

УДК 539.3:624.131

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРА И ПРОНИКАНИЯ КОНИЧЕСКОГО УДАРНИКА В МЕРЗЛЫЙ ПЕСЧАНЫЙ ГРУНТ

А. М. Брагов, Вл. В. Баландин, В. Л. Котов,  
Вл. Вл. Баландин, Е. Ю. Линник

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,  
603950 Нижний Новгород, Россия  
E-mails: bragov@mech.unn.ru, balandin@mech.unn.ru, vkotov@inbox.ru,  
rustydog2007@yandex.ru, ElenkaLinnik@gmail.com

На основе методики обращенного эксперимента с использованием техники мерных стержней проведены исследования процессов удара и проникания стального конического ударника в мерзлый песчаный грунт. Представлены зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению в грунт конусов с диаметром основания 10,0, 12,0 и 19,8 мм от скорости удара в диапазоне значений  $100 \div 400$  м/с. В результате численного решения задачи в осесимметричной постановке с использованием пакета программ “Динамика-2” показано влияние волн, отраженных от стенок контейнера, на контактную силу. Проведен сравнительный анализ сил сопротивления внедрению ударника в уплотненный сухой, водонасыщенный и мерзлый песчаные грунты.

Ключевые слова: удар, проникание, мерзлый песчаный грунт, конус, сила сопротивления внедрению, обращенный эксперимент, численный расчет.

DOI: 10.15372/PMTF20180312

**Введение.** Исследование закономерностей контактного взаимодействия жестких и деформируемых ударников с мерзлыми грунтами имеет большое научное и прикладное значение. В ходе динамических экспериментов [1–3] установлена зависимость силовых и кинематических параметров нестационарных процессов удара и проникания от температуры и характеристик грунта (влажности, пористости, фракционного и компонентного состава и др.) в исходном немерзлом состоянии. Проводятся лабораторные экспериментальные исследования деформирования мерзлого грунта и льда при варьировании параметров состояния грунта и температуры. На основе методики Кольского с использованием разрезного стержня Гопкинсона экспериментально установлена зависимость диаграммы деформирования льда от скорости деформаций в диапазоне  $60 \div 1400$  с<sup>-1</sup> при температурах от  $-10$  до  $-30$  °С [4]. Известны результаты прямых динамических экспериментов, в которых цилиндрические образцы льда разрушались при ударном взаимодействии с преградами [5, 6]. В обращенных экспериментах регистрировалась сила сопротивления внедрению конических ударников в образцы льда [7]. Разработаны критерии пластичности и разрушения

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 16-08-00825, 16-01-00524).

© Брагов А. М., Баландин Вл. В., Котов В. Л., Баландин Вл. Вл., Линник Е. Ю., 2018

льда, учитывающие различное поведение среды при растяжении и сжатии, скорость деформации и давление [8, 9].

Поведение мерзлого грунта при давлениях, не превышающих 20 МПа, и скоростях деформаций до  $10^{-2} \text{ с}^{-1}$  достаточно подробно изучено в экспериментах на одноосное и трехосное сжатие [10–13]. Более высокие скорости деформаций порядка  $10^2 \div 10^3 \text{ с}^{-1}$  реализованы в экспериментах с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона [14, 15], в которых получены диаграммы деформирования мерзлого песка при температуре до  $-28 \text{ }^\circ\text{C}$ . Данные экспериментов используются при построении математических моделей упругопластического поведения грунта с различными аппроксимациями поверхностей текучести и разрушения [11–15]. Более сложные модели явно учитывают зависимость модуля упругости от температуры [16] или поровое давление не полностью замерзшей воды [3, 17]. Упругие свойства мерзлого песка, характеризующиеся скоростями распространения волн сжатия и сдвига, определялись в работах [18–20]. Установлено, что в водонасыщенном мерзлом грунте при температуре менее  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$  скорость продольной волны составляет  $3 \div 4 \text{ км/с}$ .

Ранее был представлен экспериментальный комплекс для определения основных параметров процесса удара и проникания твердых деформируемых тел в мягкие грунтовые среды на основе методики обращенного эксперимента с использованием мерного стержня [21, 22]. Определены силы сопротивления внедрению в уплотненный сухой песчаный грунт ударников с плоским торцом [23] и полусферическими оголовками [24]. Отмечены особенности определения максимума силы сопротивления и значений силы на квазистационарной стадии внедрения ударника с плоским торцом в водонасыщенный грунт [25–29], связанные с дисперсией при распространении коротких импульсов силы в мерном стержне. Определены максимальные значения силы сопротивления внедрению полусферического ударника в сухой, водосодержащий и водонасыщенный песчаные грунты [30].

Однако результаты ударных экспериментов с мерзлым грунтом, которые, в частности, могут быть использованы для численной верификации математических моделей, в литературе представлены недостаточно. В данной работе приводятся новые результаты обращенных экспериментов, в ходе которых определены зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению конического ударника в мерзлый песчаный грунт от скорости удара. Для учета влияния геометрических размеров контейнеров на интегральные нагрузки на начальной нестационарной стадии внедрения применяются также численные методы исследования проникания в мерзлый грунт [31, 32] конических ударников различного диаметра. Проведено сравнение коэффициентов сопротивления внедрению ударника в уплотненный сухой, водонасыщенный и мерзлый песчаные грунты в диапазоне скоростей удара  $100 \div 400 \text{ м/с}$ .

**1. Условия проведения обращенных экспериментов.** В обращенном эксперименте для определения сил сопротивления, действующих на оголовки при внедрении в мерзлый песок, применялась методика мерного стержня, изложенная в работах [21, 24]. Использовался мерный стержень, изготовленный из стали марки 03Н18К9М5Т (плотность  $\rho = 8050 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга  $E = 186 \text{ ГПа}$ , предел текучести  $\sigma_T = 2 \text{ ГПа}$ ). Диаметр стержня равен 20,5 мм, длина — 1,5 м. На одном торце стержня имеется резьбовое гнездо (М10) для ввинчивания оголовков требуемой формы. В экспериментах использовались конические оголовки с углом раствора конуса  $2\alpha = 60^\circ$  и диаметром основания  $d = 19,8; 10,0 \text{ мм}$ , изготовленные из стали марки 03Н18К9М5Т (рис. 1).

Для оценки влияния наличия резьбового соединения и стыков между оголовком и стержнем на результаты экспериментов использовался мерный стержень диаметром 12 мм из стали марки 30ХГСА с пределом текучести  $\sigma_T = 700 \text{ МПа}$ . Один из концов стержня был заточен на конус с углом раствора  $2\alpha = 60^\circ$ .

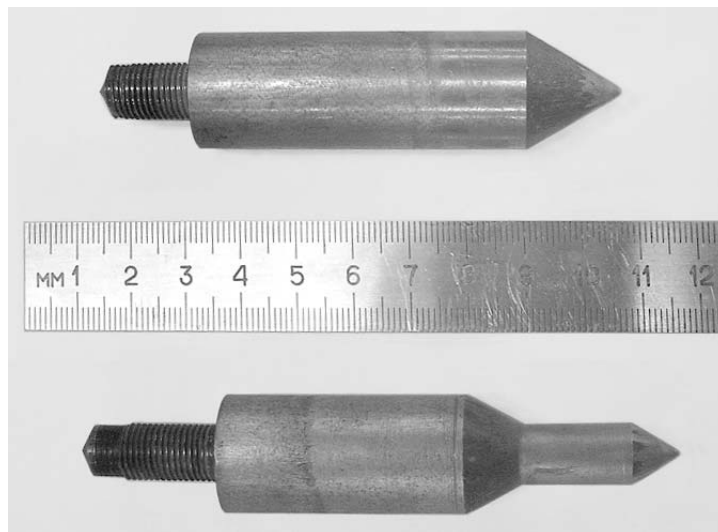


Рис. 1. Оголовки мерных стержней, применяемые в обращенных экспериментах

Эксперименты проводились с песчаной смесью естественного состава, из которой были удалены частицы диаметром более 1 мм и менее 0,1 мм. Металлические контейнеры заполнялись сухим песком, который затем уплотнялся до средней плотности, приблизительно равной  $1750 \text{ кг/м}^3$ . Для определения массы и плотности сухого песка контейнеры взвешивались, а затем заполнялись определенным количеством воды до достижения полного насыщения песка. Дальнейшее добавление воды вызывало образование на поверхности песка слоя воды, который затем удалялся. Контейнеры повторно взвешивались для определения плотности и влажности водонасыщенного песка. Средняя плотность водонасыщенной смеси составляла  $2090 \text{ кг/м}^3$ . Так как песок в основном состоит из частиц кварца, плотность которого равна  $2650 \text{ кг/м}^3$ , то пористость песка составляла 0,34. При полном заполнении пустот водой плотность влажного песка возрастала на  $340 \text{ кг/м}^3$ , при этом плотность водонасыщенного песка составляла  $2090 \text{ кг/м}^3$ . Влажность водонасыщенного песка составляла 18–19 %. Затем контейнер с водонасыщенным грунтом замораживался в морозильной камере при температуре  $-18 \text{ }^\circ\text{C}$  в течение не менее 48 ч.

При замораживании часть воды вытеснялась из песка, так как плотность льда меньше плотности воды. На поверхности контейнера образовывался слой льда, который перед экспериментом удалялся. После этого контейнер взвешивался для определения плотности замороженного песка. Средняя плотность мерзлого песка составляла  $2050 \text{ кг/м}^3$ .

Контейнеры изготавливались из сплава Д16Т и представляли собой тонкостенный цилиндрический стакан высотой 70 мм с толщиной стенки 1,4 мм, внешним диаметром 56,8 мм и толщиной дна 2 мм.

**2. Математическая постановка задачи удара и проникания.** При изучении процессов, происходящих при соударении твердых тел с грунтом, и выборе условий проведения обращенных экспериментов использовались численные методы исследования влияния геометрических размеров контейнеров на интегральные нагрузки на начальной нестационарной стадии внедрения в мерзлый грунт. В расчетах применялась математическая модель динамики грунта Григоряна [33] в виде системы дифференциальных уравнений, содержащей законы сохранения массы, импульса и максимальной плотности, достигнутой в процессе активного нагружения грунта, а также уравнения теории пластического течения с условием пластичности Мизеса — Шлейхера  $s_{ij}s_{ij} = 2\sigma_T^2/3$ , где  $s_{ij}$  — компоненты девиатора тензора напряжений Коши; по повторяющимся индексам проводится суммирование.

Система дифференциальных уравнений замыкается конечными соотношениями, определяющими давление  $p$  и условие пластичности грунтовой среды:

$$p = f_1(\rho, \rho_*)H(\rho_* - \rho)H(\rho_0 - \rho), \quad \sigma_T = f_2(p). \quad (1)$$

Здесь  $H$  — функция Хевисайда;  $\rho_0$  — начальная плотность;  $\rho, \rho_*$  — текущая и максимальная плотности, достигнутые в процессе нагружения.

Система уравнений динамического деформирования грунта дополняется начальными и краевыми условиями. Для головной части конического ударника, контактирующей с грунтом, используется алгоритм, в котором выполняются условия “непроницаемости” ударника в направлении нормали и скольжения частиц по касательной с сухим трением в соответствии с моделью трения Кулона с постоянным коэффициентом трения  $k_f$ . На свободных поверхностях грунта и ударника нормальные и касательные напряжения задаются равными нулю. Внешние границы расчетной области грунта соответствуют геометрии контейнера, используемого в обращенном эксперименте. Деформирование контейнера не учитывается, влияние его стенок моделируется двумя вариантами краевых условий: условием “непроницаемости” ударника в направлении нормали и скольжения частиц по касательной и условием “свободной поверхности”, соответствующим отсутствию стенок. В начальный момент времени напряжения и скорость частиц грунта равны нулю. Ударник считается жестким, движущимся с постоянной скоростью, равной скорости удара.

Конкретизируем вид функций  $f_1$  и  $f_2$  в модели грунта Григоряна (1). Сопротивление среды сдвигу определяется дробно-рациональной зависимостью предела текучести от давления

$$f_2(p) \equiv \sigma_0 + kp/(1 + kp/(\sigma_{\max} - \sigma_0)), \quad (2)$$

где  $\sigma_0, \sigma_{\max}$  — сцепление и предельное значение предела текучести; коэффициент  $k$  характеризует внутреннее трение грунта.

Для давления принимается зависимость

$$f_1(\theta) \equiv \begin{cases} K\theta, & dp/dt > 0, \quad -\theta_e < \theta < \theta_e, \\ K\theta_e + \rho_0 a^2 \theta / (1 - b\theta)^2, & dp/dt > 0, \quad \theta \geq \theta_e, \\ p_* + K(\rho - \rho_*)/\rho_0, & dp/dt \leq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\theta = 1 - \rho_0/\rho$  — объемная деформация;  $K, a, b$  — постоянные коэффициенты (методика определения коэффициентов  $a$  и  $b$  при известной ударной адиабате приведена в [23, 34]). Последнее уравнение в (3) описывает разгрузку среды из состояния, характеризуемого значениями давления и плотности  $p_*$  и  $\rho_*$ .

Используемая математическая модель грунта Григоряна описывает разрушение структуры мерзлого грунта при сжатии и увеличение сопротивления сдвигу с ростом давления.

Модель грунта (2), (3) имела следующие параметры:  $\rho_0 = 2100$  кг/м<sup>3</sup>,  $p_e = K\theta_e = 6$  МПа,  $K = 21\,000$  МПа,  $G = 7875$  МПа (при значении коэффициента Пуассона  $\nu = 1/3$  [5]),  $a = 1400$  м/с,  $b = 4$ ,  $\sigma_0 = 15$  МПа,  $k = 0,5$ ,  $\sigma_{\max} = 50$  МПа,  $k_f = 0,2$ . Выбор указанных значений параметров обусловлен тем, что при значениях напряжений  $\sigma \lesssim 18$  МПа, в среднем соответствующих пределу прочности мерзлого грунта при сжатии [15, 35], поведение грунта подобно поведению линейно-упругой среды. При давлениях порядка 200 МПа и температуре  $T \approx -20$  °С происходит фазовый переход лед — вода [3], в результате чего поведение мерзлого грунта становится близким к поведению водонасыщенного грунта, параметры уравнения состояния которого определены ранее [25]. Скорость продольной волны, определяемая углом наклона диаграммы деформирования (3) на начальном участке, равна  $c = \sqrt{(K + 4G/3)/\rho_0} = 3,8$  км/с, скорость сдвиговой волны равна  $\sqrt{G/\rho_0} = 1,9$  км/с

[1, 18–20]. При превышении предела прочности на сжатие скорость продольной волны уменьшается до значения, равного 1,5 км/с, что соответствует разрушению скелета мерзлого грунта.

**3. Результаты численных расчетов.** Численные расчеты проводились с использованием методики [36], основанной на модифицированной схеме Годунова и реализованной в пакете прикладных программ “Динамика-2” [37]. Проведенные ранее расчеты процессов удара и проникания осесимметричных ударников в сухой песчаный грунт [35, 38] показали, что результаты численных расчетов и экспериментальные данные хорошо согласуются. Ранее также проводилось моделирование волновых процессов в водонасыщенном [25, 30] и мерзлом [31, 32] грунтах.

Ниже приводятся результаты расчетов процесса проникания конических ударников с углом раствора конуса  $2\alpha = 60^\circ$  и диаметрами основания  $d = 10, 12, 20$  мм при скоростях внедрения  $V_0 = 150, 300$  м/с. Грунт занимал цилиндрическую область диаметром 54 мм и высотой 65 мм. Анализируются два варианта краевых условий, моделирующие абсолютно жесткий и абсолютно податливый контейнеры.

Прямоугольное сечение цилиндрической области грунта разбивается разностной сеткой на квадратные ячейки с размером стороны, равным  $d/n$  ( $n$  — число ячеек). Для анализа сходимости используемого модифицированного метода Годунова [33] проводилась серия численных расчетов на сгущающихся сетках. Изменение максимального значения силы в зависимости от размера ячейки  $d/n$  оказалось близким к линейному с точностью не менее 0,95, отличие значений сил при  $n = 200$  от значения, прогнозируемого при  $n = \infty$ , составило 10–15 % [31].

На рис. 2 приведены зависимости безразмерной силы сопротивления внедрению конического ударника в мерзлый грунт от безразмерного времени, полученные при численном решении осесимметричной задачи с использованием краевых условий, моделирующих действие жесткого контейнера и его отсутствие. Значения силы сопротивления и времени отнесены соответственно к величинам  $F^* = \rho_0 S_0 V_0^2 / 2$  и  $t^* = (\sqrt{3}/2)d/V_0$  ( $S_0 = \pi d^2/4$  — площадь основания конуса).

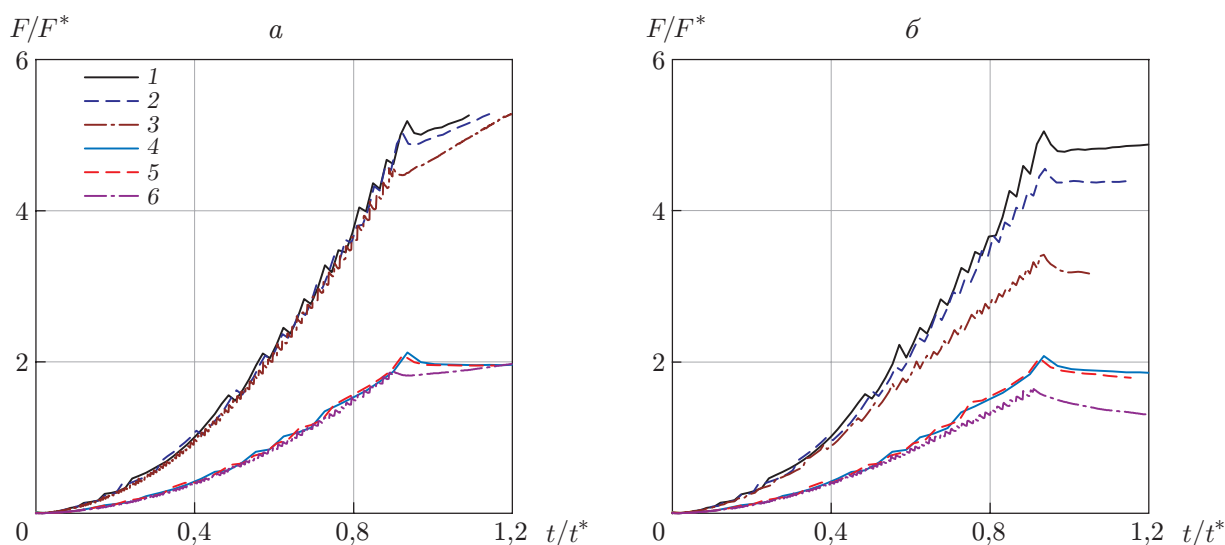


Рис. 2. Зависимости силы сопротивления внедрению от времени, полученные в расчетах в предположении абсолютной жесткости (а) и абсолютной податливости (б) контейнера:

1–3 —  $V_0 = 150$  м/с, 4–6 —  $V_0 = 300$  м/с; 1, 4 —  $d = 10$  мм, 2, 5 —  $d = 12$  мм, 3, 6 —  $d = 20$  мм

Максимальное значение  $F/F^*$  достигается при  $t/t^* \approx 0,95$ , что может быть обусловлено быстрым увеличением площади смоченной поверхности вследствие образования брызговой струи и подъемом свободной поверхности грунта навстречу ударнику при ударе. Значение силы сопротивления в этот момент времени является максимальным значением силы сопротивления внедрению. При  $t > t^*$  увеличения площади контактной поверхности не происходит, и наблюдаемые изменения силы сопротивления внедрению вызваны влиянием краевых условий (отражением от границ области (стенок контейнера) волн сжатия-разрежения).

Из рис. 2,б видно, что при скорости внедрения  $V_0 = 150$  м/с различие максимальных значений силы сопротивления внедрению ударника с диаметром основания  $d = 12$  мм при учете краевых условий и без их учета не превышает 10 % и при увеличении скорости уменьшается. Сила сопротивления внедрению ударника с диаметром основания  $d = 10$  мм до момента времени  $t < t^*$  практически не зависит от типа краевых условий. Существенное влияние краевые условия оказывают на силу сопротивления внедрению ударника с диаметром основания  $d = 20$  мм: при увеличении скорости внедрения со 150 до 300 м/с различие максимальных значений уменьшается с 60 до 15 %. Ранее было обнаружено уменьшение влияния границ на определяемые в обращенных экспериментах максимальное и квазистационарное значения силы сопротивления внедрению полусферического ударника в сухой песчаный грунт [24].

Рассматривались также задачи о проникании ударников в грунт при скорости внедрения  $V_0 = 300$  м/с в интервале времени  $0 < t < 1,5t^*$ , эквивалентные задачам о проникании ударников в полупространство [39]. Установлено, что после достижения максимального значения силы сопротивления внедрению оно практически не меняется. Это значение практически совпадает со значением, полученным в расчетах с использованием краевого условия, моделирующего абсолютно жесткий контейнер [39].

**4. Результаты обращенных экспериментов.** На рис. 3 приведены полученные в обращенных экспериментах импульсы силы сопротивления, действующие на конусы с диаметром основания  $d = 10, 12, 20$  мм, при скоростях удара  $V_0 = 356, 354, 339$  м/с соответственно. Максимум достигается при полном погружении конуса в грунт. До мо-

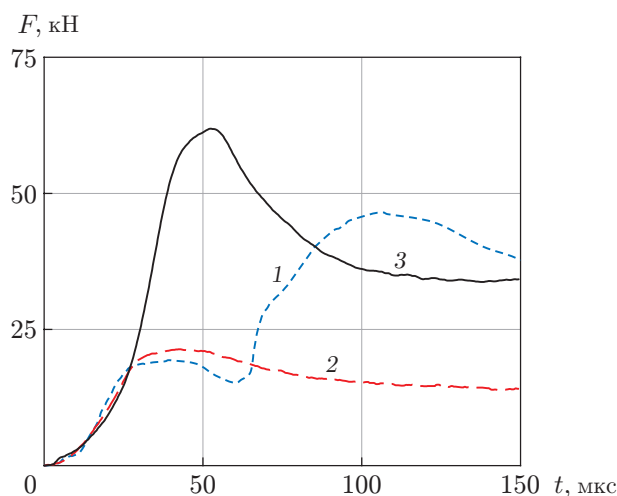


Рис. 3. Зависимости силы сопротивления внедрению в мерзлый грунт конусов с различным диаметром основания от времени, полученные в обращенных экспериментах при различных скоростях удара:

1 —  $d = 10$  мм,  $V_0 = 356$  м/с, 2 —  $d = 12$  мм,  $V_0 = 354$  м/с, 3 —  $d = 20$  мм,  $V_0 = 339$  м/с

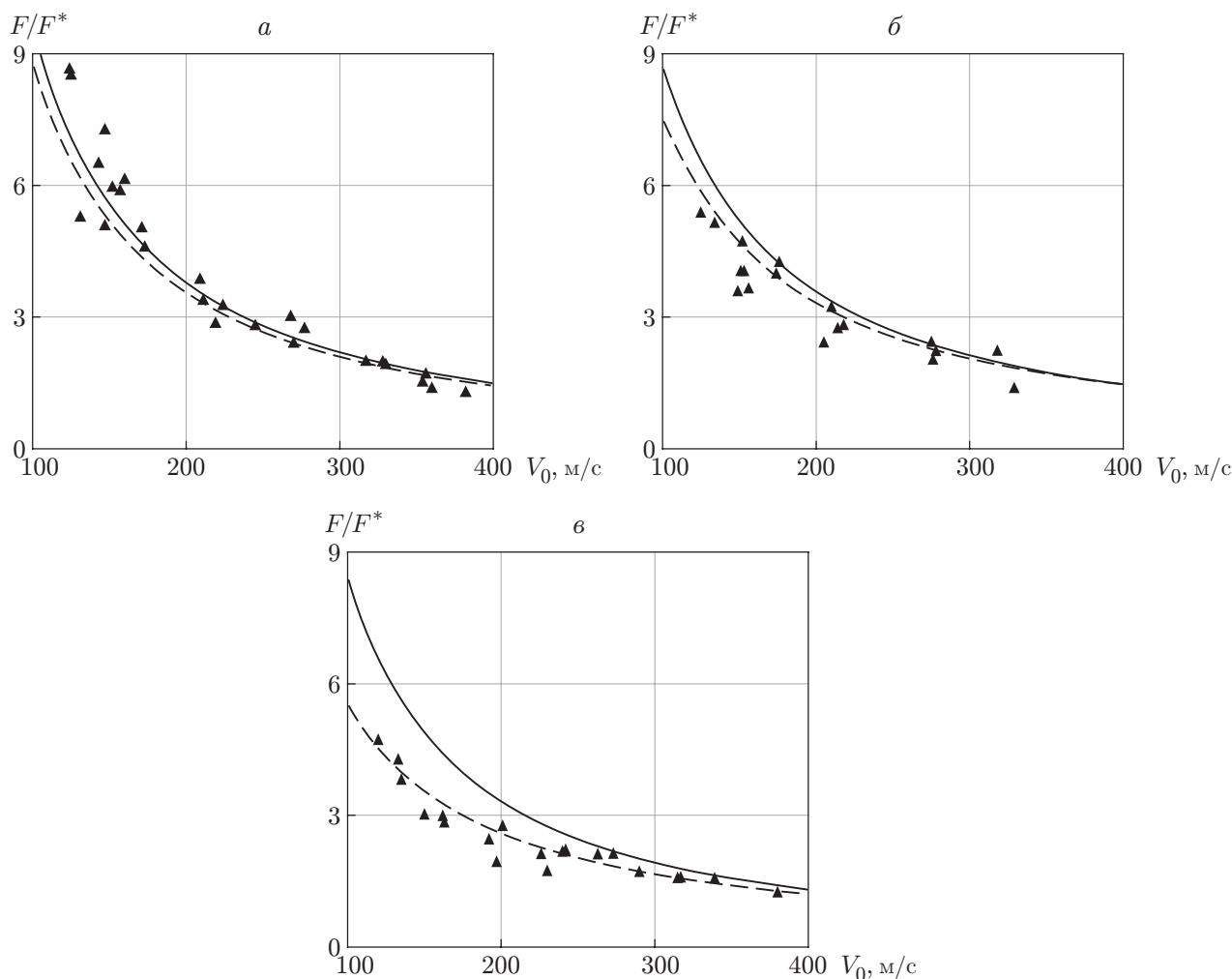


Рис. 4. Зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению в мерзлый грунт конусов с различным диаметром основания от скорости удара, полученные в обращенных экспериментах (точки) и численных расчетах (линии): *a* —  $d = 10$  мм, *б* —  $d = 12$  мм, *в* —  $d = 20$  мм; сплошные линии — расчет с краевыми условиями, моделирующими абсолютно жесткий контейнер, штриховые — расчет с краевыми условиями, моделирующими абсолютно податливый контейнер

мента достижения максимального значения выделяется интервал времени, который характеризуется увеличением силы сопротивления по закону, близкому к параболическому, и практически один и тот же для всех применяемых ударников. При анализе зависимостей силы сопротивления от времени не выявлено влияния наличия стыков между оголовком и стержнем на форму импульсов.

На рис. 4 показаны зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению конусов с диаметром основания  $d = 10, 12, 20$  мм от скорости удара, полученные в обращенных экспериментах и в результате численного решения задач с краевыми условиями, моделирующими абсолютно жесткий и податливый контейнеры. Видно, что экспериментальные данные и результаты расчетов, которые проводились в предположении абсолютной податливости контейнера, хорошо согласуются при всех рассмотренных диаметрах конических ударников. Следует отметить также, что при скоростях удара  $V_0 > 150$  м/с максимальные значения сил сопротивления внедрению конических ударников с диамет-

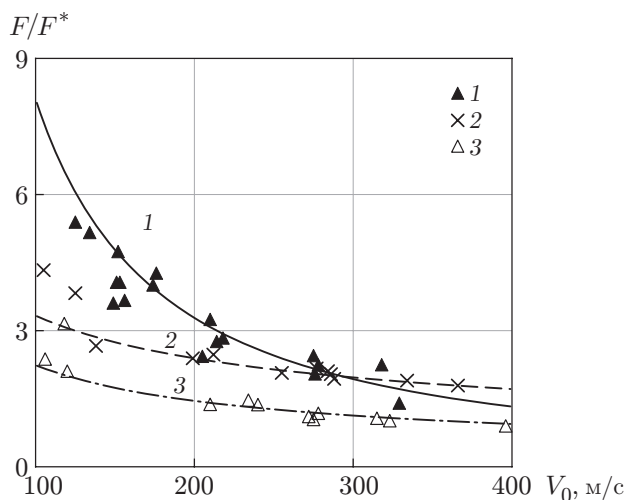


Рис. 5. Зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению в мерзлый (1), сухой (2) и водонасыщенный (3) грунты от скорости удара: точки — данные обращенных экспериментов, линии — результаты численных расчетов

ром основания 10 и 12 мм практически одинаковы (с учетом разброса экспериментальных данных).

На рис. 5 представлены безразмерные зависимости максимальных значений силы сопротивления внедрению конуса в мерзлый, уплотненный сухой [38] и водонасыщенный грунты от скорости удара.

**Заключение.** При исследовании задач о проникании конических ударников в мерзлый и водонасыщенный грунты установлено, что экспериментальные и расчетные данные достаточно хорошо согласуются при использовании модели Григоряна с учетом зависимости параметров модели от давления. Существенного влияния наличия резьбового соединения и стыков между оголовком и стержнем на результаты экспериментов не выявлено. При малых скоростях удара сопротивление мерзлого грунта прониканию ударника значительно превышает сопротивление сухого и тем более водонасыщенного грунтов. Согласно результатам экспериментов при скоростях удара более 300 м/с силы сопротивления мерзлого и водонасыщенного грунтов практически одинаковы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бухарев Ю. Н., Гандурин В. П., Кораблев А. Е. и др. Экспериментальное исследование проникания недеформируемого ударника в глинистую среду и снег // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1991. Вып. 48. С. 99–106.
2. Young C. W. Penetration equations: Contractor Rep. / Sandia Nat. Lab. SAND 97-2426. Albuquerque, 1997.
3. Lee M. Y., Fossum A., Costin L. S., Bronowski D. Frozen soil material testing and constitutive modeling: Rep. / Sandia Nat. Lab. SAND 2002-0524. Albuquerque, 2002.
4. Shazly M., Prakash V., Lerch B. A. High strain-rate behavior of ice under uniaxial compression // Intern. J. Solids Structures. 2009. V. 46. P. 1499–1515.
5. Carney K. S., Benson D. J., DuBois P., Lee R. A phenomenological high strain rate model with failure for ice // Intern. J. Solids Structures. 2006. V. 43. P. 7820–7839.



6. **Combescure A., Chuzel-Marmot Y., Fabis J.** Experimental study of high-velocity impact and fracture of ice // *Intern. J. Solids Structures*. 2011. V. 48. P. 2779–2790.
7. **Баландин В. В., Брагов А. М., Глазова Е. Г. и др.** Численно-экспериментальное исследование процессов ударного нагружения льда // *Полярная механика*. 2016. № 3. С. 294–305.
8. **Sain T., Narasimhan R.** Constitutive modeling of ice in the high strain rate regime // *Intern. J. Solids Structures*. 2011. V. 48. P. 817–827.
9. **Pernas-Sanchez J., Pedroche D. A., Varas D., et al.** Numerical modeling of ice behavior under high velocity impacts // *Intern. J. Solids Structures*. 2012. V. 49. P. 1919–1927.
10. **Zhang S., Lai Y., Sun Z., Gao Z.** Volumetric strain and strength behavior of frozen soils under confinement // *Cold Regions Sci. Technol.* 2007. V. 47. P. 263–270.
11. **Lai Y., Jin L., Chang X.** Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil // *Intern. J. Plasticity*. 2009. V. 25. P. 1177–1205.
12. **Yang Y., Lai Y., Li J.** Laboratory investigation on the strength characteristic of frozen sand considering effect of confining pressure // *Cold Regions Sci. Technol.* 2010. V. 60. P. 245–250.
13. **Du H., Ma W., Zhang S., et al.** Strength properties of ice-rich frozen silty sands under uniaxial compression for a wide range of strain rates and moisture contents // *Cold Regions Sci. Technol.* 2016. V. 123. P. 107–113.
14. **Квин-Юонг Ма.** Экспериментальный анализ динамических механических свойств искусственно замороженной почвы с помощью методики разрезного стержня Гопкинсона // *ПМТФ*. 2010. Т. 51, № 3. С. 178–183.
15. **Xie Q., Zhu Z., Kang G.** Dynamic stress-strain behavior of frozen soil: Experiments and modeling // *Cold Regions Sci. Technol.* 2014. V. 106/107. P. 153–160.
16. **Zhu Z., Kang G., Ma Y., et al.** Temperature damage and constitutive model of frozen soil under dynamic loading // *Mech. Materials*. 2016. V. 102. P. 108–116.
17. **Yang R., Lemarchand E., Fen-Chong T., Azouni A.** A micromechanics model for partial freezing in porous media // *Intern. J. Solids Structures*. 2015. V. 75/76. P. 109–121.
18. **Christ M., Park J.** Ultrasonic technique as tool for determining physical and mechanical properties of frozen soils // *Cold Regions Sci. Technol.* 2009. V. 58. P. 136–142.
19. **Park J.-H., Lee J.-S.** Characteristics of elastic waves in sand — silt mixtures due to freezing // *Cold Regions Sci. Technol.* 2014. V. 9. P. 1–11.
20. **Ling X. Z., Zhang F., Li Q. L., et al.** Dynamic shear modulus and damping ratio of frozen compacted sand subjected to freeze — thaw cycle under multi-stage cyclic loading // *Soil Dynamics Earthquake Engng.* 2015. V. 76. P. 111–121.
21. **Баландин В. В., Брагов А. М.** Экспериментальная методика измерения сил сопротивления при взаимодействии ударника с грунтовой средой // *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1991. С. 101–104.*
22. **Брагов А. М., Баландин В. В., Ломунов А. К., Филиппов А. Р.** Методика определения ударной адиабаты мягких грунтов по результатам обращенных экспериментов // *Письма в ЖТФ*. 2006. Т. 32, вып. 11. С. 52–55.
23. **Баландин В. В., Брагов А. М., Игумнов Л. А. и др.** Динамическое деформирование мягких грунтовых сред: экспериментальные исследования и математическое моделирование // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2015. № 3. С. 69–77.
24. **Брагов А. М., Баландин В. В., Баландин В. В., Котов В. Л.** Экспериментальное изучение динамики проникания твердого тела в грунтовую среду // *Письма в ЖТФ*. 2016. Т. 86, вып. 6. С. 62–70.

25. Котов В. Л., Брагов А. М., Баландин Вл. В., Баландин Вл. Вл. Исследование динамического сопротивления сдвигу водонасыщенного песка по результатам обращенных экспериментов // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43, вып. 17. С. 64–70.
26. Баландин В. В., Котов В. Л. Исследование распространения импульса напряжений в упругом цилиндрическом стержне // Пробл. прочности и пластичности. 2016. Т. 78, № 4. С. 388–395.
27. Котов В. Л., Баландин Вл. В., Баландин Вл. Вл. Исследование применимости методики обращенного эксперимента к определению динамических характеристик водонасыщенных грунтов // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2016. № 3. С. 97–107.
28. Лагунов В. А., Степанов В. А. Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
29. Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л. Экспериментально-теоретическое исследование процессов проникания жестких ударников и идентификация свойств грунтовых сред // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 6. С. 115–125.
30. Баландин В. В., Баландин Вл. Вл., Брагов А. М. и др. Экспериментально-теоретическое изучение процессов проникания сферических тел во влажный песок // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 6. С. 46–50.
31. Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Крылов С. В. Численное моделирование взрывных процессов в мерзлом грунте // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2006. № 6. С. 128–136.
32. Глазова Е. Г., Зефилов С. В., Кочетков А. В., Крылов С. В. Численное моделирование процессов нормального удара и проникания осесимметричного тела в мерзлый грунт // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2015. № 5. С. 48–56.
33. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов // Прикл. математика и механика. 1960. Т. 24, № 6. С. 1057–1072.
34. Котов В. Л., Баландин В. В., Брагов А. М. и др. Применение модели локального взаимодействия для определения силы сопротивления внедрению ударников в песчаный грунт // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 4. С. 114–125.
35. Цытович Н. А. Механика мерзлых грунтов: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1973.
36. Баженов В. Г., Котов В. Л. Модификация численной схемы Годунова для решения задач импульсного нагружения мягких грунтов // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 139–149.
37. Баженов В. Г., Зефилов С. В., Кочетков А. В. и др. Пакет программ “Динамика-2” для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами // Мат. моделирование. 2000. Т. 12, № 6. С. 67–72.
38. Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л., Кочетков А. В. Исследование удара и проникания тел вращения в мягкий грунт // Прикл. математика и механика. 2003. № 6. С. 686–697.
39. Котов В. Л., Баландин Вл. В., Баландин Вл. Вл. и др. Применение методики обращенного эксперимента к исследованию сопротивления внедрению конического ударника в замороженный песок // Пробл. прочности и пластичности. 2017. Т. 79, № 2. С. 182–193.

*Поступила в редакцию 31/V 2017 г.*