $\Delta R$  надо затратить работу, равную приращению энергии поверхностного натяжения

$$\Delta E_\sigma = \sigma d(4\pi R^2) = 8\pi\sigma R dR.$$

Скорость изменения поверхностной энергии соответственно равна

$$\frac{dE_\sigma}{dt} = \sigma 8\pi R \dot{R}.$$

Отсюда получаем выражение для работы сил поверхностного натяжения, связанной с изменением размера пор:

$$E_\sigma = 8\pi \int_0^t \sigma R \dot{R} dt. \quad (9)$$

Коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  зависит от температуры. Известно также, что для пор размерами в несколько межатомных расстояний он резко уменьшается.

Скорость диссипации энергии в вязкой несжимаемой жидкости в случае сферической симметрии записывается в виде

$$\frac{dE_\mu}{dt} = \mu \frac{4}{3} r^2 \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u}{r} \right) \right]^2,$$

где  $u = \dot{R}(R/r)^2$  — скорость движения вещества в несжимаемой жидкости,  $r$  — текущий радиус.

Выражение для диссипации энергии за счет вязкого трения имеет вид

$$\dot{E}_\mu = -\mu \cdot 12 \int_R^{R_{cell}} \left( \frac{\dot{R} R^2}{r^3} \right)^2 4\pi r^2 dr. \quad (10)$$

После несложных преобразований получаем

$$\dot{E}_\mu = 16\mu\pi \dot{R}^2 R^4 \left( \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R_{cell}^3} \right). \quad (11)$$

Коэффициент вязкости  $\mu$  для жидкостей изменен в широком диапазоне температур в [17]. Как правило, его значение уменьшается с увеличением температуры.

Таким образом, объединяя уравнения (8), (9), (11), получаем соотношение

$$\frac{2\pi\rho R^3 (R_{cell} - R)(\pm\dot{R})^2}{R_{cell}} = \mp 4\pi \int_0^t p(t) R^2 |\dot{R}| dt -$$

$$-\frac{8}{3}\pi \int_0^t Y(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T, p, t, \dots) \times$$

$$\times \ln \left( 1 + \frac{1}{8\pi N_0 R^3} \right) R^2 |\dot{R}| dt \mp$$

$$\mp 8\pi \int_0^t \sigma R |\dot{R}| dt - 16\pi \int_0^t \mu |\dot{R}|^2 R (1 - \omega) dt.$$

После преобразования оно упрощается:

$$(\pm\dot{R})^2 = \frac{2R_{cell}}{\rho R^3 (R_{cell} - R)} \times \\ \times \int_0^t \left( \mp p(t) R - \frac{2}{3} Y(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T, p, t, \dots) \times \right. \\ \left. \times \ln \frac{1}{\omega} R \mp 2\sigma - 4\mu(1 - \omega) |\dot{R}| \right) R |\dot{R}| dt. \quad (13)$$

Знак « $+$ » означает рост пор, а знак « $-$ » — их схлопывание. Поврежденность рассчитывается по (6).

Полагая, что жидкости практически не обладают сдвиговой прочностью, можно считать, что  $Y = 0$ . В твердых телах вязкостью и поверхностным натяжением можно пренебречь ( $\mu \approx 0$ ,  $\sigma \approx 0$ ). В этом случае уравнение (13) можно упростить и модель ДРК-L переходит в ДРК [1].

### ПОЛНЫЕ УРАВНЕНИЯ МОДЕЛИ ДРК-L

Итак, уравнения роста и компактирования поврежденного материала в твердой и жидкой фазах (модель ДРК-L) в рамках принятых предположений имеют вид:

$$\dot{R} = \pm \left\{ \frac{R_{cell}}{\rho R^3 (R_{cell} - R)} \left[ 2 \int_0^t \left( \mp p(t)R - \frac{2R}{3} Y \ln \frac{1}{\omega} \mp 2\sigma - 4\mu(1 - \omega)|\dot{R}| \right) R|\dot{R}| dt \right] \right\}^{1/2},$$

$$\omega = \left( \frac{R}{R_{cell}} \right)^3 = \frac{1}{1 + 1/(8\pi N_0 R^3)}, \quad (14)$$

$$N_0 = \frac{1}{8\pi(R_{cell}^3 - R^3)},$$

знак «+» означает рост пор, знак «-» — компактирование.

Рост пор:  $\dot{R}(0) = 0$ ,  $\dot{R}(t) > 0$ ,  $R(0) = R_{min}$ ,  $\omega(0) = \omega_{min}$ ,  $N_0 = const$  — начинается при выполнении условия

$$p < - \left[ \frac{2}{3} Y_0 \left( \ln \frac{1}{\omega_{min}} \right) + 2\sigma \left/ \left( \frac{1}{8\pi N_0} \frac{\omega}{1 - \omega} \right)^{1/3} \right],$$

заканчивается ( $t = t_{ост}$ ) при  $\dot{R}(t_{ост}) = 0$ ,  $\omega = \omega_0$ . Компактирование пор:  $\dot{R}(0) = 0$ ,  $\dot{R}(t) < 0$ ,  $R(0) = R_0$ ,  $\omega(0) = \omega_0$ ,  $N_0 = const$  — начинается при выполнении условия

$$p > p_0 = \frac{2}{3} Y_0 \left( \ln \frac{1}{\omega_0} \right) - 2\sigma \left/ \left( \frac{1}{8\pi N_0} \frac{\omega}{1 - \omega} \right)^{1/3},$$

заканчивается ( $t = t_{ост}$ ) при  $\dot{R}(t_{ост}) = 0$ ,  $\omega = \omega_{min}$  или  $R = R_{min}$ . Здесь  $R_{min}$ ,  $\omega_{min}$  — минимальные значения радиуса поры и поврежденности,  $R_0$ ,  $\omega_0$  — их начальные значения в случае компактирования пор.

Средняя деформация и ее средняя скорость с учетом движения вещества вблизи пор записываются в следующем виде:

$$\bar{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + \Delta\bar{\varepsilon}, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_i = \dot{\varepsilon}_i + \Delta\dot{\bar{\varepsilon}},$$

$$\Delta\bar{\varepsilon}_i = 8\pi N_0 \int_0^t |\dot{R}| R^2 \ln \frac{R_{cell}}{R} dt,$$

$$\Delta\dot{\bar{\varepsilon}}_i = 8\pi N_0 |\dot{R}| R^2 \ln \frac{R_{cell}}{R},$$

где  $\Delta\varepsilon_i$ ,  $\Delta\dot{\varepsilon}_i$  — деформация и ее скорость вблизи границы пор.

Уравнения (14) решаются совместно с уравнениями газодинамики, при этом используется уравнение состояния поврежденной среды [18]:

$$\bar{p} = (1 - \omega)p \left( \frac{\rho}{1 - \omega}, E_{T,s} \right),$$

$$\tilde{Y} = (1 - \omega)Y, \quad \tilde{G} \approx G(1 - \omega),$$

где  $p$ ,  $E_{T,s}$ ,  $Y$ ,  $G$  — соответственно давление, тепловая энергия, прочность и модуль сдвига в сплошных средах. Этими уравнениями учитывается взаимодействие пор и поведение среды как сплошного вещества.

Полная внутренняя энергия пористой среды  $E$  состоит из холодной  $E_{c,s}$  и тепловой  $E_{T,s}$  составляющих энергии сплошного вещества  $E_s$  и кинетической энергии  $E_{cell}$ , связанной с движением пор:  $E = E_{c,s} + E_{T,s} + E_{cell}$  или  $E = E_s + E_{cell}$ .

Средняя плотность кинетической энергии для поры с наружным радиусом  $R_{cell}$  составляет

$$E_k = \int_R^{R_{cell}} 4\pi r^2 \frac{\rho u^2}{2} dr \left/ \left[ \frac{4}{3} \pi \rho (R_{cell}^3 - R^3) \right] = \frac{2\pi \rho \dot{R}^2 R^3 (1 - R/R_{cell})}{(4/3)\pi \rho R^3 (R_{cell}^3/R^3 - 1)} = \frac{3}{2} \dot{R}^2 \frac{(1 - \omega^{1/3})\omega}{1 - \omega}.$$

Таким образом,

$$E = E_{c,s} + E_{T,s} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \frac{(1 - \omega^{1/3})\omega}{1 - \omega}$$

или

$$E_{T,s} = E - E_{c,s} - \frac{3}{2} \dot{R}^2 \frac{(1 - \omega^{1/3})\omega}{1 - \omega}.$$

Уравнение сохранения энергии с учетом движения в ячейке запишется следующим образом:

$$\frac{dE}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} + \frac{dE_\sigma}{dt} - \frac{S_{ij}}{\rho} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - \frac{dE_{cell}}{dt} = 0,$$

где  $S_{ij}$  — тензор среднего девиатора напряжений в макросреде,  $\frac{dE_{cell}}{dt}$  — средняя скорость диссипации в ячейке, связанная с трением (прочностью и вязкостью),  $\frac{dE_{\sigma}}{dt}$  — работа сил поверхностного натяжения. После несложных вычислений получаем уравнение сохранения энергии с учетом движения в ячейке:

$$\frac{dE}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} - \frac{S_{ij}}{\rho} \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - 2\frac{\omega}{\rho} \left[ Y \ln \frac{1}{\omega} \frac{|\dot{R}|}{R} + 6\mu \left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 + 3\sigma \frac{\dot{R}}{R^2} \right] = 0.$$

Для определения внутренней энергии сплошного вещества необходимо из полной энергии вычесть кинетическую энергию движения пор:  $E_s = E - E_{cell}$ . Отсюда с использованием уравнений состояния определяются холодная и тепловая составляющие внутренней энергии.

При расчете пластической работы для металлов авторы использовали релаксационную модель прочности РИНГ, которая учитывает деформационное и компрессионное упрочнение, термическое разупрочнение, влияние скорости деформирования (вязкость) [19]. Используется уравнение состояния в форме Ми — Грюнайзена.

В первом приближении коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$  и вязкость  $\mu$  примем функциями температуры в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_0 \left[ 1 - a_1 \left( \frac{T}{T_b} \right)^{a_2} \right], \quad (15)$$

$$\mu = \mu_{0L} \exp \left[ -a_3 \left( \frac{T}{T_b} \right)^{a_4} \right],$$

где  $T_b$  — температура кипения,  $\sigma_0, \mu_{0L}$  — размерные параметры,  $a_1$ – $a_4$  — постоянные.

Модель ДРК-L в форме уравнений (14), (15) реализована в одномерной лагранжовой постановке задач деформирования механики

сплошной среды [14]. Уравнения кинетической модели ДРК-L решаются совместно с уравнениями газовой динамики. Следует отметить, что совместное решение данных уравнений, как правило, представляет большие трудности, так как кинетические уравнения модели разрушения (компактирования) имеют характерные признаки жестких систем. Характерные времена описываемых процессов — газовой динамики и кинетики — могут существенно отличаться. Поэтому для численного решения уравнений (14) выбрана одна из наиболее перспективных на сегодняшний день схем с повышенным запасом устойчивости, используемых для решения жестких систем, — схема Розенброка ROS с комплексным параметром (CROS) [20].

## РЕЗУЛЬТАТЫ ОДНОМЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

Тестирование модели ДРК для металлов (меди) приведено в работе [1]. Показано, что расчетные зависимости не противоречат экспериментальным.

Для тестирования модели ДРК-L воспользуемся экспериментальными данными, полученными в ИПХФ РАН (г. Черноголовка) под руководством А. В. Уткина [7, 8] и С. В. Разренова [9]. Тестирование проведено по одномерной лагранжовой счетной методике УП [14] с использованием предложенной модели откольного разрушения и компактирования поврежденного материала ДРК-L (14), (15) для воды [7, 8], глицерина и свинца [9]. Расчетные схемы в одномерном приближении соответствовали экспериментальным. В таблице приведены параметры уравнений (14), (15) для воды, глицерина и свинца, а на рис. 2–4 — расчетные и экспериментальные зависимости.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена динамическая модель роста и компактирования поврежденной среды (ДРК-L), учитывающая основные фак-

Вещество	$\omega_{\min}$	$N_0, \text{см}^{-3}$	$\sigma_0, \text{мН/м}$	$a_1$	$a_2$	$\mu_{0L}, 10^{-3} \text{Па} \cdot \text{с}$	$a_3$	$a_4$	$T_b, \text{К}$
Вода	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$10^5$	110	0.45	1.2	1.73	2.1	5.0	373
Глицерин	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$10^5$	70	0.65	2.5	$220 \cdot 10^3$	350	6.5	563
Свинец	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$10^5$	440	0.6	3.0	3.9	0.1	2.0	2018

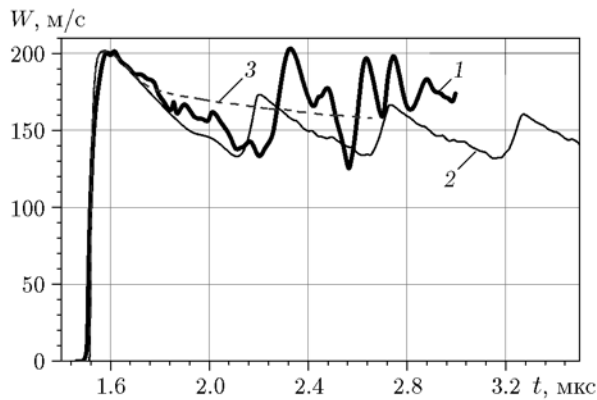


Рис. 2. Экспериментальная (1) и расчетные (2, 3) зависимости скорости движения поверхности вода — алюминиевая фольга от времени: 2 — полные уравнения модели ДРК-L, 3 — без учета вязкости и поверхностного натяжения ( $\mu = 0$ ,  $\sigma = 0$ )

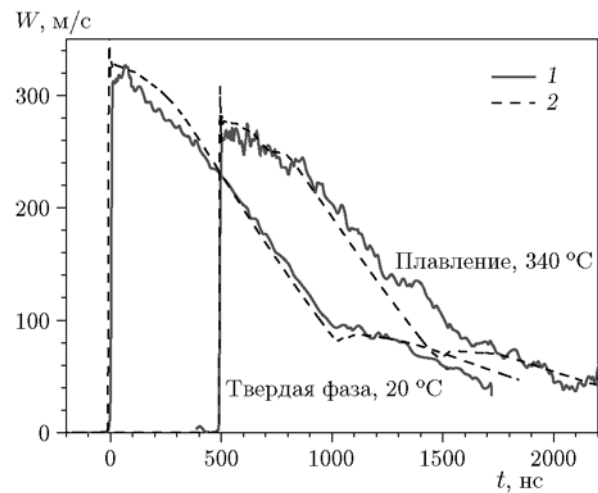


Рис. 4. Экспериментальные (1) и расчетные (2) зависимости скорости движения контактной границы свинец — кварц от времени

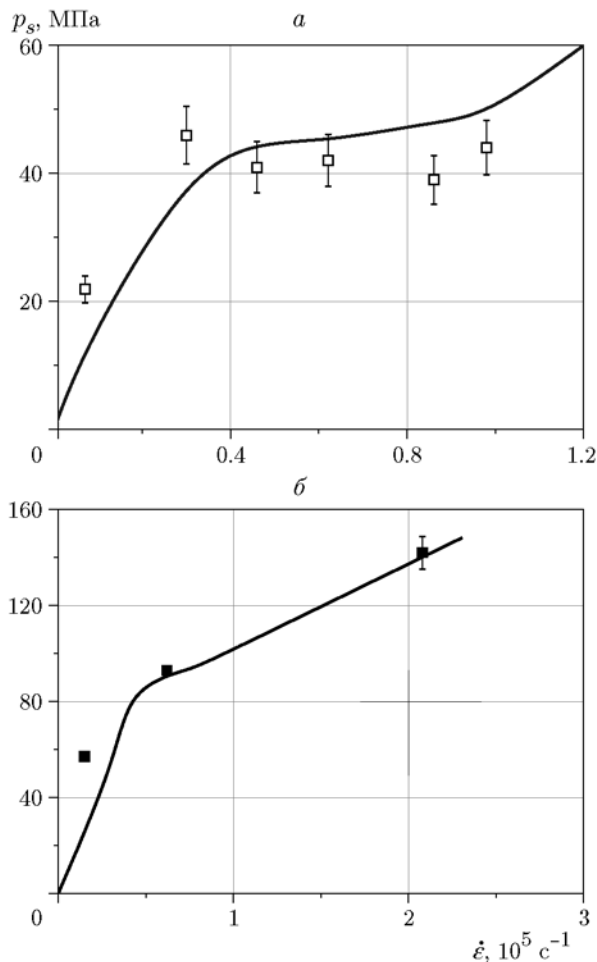


Рис. 3. Экспериментальная (значки) и расчетная (линия) зависимости откольного разрушения от скорости деформации воды (а) и глицерина (б)

торы, влияющие на рост и схлопывание пор: прочность, давление, поверхностное натяжение, вязкость и инерциальные силы. Проведено тестирование по некоторым имеющимся в распоряжении авторов экспериментальным данным. Предложенную модель можно использовать для расчета откольного разрушения и компактирования материалов, находящихся как в твердом, так и в жидком фазовом состоянии.

### ЛИТЕРАТУРА

- Игнатова О. Н., Раевский В. А., Целиков И. С. Кинетическая модель компактирования поврежденности в средах с прочностью // ВАНТ. Сер. Мат. моделирование физ. процесов. — 2014. — Вып. 1. — С. 18–23.
- Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / Киселев С. П., Руев Г. А., Трунев А. П., Фомин В. М., Шавалиев М. Ш. — Новосибирск: Наука, 1992.
- Киселев С. П. О распространении ударной волны в пористом материале, возникающей при соударении пластин // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т. 31, № 4. — С. 79–83.
- Зельдович Я. Б. К теории образования новой фазы. Кавитация // ЖЭТФ. — 1942. — Т. 12, вып. 11/12. — С. 525–538.
- Kedrinskii V. K. The experimental research and hydrodynamic models of a «sultan» // Arch. Mech. — 1974. — V. 26, N 3. — P. 535–540.
- Кедринский В. К. Нелинейные проблемы кавитационного разрушения жидкости при взрывном нагружении // ПМТФ. — 1993. — № 3. — С. 74–91.

7. **Богач А. А., Уткин А. В.** Прочность воды при импульсном растяжении // ПМТФ. — 2000. — Т. 41, № 4. — С. 198.
8. **Уткин А. В., Сосиков В. А., Богач А. А.** Импульсное растяжение гексана и глицерина при ударно-волновом воздействии // ПМТФ. — 2003. — Т. 44, № 2. — С. 27–33.
9. **Канель Г. И., Савиных А. С., Гаркушин Г. В., Разоренов С. В.** Динамическая прочность расплавов олова и свинца // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 102, вып. 8. — С. 615–619.
10. **Furlanetto M., Zocher M. A., Sterbenz S., et al.** The ORTEGA experiment: radiographic and velocimetric damage measurements // Ortega Preshot Rep. — LA-UR-10-05028. — 2010.
11. **Holtkamp D. B., Clark D. A., Ferm E. N., et al.** A survey of high explosive-induced damage and spall in selected metals using proton radiography // Shock Compression of Condensed Mater., Portland, OR, July 2003: Proc. of the Conf. — Melville, NY: Amer. Inst. Phys., 2003. — P. 477–482.
12. **Zhang Chongyu, Hu Haibo, et al.** Dynamic behaviors of Pb flyer driven by head-on detonation // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2009. — С. 422–426.
13. **Carroll M. M., Holt A. C.** Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials // J. Appl. Phys. — 1972. — V. 43. — P. 1626–1635.
14. **Гаврилов Н. Ф., Иванова Г. Г., Селин В. И., Софронов В. Н.** Программа УП-ОК для решения одномерных задач механики сплошной среды в одномерном комплексе // ВАНТ. — 1982. — Вып. 3 (11). — С. 11–14.
15. **Meyers M., Aimone C.** Dynamic fracture (spalling) of metals // Prog. Mater. Sci. — 1983. — V. 28. — P. 1–96.
16. **Бесов А. С., Кедринский В. К., Пальчиков Е. И.** Изучение начальной стадии кавитации с помощью дифракционной оптической методики // Письма в ЖТФ. — 1984. — Т. 10, вып. 4.
17. **Физические величины: справочник** / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
18. **Herrmann W.** Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials // J. Appl. Phys. — 1969. — V. 40, N 6. — P. 2490–2499.
19. **Глушак Б. Л., Игнатова О. Н., Надежин С. С., Раевский В. А.** Релаксационная модель сдвиговой прочности пяти металлов // ВАНТ. Сер. Мат. моделирование физ. процессов. — 2012. — Вып. 2. — С. 25–36.
20. **Хайрер Э., Ваннер Г.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 1999.

*Поступила в редакцию 14/IV 2016 г.*