

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ПЛАМЕНИ
ПО ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА
В ПЕРИОД ЕГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ**

Б. А. Райзберг
(Москва)

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается заряд твердого топлива, в канал которого с одной стороны подаются горячие воспламеняющие продукты со скоростью v_0 (рис. 1). Продукты нагревают поверхность канала, в результате чего

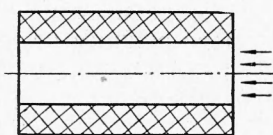


Рис. 1. Схема эксперимента.

происходит ее постепенное воспламенение. Предполагается, что в первую очередь воспламеняется участок поверхности у входного сечения канала, после чего граница, разделяющая воспламенившуюся и невоспламенившуюся части поверхности, в виде фронта пламени распространяется по длине канала. Задача заключается в определении зависимости скорости w или координаты x фронта пламени от времени t .

ЦЕЛЬ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Наиболее обстоятельно вопрос о распространении фронта пламени исследован в работах [1, 2].

В первой из этих работ распространение фронта пламени по поверхности воспламеняемого заряда твердого топлива рассматривается как перемещение сечения, в котором достигается критическая температура (температура воспламенения) под влиянием нагрева со стороны продуктов сгорания воспламенившейся части заряда. Авторами разработана упрощенная математическая модель процесса, протекающего в ракетной камере в период распространения фронта пламени по поверхности твердого топлива, основанная на принятии целого ряда предположений, в силу которых не учитываются многие характерные особенности исследуемого процесса. Так, например, авторы пренебрегают влиянием газа, втекающего в канал, и не учитывают неодновременность начала нагрева различных участков поверхности канала. Эти упрощения объясняются сложностью реальных физических явлений, протекающих в период распространения фронта пламени, чрезвычайно трудно поддающихся точному анализу.

Авторы [2] опираются фактически на ту же модель распространения фронта пламени, дополняя предыдущее исследование экспериментальными данными о величинах тепловых потоков к поверхности воспламе-

няющего заряда и о скорости распространения фронта, которая определяется путем теоретической обработки опытных кривых давления в камере сгорания двигателя.

В работе [3] распространение фронта пламени по поверхности заряда рассмотрено на основе газофазного механизма воспламенения. Авторы полагают, что скорость воспламенения поверхности предопределяется скоростью перемещения фронта пламени в зоне продуктов разложения топлива над его поверхностью; движение последних вдоль поверхности топлива не учитывается. Таким образом, здесь следовало бы говорить о скорости поверхностного горения, величина которой может быть в десятки и сотни раз меньше скорости перемещения фронта пламени по поверхности заряда, воспламеняемого потоком горячих газов, текущих вдоль его поверхности. Последнее обусловлено тем обстоятельством, что скорость поверхностного горения определяется передачей тепла от зоны горения к близлежащему слою, тогда как распространение фронта вдоль поверхности канала заряда твердого топлива в первую очередь зависит от далекодействующих топливных потоков, создаваемых продуктами, движущимися вдоль канала.

Настоящее исследование ставит своей целью более полное и строгое описание физических явлений, протекающих в период распространения фронта пламени по поверхности воспламеняемого заряда, и построение гипотетических моделей процесса. На основе принятой физической картины разработаны математические модели, позволяющие рассчитать скорость распространения фронта пламени в процессе воспламенения заряда твердого топлива.

Рассмотрены два основных случая: когда нагрев заряда осуществляется преимущественно за счет конвекции и когда преобладающую часть теплового потока к поверхности заряда составляет лучистый поток, создаваемый частицами, находящимися в продуктах сгорания.

Как правильно отмечают авторы [3], к настоящему времени не удалось достичь полного понимания явления распространения пламени по поверхности твердого топлива, поэтому нарисованная ниже картина процесса является в известной мере гипотетической и базируется больше на общих физических представлениях, чем на конкретных данных. В ходе дальнейшего изложения будем исходить из основного положения, согласно которому определяющее влияние на скорость распространения фронта пламени в рассматриваемой схеме процесса воспламенения играет нагрев поверхностного слоя топлива продуктами, омывающими поверхность канала. При таком подходе не рассматривается вопрос о влиянии механизма воспламенения твердого топлива на процесс распространения фронта пламени (твёрдофазная модель). Заметим в то же время, что и при других моделях механизма воспламенения (газофазной или гетерогенной) наиболее продолжительным во времени достижения критических условий воспламенения является, по-видимому, процесс нагрева поверхностного слоя топлива до температуры, обеспечивающей возгонку паров топлива или возникновение самоподдерживающихся гетерогенных реакций на поверхности, тогда как последующие процессы, протекающие в газовой фазе, являются менее инерционными.

Настоящая работа не ставит своей целью замкнутого математического описания, в которое пришлось бы включить уравнения, отражающие закономерности протекания процесса в камере сгорания, а также зависимости, учитывающие влияние условий нагрева заряда на критические условия воспламенения. Чтобы сосредоточить внимание на стержневом вопросе, выбрана простейшая форма заряда и приняты простейшие условия воспламенения. Предполагается, что воспламенение

элемента поверхности происходит мгновенно при достижении некоторой критической температуры поверхности или накоплении критического количества тепла в расчете на единицу площади поверхности прогретого слоя.

**ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА ПРОЦЕССА,
ПРОТЕКАЮЩЕГО ПРИ НАГРЕВЕ ВОСПЛАМЕНЯЕМОГО ЗАРЯДА
КОНВЕКТИВНЫМИ ТЕПЛОВЫМИ ПОТОКАМИ**

Поскольку распространение фронта пламени предопределяется в основном нагревом заряда, проследим за динамикой нагрева поверхности канала втекающим в него потоком горячего газа. Начало нагрева произвольного элемента поверхности канала имеет место в момент, когда фронт горячих газов проходит через сечение, в котором расположен данный элемент. Таким образом, имеет место одновременность начала нагрева различных участков поверхности канала, которая уже сама по себе предопределяет одновременность их воспламенения, т. е. непосредственно влияет на скорость распространения фронта пламени.

Условия нагрева различных участков поверхности заряда после начала нагрева также являются неэквивалентными, так как скорость, температура газового потока и толщина пограничного слоя изменяются по длине каналов. Следует ожидать, что и это обстоятельство создает благоприятные условия для более раннего воспламенения входного участка канала. В рассматриваемой начальной фазе происходит формирование пограничного слоя и тепловой поток является существенно нестационарным, что затрудняет высказывание более четких и определенных суждений о характере протекания процесса нагрева заряда. В соответствии с описанной картиной критические условия (например, нагрев заряда до критической температуры) воспламенения достигаются в первую очередь на участке канала вблизи входного сечения¹.

Рассмотрим физическую картину процесса распространения фронта пламени по поверхности канала.

Появление и перемещение фронта пламени изменяет структуру газового потока в канале, так как продукты сгорания воспламенившейся части заряда поступают в основной поток и смешиваются с ним. В начальной стадии процесса распространения фронта пламени скорость потока в канале превосходит скорость перемещения фронта пламени, поэтому продукты сгорания топлива опережают фронт пламени и вместе с основным газовым потоком воздействуют на невоспламенившуюся часть канала, увеличивая теплоподвод к поверхности топлива. Это обстоятельство приводит к более быстрому нагреву невоспламенившейся части и способствует увеличению скорости распространения фронта пламени по длине канала.

Нагрев заряда интенсифицирует также изменение структуры пограничного слоя в процессе распространения фронта пламени, обусловленное смещением сечения, в котором берет начало пограничный слой. Считается, что пограничный слой совпадает с сечением, разделяющим воспламенившуюся и невоспламенившуюся части канала (рис. 2); таким образом, начало пограничного слоя перемещается со скоростью фронта пламени.

¹ Достижение критических условий воспламенения здесь и далее будем отождествлять с появлением пламени над данным участком поверхности.

В результате перемещения начала пограничного слоя, «вниз» по потоку распространяется волна возмущения со скоростью относительно неподвижной поверхности, равной сумме скорости потока и скорости звука. Эта волна изменяет структуру (толщину) пограничного слоя по длине канала. Поскольку скорость распространения волны возмущения превосходит скорость перемещения фронта пламени, пограничный слой над невоспламеняющейся частью канала успевает перестроиться раньше, чем эта часть канала будет охвачена фронтом пламени, что и приводит к интенсификации теплового потока. Эффекты, обусловленные влиянием поступления в газовый поток продуктов сгорания топлива и деформации пограничного слоя, должны приводить к лавинообразному характеру распространения фронта пламени, т. е. скорость распространения должна увеличиваться по мере перемещения фронта.

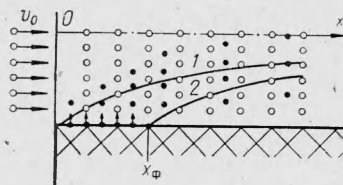


Рис. 2. Влияние изменения структуры пограничного слоя на нагрев заряда.

1 — начальная граница слоя; 2 — текущая граница слоя.

Резюмируя изложенное, можно следующим образом описать процесс распространения фронта горения по поверхности воспламеняемого заряда.

Под воздействием теплового потока от поступающего в канал горячего газа критические условия воспламенения достигаются в первую очередь на участке поверхности канала, расположенном близко к входному сечению. На остальной части поверхности критические условия в этот момент еще не достигнуты в связи с неравномерным нагревом по длине. В дальнейшем невоспламенившаяся часть поверхности нагревается как газовым потоком, поступающим в канал, так и продуктами сгорания воспламенившейся части заряда. По мере достижения на отдельных элементах поверхности критических условий воспламенения, фронт горения перемещается, в результате чего постепенно воспламеняется вся поверхность. Скорость распространения фронта пламени является скоростью перемещения переднего фронта зоны, в которой достигнуты критические условия воспламенения.

ПРИБЛИЖЕННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФРОНТА ПЛАМЕНИ ПРИ КОНВЕКТИВНОМ НАГРЕВЕ ПОВЕРХНОСТИ ЗАРЯДА

Опираясь на изложенную выше физическую картину процесса, построим его упрощенную математическую модель. Естественно, что математическое описание процесса с помощью сравнительно простого аппарата может быть получено лишь путем принятия целого ряда допущений.

Сделаем следующие основные предположения:

1. Критическим условием воспламенения будем считать достижение температуры θ на поверхности топлива, равной температуре воспламенения θ_* или накопление в прогретом слое топлива критического количества тепла Q_* на единицу площади поверхности.

2. Температуру поверхности топлива θ в фиксированном сечении канала с координатой x будем определять на основе решения одномерного уравнения теплопроводности для полуграниченного одномерного тела с неизменными во времени теплофизическими характеристиками при отсутствии внутренних источников тепла

$$\theta = \theta_n + \frac{1}{\sqrt{\pi} \sqrt{c_T \gamma_T \lambda_T}} \int_{t_x}^t \frac{q(x, \tau)}{\sqrt{t - \tau}} d\tau, \quad (1)$$

где θ , θ_n — текущая и начальная температуры поверхности; c_T , γ_T , λ_T — теплоемкость, весовая плотность и теплопроводность топлива соответственно; t_x , t — момент начала нагрева и текущий момент времени; $q(x, \tau)$ — удельный тепловой поток к поверхности заряда в сечении x ; τ — переменная интегрирования.

3. Газовый поток в канале заряда будем полагать одномерным, характеризующимся средними по поперечному сечению канала значениями скорости v , весовой плотности γ и температуры T , зависящими от времени t и координаты x .

4. Удельный тепловой поток q от продуктов, движущихся в канале заряда, к поверхности канала определяем по квазистационарному соотношению

$$q = \alpha(T - \theta). \quad (2)$$

5. Коэффициент теплоотдачи α в фиксированном сечении канала определяем исходя из упрощенной критериальной зависимости Нуссельта для плоской пластины [2], применительно к рассматриваемому случаю, имеющей вид

$$\frac{\alpha(x - x_\phi)}{\lambda} = a \left[\frac{\gamma v (x - x_\phi)}{\mu g} \right]^m, \quad (3)$$

где μ , λ — динамическая вязкость и теплопроводность продуктов, омывающих поверхность канала; x_ϕ — координата фронта пламени; a , m — константы, определяемые опытным путем (по данным [2] $a=0,09$, $m=0,8$).

6. Полагаем, что фронт пламени во входном сечении канала с координатой $x=0$ возникает мгновенно в момент $\tau=0$. Это предположение вынуждено, так как оно является прямым следствием принятых критических условий воспламенения и выражения для теплового потока ($m>1$ при $x=0$, $x_\phi=0$, $q \sim \infty$).

7. Принимаем, что скорость распространения фронта пламени существенно уступает скорости распространения возмущений вдоль канала. В силу этого предположения координата фронта x_ϕ в зависимости (3) может быть отнесена к текущему моменту времени (в противном случае необходимо вводить фазовый сдвиг по времени).

Некоторые дополнительные предположения оговорены в ходе дальнейшего изложения.

Перейдем к выводу основного соотношения, устанавливающего связь между координатой фронта пламени и временем. С этой целью выделим фиксированное сечение канала с координатой x . Температура поверхности топлива в этом сечении изменяется по времени в соответствии с зависимостью, которая следует из (1), (2), (3),

$$\theta = \theta_n + \frac{a}{\sqrt{\pi} \sqrt{c_T \gamma_T \lambda_T}} \int_{t_x}^t \frac{\lambda}{x - x_\phi} \left[\frac{\gamma v (x - x_\phi)}{\mu g} \right]^m (T - \theta) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}. \quad (4)$$

Время начала нагрева фиксированного сечения определяется из соотношения

$$t_x = \int_0^x \frac{dx}{v_B}, \quad (5)$$

где v_B — скорость движения переднего фронта потока воспламеняющих продуктов.

Принимая в качестве условия воспламенения элемента канала достижение в некоторый момент времени t_* критической температуры поверхности, равной θ_* из (4), получаем:

$$\int_{t_x}^{t_*} \frac{\lambda (T - \theta)}{x - x_\Phi} \left[\frac{\gamma v (x - x_\Phi)}{\mu g} \right]^m \frac{d\tau}{\sqrt{t_* - \tau}} = \frac{\sqrt{\pi}}{a} \sqrt{c_T \gamma_T \lambda_T} (\theta_* - \theta_n). \quad (6)$$

Уравнение (6) определяет неявную связь между координатой сечения x и временем t_* , в котором фронт пламени достигает данного сечения, т. е. искомую зависимость между координатой сечения и временем проникновения фронта пламени в это сечение. Заметим, что та же неизвестная функция $x_\Phi(\tau)$ входит одновременно под знак интеграла.

Если в качестве условия воспламенения принять накопление критического количества тепла Q_* в прогревом слое топлива, то основная зависимость, устанавливающая связь между координатой фронта пламени и временем, имеет вид

$$\int_{t_x}^{t_*} q d\tau = a \int_{t_x}^{t_*} \frac{\lambda (T - \theta)}{x - x_\Phi} \left[\frac{\gamma v (x - x_\Phi)}{\mu g} \right]^m d\tau = Q_*. \quad (7)$$

Соотношения (6) и (7) не являются замкнутыми и получение из них конечной зависимости $x(t_*)$ в явном виде представляет значительные трудности. Входящие в (6) и (7) величины $T, \gamma, v, \mu, \lambda, \theta, \theta_*, Q_*$ фактически являются неизвестными функциями времени, для описания которых необходимо привлечь дополнительные соотношения, отражающие закономерности газодинамических и термодинамических процессов в канале, где находится воспламеняемый заряд. Хотя рассмотрение этих соотношений не является целью настоящей работы, укажем на возможность построения приближенного соотношения, характеризующего зависимость от времени «наиболее переменной» величины γv .

Исходя из закона сохранения массы в объеме канала до сечения x и во всем объеме канала и осредняя плотность продуктов γ по всему свободному объему, получим:

$$Fx \frac{d\gamma}{dt} = \gamma v_0 F + \gamma_0 x_\Phi hu - \gamma Fv; \quad (8)$$

$$Fl \frac{d\gamma}{dt} = \gamma v_0 F + \gamma_T x_\Phi hu - \gamma Fv_l,$$

где F, h — площадь поперечного сечения и периметр канала; u — скорость горения воспламенившейся части канала; v_l — скорость потока в выходном сечении канала.

Строго говоря, зависимость (8) справедлива лишь для периода, наступающего после полного заполнения канала воспламеняющими продуктами, и для сечения $x > x_\Phi$.

Из сравнения первого и второго уравнений (8) следует:

$$\gamma v = \gamma v_l \bar{x} + \gamma v_0 (1 - \bar{x}) + \frac{\gamma_\tau x_\Phi h u}{F} (1 - \bar{x}),$$

где $\bar{x} = x/l$ — относительная координата фиксированного сечения.

Величина γv_l может быть определена путем сравнения расхода через выходное сечение канала и расхода из камеры сгорания.

Укажем на возможность получения весьма приближенной зависимости координаты фронта пламени от времени, при помощи которой оценивается величина скорости перемещения фронта.

Пусть λ , T , θ , μ , v_b в (6) постоянны, а в первом приближении зависимость координаты фронта пламени от времени линейна, т. е.

$$x_\Phi = \frac{\tau}{t_*} x. \quad (10)$$

Заменяя неизвестную функцию $x_\Phi(\tau)$ под знаком интеграла в (6) линейной аппроксимацией (10) и вынося $(\gamma v)^m$ за знак интеграла средним значением, получим:

$$\frac{\lambda (T - \theta_n)}{x} \left(\frac{\gamma v x}{\mu g} \right)_{\text{ср}}^m \int_{t_x}^{t_*} \frac{\left(1 - \frac{\tau}{t_*}\right)^m d\tau}{\left(1 - \frac{\tau}{t_*}\right) \sqrt{t_* - \tau}} = \frac{\sqrt{\pi}}{a} \sqrt{c_\tau \gamma_\tau \lambda_\tau} (\theta_* - \theta_n).$$

Вычисляя интеграл и подставляя значение нижнего предела $t_x = \frac{x}{v_b}$, после преобразований устанавливаем зависимость между координатой x и временем t_* в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda (T - \theta_n) \sqrt{t_*}}{x} \left(\frac{\gamma v x}{\mu g} \right)_{\text{ср}}^m \left(1 - \frac{x}{v_b t_*}\right)^{m-0,5} = \\ = \frac{(m-0,5) \sqrt{\pi}}{a} \sqrt{c_\tau \gamma_\tau \lambda_\tau} (\theta_* - \theta_n). \end{aligned} \quad (11)$$

Среднее значение величины $(\gamma v)^m$ можно оценить из зависимости (9), в которой переменная величина x_Φ принимается равной, например, половине максимального значения ($x/2$)

$$(\gamma v)_{\text{ср}}^m = \left[\gamma v_l \bar{x} + \left(\gamma v_0 + \frac{\gamma_\tau \bar{x} h l u}{2F} \right) (1 - \bar{x}) \right]^m. \quad (12)$$

При еще более грубом подходе можно принять

$$(\gamma v)_{\text{ср}}^m = \left(\gamma_0 v_0 + \frac{\gamma_\tau \bar{x} h l u}{2F} \right)^m, \quad (13)$$

пренебрегая массой продуктов, скопляющихся в канале.

Из (11) и (13) получаем следующую оценочную зависимость относительной координаты фронта $\bar{x} = x/l$ от относительного времени $\bar{t} = t/t_b$:

$$\begin{aligned} \bar{x} = \left\{ \frac{a \lambda \sqrt{t_b}}{l \sqrt{\pi} (m-0,5) \sqrt{c_\tau \gamma_\tau \lambda_\tau}} \cdot \frac{T - \theta_n}{\theta_* - \theta_n} \cdot \left(\frac{\gamma_0 v_0 l}{\mu g} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{\gamma_\tau h l u}{2 \gamma_0 v_0 F} \bar{x} \right)^m \cdot \left(1 - \frac{\bar{x}}{\bar{t}} \right)^{m-0,5} \right\}^{\frac{1}{1-m}} \frac{1}{\bar{t}^{\frac{1}{2(1-m)}}}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $t_b = \frac{l}{v_b}$.

Алгебраическая зависимость $\bar{x}(\bar{t})$ не является явной, но она позволяет провести качественный анализ закономерностей распространения фронта пламени. Выражение в фигурных скобках удобно разделить на три сомножителя, первый из которых определяет влияние на распространение фронта пламени собственно потока воспламеняющих продуктов, втекающих в канал; второй сомножитель отражает эффект увеличения скорости распространения фронта за счет поступления в канал продуктов сгорания воспламеняющейся части заряда. Третий сомножитель характеризует уменьшение скорости распространения фронта, обусловленное «запаздыванием» начала нагрева сечений канала, удаленных от входа, в связи с конечной скоростью перемещения переднего фронта воспламеняющих продуктов. Из (14) легко видеть, что скорость распространения фронта пламени при значениях $m \sim 0,8$ существенно изменяется во времени.

ФИЗИЧЕСКАЯ КАРТИНА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА, ПРОТЕКАЮЩЕГО ПРИ НАГРЕВЕ ВОСПЛАМЕНЯЕМОГО ЗАРЯДА ЛУЧИСТЫМИ ТЕПЛОВЫМИ ПОТОКАМИ

В отличие от принятой выше схемы процесса распространения фронта пламени, в которой определяющее влияние на протекание процесса оказывают «дальнодействующие» конвективные тепловые потоки, от воспламеняющих продуктов и продуктов сгорания воспламенившейся части заряда в настоящем параграфе будем исходить из несколько иной модели. Полагаем, что при тех же критических условиях воспламенения нагрев поверхности канала заряда до критической температуры воспламенения происходит в основном за счет лучеиспускания со стороны раскаленных частиц, находящихся в газовом потоке, омывающем поверхность канала.

Под воздействием теплового потока от воспламеняющих продуктов фронт пламени возникает мгновенно во входном сечении канала с координатой $x=0$. Раскаленные частицы, содержащиеся в воспламеняющих продуктах и движущиеся вместе с ними вдоль канала, пересекают фронт пламени и путем лучистого теплового воздействия нагревают поверхность заряда, расположенную впереди фронта. Характерное отличие рассматриваемой картины процесса заключено в предположении, что раскаленные частицы имеют максимальную температуру $T_{\max}$ в момент, когда они проходят фронт пламени, в последующем температура частиц падает за счет невозмещающей потери тепла на излучение.

Поскольку лучистые тепловые потоки существенно зависят от температуры излучающей среды, интенсивность нагрева поверхности заряда резко снижается по мере удаления частиц от фронта пламени, следовательно, наиболее эффективный нагрев имеет место лишь в зоне, примыкающей к фронту пламени. При достижении критической температуры на участке поверхности канала фронт пламени «перебрасывается» на этот участок. В дальнейшем процесс развивается аналогичным образом с той лишь разницей, что по мере воспламенения заряда в нагреве невоспламенившейся части начинают принимать участие также частицы, находящиеся в продуктах сгорания воспламенившейся части, так как их скорость превосходит скорость перемещения фронта вдоль канала.

Особенность рассмотренной схемы заключена в том, что она в гораздо большей мере опирается на предположение о «близкодействии»

фронта пламени, чем схема, описанная выше. В то же время необходимо отметить, что она является существенно более действующей, чем принятая в [3] схема распространения фронта пламени типа поверхностного горения, где вообще не учитывается макроскопический перенос продуктов сгорания через фронт пламени.

Перейдем к выводу упрощенных математических соотношений, описывающих распространение фронта пламени. Используем основные допущения о нагреве заряда, позволяющие выразить температуру его поверхности зависимостью вида (1).

Удельный тепловой поток q поверхности заряда выражен соотношением

$$q = a \sigma T_{\text{ч}}^4, \quad (15)$$

где a — коэффициент, учитывающий взаимное затенение лучистых потоков отдельных частиц; σ — константа излучения ($\sigma \sim 5 \cdot 10^{-8}$); $T_{\text{ч}}$ — температура частиц в потоке, омывающем поверхность канала.

Полагая, что частица имеет постоянную температуру по всему объему, из условия сохранения энергии излучающей частицы находим, что ее температура должна изменяться во времени в соответствии с зависимостью

$$T_{\text{ч}} = \frac{T_{\text{max}}}{\left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_{\text{ч}}}\right)^{1/3}}, \quad (16)$$

где T_{max} — максимальная начальная температура частицы; τ_1 — время остывания частицы, т. е. время пребывания частицы в потоке с момента прохождения ею фронта пламени; $\tau_{\text{ч}}$ — характерное время остывания частицы, т. е. время, за которое температура частицы уменьшится в $\sqrt[3]{2}$ раз.

Время $\tau_{\text{ч}}$ можно оценить зависимостью

$$\tau_{\text{ч}} \sim \frac{r_{\text{ч}} c_{\text{ч}} \gamma_{\text{ч}}}{9a \sigma T_{\text{max}}^3}, \quad (17)$$

где $r_{\text{ч}}$, $c_{\text{ч}}$, $\gamma_{\text{ч}}$ — радиус, теплоемкость и удельный вес частицы.

В соответствии с (1), (15), (16) условие достижения критической температуры поверхности в некотором фиксированном сечении с координатой x имеет вид:

$$\sqrt{\pi} \sqrt{c_{\text{т}} \gamma_{\text{т}} \lambda_{\text{т}}} (\theta_{\text{с}} - \theta_{\text{н}}) = \int_0^t \frac{a \sigma T_{\text{max}}^4}{(1 + \tau_1 / \tau_{\text{ч}})^{4/3}} \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}. \quad (18)$$

Для удобства начало отсчета времени τ выбрано совпадающим с моментом начала нагрева поверхности в фиксированном сечении канала.

Свяжем время остывания τ_1 частицы, находящейся в зоне фиксиро-

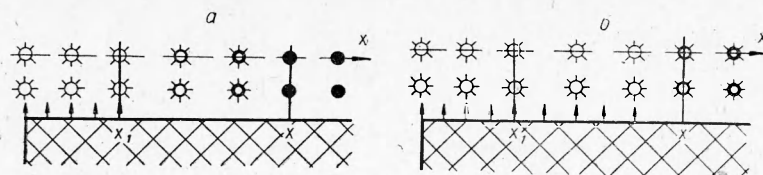


Рис. 3. Картина нагрева данного сечения в момент $\tau=0$ (а) и в текущий момент (б).

ванного сечения канала, с текущим временем τ . Пусть начало нагрева данного сечения соответствует моменту $\tau=0$, когда фронт пламени находится в сечении $x=x_1$ (рис. 3), а скорость фронта пламени w и скорость частиц в потоке v постоянны в рассматриваемом промежутке $0 \leq \tau \leq t$.

Это предположение является довольно грубым, но оно не оказывает решающего влияния на конечный результат, поскольку величина интеграла в правой части (18) «набирается» в основном при значениях τ , близких к t , т. е. в течение весьма короткого отрезка времени, за который значения w и v изменяются мало.

Частицы, находящиеся в момент τ в сечении x , пересекли фронт пламени в некоторый момент τ_2 . Времена τ_1 и τ_2 связаны соотношениями $\tau_1 + \tau_2 = \tau$ и $v\tau_1 + w\tau_2 = x - x_1$, откуда

$$\tau_1 = \frac{x - x_1 - w\tau}{v - w}, \quad (19)$$

откуда

$$x - x_1 = w\tau. \quad (20)$$

С учетом (19) и (20) из (18) получаем соотношение, устанавливающее связь между скоростью частиц v и скоростью фронта пламени w

$$\frac{\sqrt{\pi} \sqrt{c_T \gamma_T \lambda_T (\theta_* - \theta_n)}}{a \sigma T_{\max}^4} = \int_0^{\frac{x-x_1}{w}} \frac{d\tau}{\left[1 + \frac{x - x_1 - w\tau}{(v-w)\tau_1}\right]^{4/3}} \sqrt{\frac{x - x_1}{w} - \tau} \quad (21)$$

С помощью переменной $\sqrt{\frac{x - x_1 - w\tau}{(v-w)\tau_1}} = z$ и соответствующих преобразований основная зависимость (21) примет вид:

$$w = \frac{v}{1 + \left[\frac{\sqrt{\pi} \sqrt{c_T \gamma_T \lambda_T (\theta_* - \theta_n)}}{2a \sigma T_{\max}^4 \sqrt{\tau_1} I(z)} \right]^2}, \quad (22)$$

где

$$I(z) = \int_0^{\sqrt{\frac{x - x_1}{(v-w)\tau_1}}} \frac{dz}{(1 + z^2)^{4/3}}.$$

Так как величину x_1 можно связать с величиной x соотношением

$$x_1 \approx \frac{x}{v} w,$$

то верхний предел интеграла $I(z)$ приближенно равен

$$\sqrt{\frac{x - x_1}{(v-w)\tau_1}} \approx \sqrt{\frac{x}{v\tau_1}}.$$

Приближенное соотношение (22) не позволяет явно выразить искомую скорость фронта w через скорость потока (частиц) v в силу структуры интеграла $I(z)$, однако на базе этого соотношения может быть произведен качественный анализ и выполнены оценки. Так, легко видеть, что по мере роста координаты фронта пламени x (точнее разности координат $x - x_1$) даже при постоянном значении скорости v ско-

рость фронта ω возрастает. Оценочное значение легко найти из (22), имея в виду, что $I(z) \sim 1$ при достаточно больших значениях z .

Идея изложенного в последнем разделе подхода к решению задачи была предложена Л. В. Марченко.

*Поступила в редакцию
15/V 1968*

ЛИТЕРАТУРА

1. S. De Soto, H. A. Friedman. AIAA J., 1965, 3, 3.
 2. K. H. Parker, W. I. Most, M. Summerfield. Astronautical acta, 1966, 12, 4.
 3. R. F McAlevy, R. S. Magee a. o. AIAA J., 1967, 5, 2.
-