

4. R. A. Meinzer. AIAAJ., 1972, **10**, 4.
5. S. Vatsiv, E. Greenfield a. o. Appl. Phys. Letters, 1971, **19**, 3.
6. G. Lee, F. E. Gowen. Appl. Phys. Letters, 1971, **18**, 6.
7. G. Lee, F. E. Gowen, J. R. Hagen. AIAAJ., 1972, **10**, 1.
8. W. H. Christiansen. AIAA Paper, 1971, **71**, 572.
9. А. П. Дронов, А. С. Дьяков и др. Письма в ЖЭТФ, 1970, **11**, 516.
10. А. С. Бирюков, А. П. Дронов и др. В сб. «Горение и взрыв». М., «Наука», 1972.
11. А. Н. Демин, Е. М. Кудрявцев и др. Квантовая электроника, 1972, **3** (9).
12. D. M. Kuehn. Appl. Phys. Letters, 1972, **21**, 3.
13. Н. Г. Басов, В. Г. Михайлов и др. ЖЭТФ, 1968, **38**, 12.
14. J. D. Anderson. Phys. Fluids, 1970, **13**, 8.
15. Н. А. Генералов, Г. И. Козлов, И. К. Селезнева. ПМТФ, 1971, 5.
16. S. A. Mupjee. Phys. Fluids, 1972, **15**, 3.
17. R. L. Taylor, S. Bitterman. Rev Modern. Phys., 1969, **41**, 1.
18. C. W. von Rosenberg, K. N. C. Gray, N. H. Pratt. J. Chem. Phys., 1972, **56**, 7.
19. А. С. Бирюков, В. К. Конюхов и др. ФИАН СССР, препринт № 9, 1973.
20. С. С. Пеннер. Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов. М., ИЛ, 1963.
21. R. Elly, T. K. McCubbin. Appl. Optics, 1970, **9**, 5.
22. E. T. Gerry, D. A. Leonard. Appl. Phys. Letters, 1966, **8**, 227.
23. R. R. Patty, E. R. Mooring, J. A. Gordner. Appl. Optics, 1968, **7**, 11.
24. C. Young, R. W. Bell, R. E. Charpentier. Appl. Phys. Letters, 1972, **20**, 8.
25. T. K. McCubbin, R. R. Mooney. JQSRT, 1968, **8**, 1255.
26. D. L. Hargus. Astrophys. J., 1948, **108**, 112.
27. Методы исследования плазмы. Под ред. Лохте-Хольтгревена. М., «Мир», 1971.

УДК 536.46

## О КУСОЧНО-ОДНОМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ СВЕРХЗВУКОВОГО ГОРЕНИЯ И ПСЕВДОСКАЧКА В КАНАЛЕ

E. С. Щетников

(Москва)

Как известно из газовой динамики, при одномерном подводе тепла к сверхзвуковому потоку в цилиндрическом канале скорость потока монотонно уменьшается, а давление возрастает по длине канала. Пребельное количество тепла определяется явлением «теплового запирания», т. е. достижением звуковой скорости в конце канала. Известно много экспериментов, в которых реализуется описанная картина теплового запирания и подтверждается допустимость одномерной трактовки сверхзвукового горения в канале [1, 2].

Наряду с этим известны эксперименты, где давление по длине канала ведет себя иначе: сначала возрастает до некоторого максимального значения, а затем начинает уменьшаться [3, 4]. Такой двойственный характер изменения давления позволяет провести аналогию с одномерным уравнением детонационной адиабаты, которое, как известно, допускает тоже два решения: «недосжатые», или слабые волны (с монотонным подъемом давления), и «пересжатые», или сильные волны (с быстрым подъемом давления в прямом скачке и последующим его уменьшением из-за подвода тепла к дозвуковому потоку).

Однако первые же попытки количественного анализа экспериментальных данных на основе указанной аналогии показывают, что вопрос требует более детального изучения. В частности, не очень ясно, почему в пересжатой волне никогда не достигаются давления, харак-

терные для прямого скачка; каким образом в экспериментах путем изменения только подвода тепла осуществляется непрерывный переход от одного вида горения к другому и при этом возникают промежуточные формы, которые принципиально не могут описываться одномерными формулами; неясна роль трения и т. д. Неочевидна сама допустимость одномерной трактовки сверхзвукового горения в канале, хотя в целом ряде работ [1—5] с помощью одномерных формул вычисляется полнота горения по измеренному статическому давлению на стенке. Выяснение перечисленных вопросов и является целью настоящей работы.

**Одномерный анализ экспериментальных данных.** Для дальнейшего более подробного рассмотрения выберем опыты В. А. Чернова и Е. Н. Киселевой [3], которые выделяются четкостью схемы установки, широким диапазоном расходов горючего и допускают количественный анализ.

На рис. 1 приведены схема и результаты опытов [3]. В свободный сверхзвуковой воздушный поток с примесью продуктов сгорания керосина ( $M_{\infty} = 2,5$ ;  $T_{\infty} = 600^{\circ}\text{K}$ ;  $p_{\infty} = 10 \text{ кгс}/\text{см}^2$ ) вводилась цилиндрическая труба с острыми передними кромками. Сверхзвуковая скорость внутреннего потока из-за трения о стенки уменьшалась по длине трубы, а давление возрастало. На расстоянии 270 мм от входа в стенках были просверлены отверстия, через которые подавался самовоспламеняющийся горючий газ с примесью частиц магния. Стехиометрический коэффициент газа  $\gamma_0 = 2,8$ , а низшая теплотворная способность  $H = 3300 \text{ ккал}/\text{кг}$ . В экспериментах изменились расход горючего  $G_t$  и распределение статического давления по длине  $p(x) = p(x)/p_{\infty}$ .

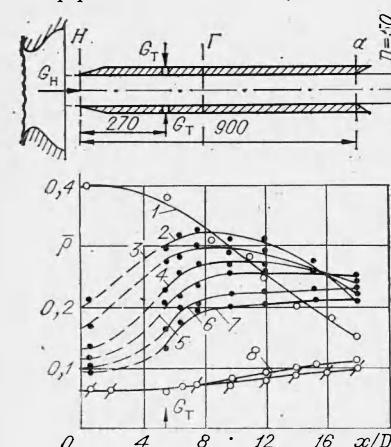


Рис. 1. Схема эксперимента и кривые статического давления при разных коэффициентах избытка воздуха  $\alpha$  [3].

1 — 11,4; 2 — 16; 3 — 19; 4 — 23; 5 — 28;  
6 — 32; 7 — 36; 8 —  $\infty$ .

ся максимумы. Однако течение на входе в трубу при этом не изменяется и «выбитая» волна отсутствует, как это подтверждается оптическими наблюдениями. Критическим режимом является  $\alpha = 16$ . При  $\alpha < 16$  сверхзвуковое течение в трубе разрушается, перед входом появляется выбитый скачок уплотнения и давление на входе резко возрастает<sup>1</sup>.

Начальные участки кривых  $\bar{p}(x)$  на рис. 1 проведены штриховой линией по той причине, что здесь давление на стенке не характеризует

Как видно из рис. 1, при малых расходах горючего (коэффициенты избытка воздуха  $\alpha = 32$  и  $36$ ) кривая  $\bar{p}(x)$  монотонно возрастает. Повышение давления впереди подающих отверстий (штриховые участки) объясняется появлением отрывных зон (см. ниже). Из формы кривых видно, что горение заканчивается на длине  $x/D = 8—9$  калибров. При  $x/D > \sim 8$  наклон линий  $\bar{p}(x)$  уменьшается и становится близким к наклону  $\bar{p}(x)$  для холодного потока ( $\alpha = \infty$ ). Это означает, что изменение течения на этом участке определяется только трением, а горение отсутствует.

При дальнейшем увеличении расхода горючего на кривых  $\bar{p}(x)$  появляются

<sup>1</sup> Скорость течения на выходе из трубы при  $\alpha < 16$  остается звуковой, однако давление  $p_a$  при этом существенно понижается из-за относительного увеличения потерь на трение при  $M < 1$  на всей длине трубы и возможной неодномерности течения.

давление в потоке. Картина течения на этом участке схематично изображена на рис. 2. Из-за ничтожно малого избытка давления в системе подачи горючего пробивная способность топливных струй практически равна нулю. Горючее должно «стелиться» по стенке трубы, реагируя с кислородом как в отрывной зоне, так и в слое смешения. Это подтверждается налетом окиси магния на стенке впереди отверстий подачи. Появляющийся из-за тепловыделения в зоне отрыва косой скачок определяет разницу давлений между основным потоком и пристеночной зоной.

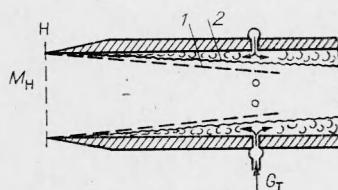


Рис. 2. Схема течения с горением в отрывной зоне в передней части трубы.

1 — косой скачок уплотнения; 2 — зона отрыва с горением.

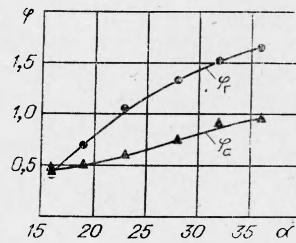


Рис. 3. Одномерный расчет полноты горения  $\varphi$  для сечения конца горения (2) и выходного сечения трубы (a).

С ростом  $x$  косой скачок должен ослабляться и давление по сечению выравниваться, поэтому на сплошных участках кривых  $\bar{p}(x)$  будем принимать давление по сечению постоянным. Кроме того, примем следующие допущения, которые облегчат выполнение одномерного анализа результатов экспериментов:

1) потерю полного импульса потока из-за трения о стенки будем определять из выражения

$$\Delta p_{tr} = \frac{\zeta}{2} \frac{x}{D} \rho_n u_n^2, \quad (1)$$

где  $\zeta$  — коэффициент потерь;  $\rho_n$ ,  $u_n$  — плотность и скорость в начальном сечении трубы. Эта формула, как показано в [6], справедлива для холодных сверхзвуковых потоков. Мы будем применять ее также для потоков с горением. Допустим также, что величина  $\zeta$  не зависит от наличия горения;

2) учитывая малые подогревы газа, термодинамические параметры будем принимать постоянными и равными:  $k=1,33$ ;  $R=29,6$  м/град.

Приведенные на рис. 1 кривые  $\bar{p}(x)$  для холодного течения, а также давление за прямым скачком  $\bar{p}_{sk} \approx 0,4$  для режима  $\alpha=11,4$  позволяют определить эффективное значение  $\zeta$  и, кроме того, апробировать принятые значения  $k$  и  $R$ . Надежное определение этих параметров имеет существенное значение для убедительности последующих расчетов. Поэтому рассмотрим этот вопрос более подробно, несмотря на его элементарность.

Сначала апробируем  $k$  путем расчета  $\rho_n$ :

$$\bar{p}_n = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_n^2 \right)^{-\frac{k}{k-1}} = 0,59,$$

что удовлетворительно согласуется с  $\bar{p}_n$  на рис. 1.

При найденном значении  $\bar{p}_n$  по формулам прямого скачка можно рассчитать  $\bar{p}_{sk} = 0,41$ , что также удовлетворительно согласуется с экспериментальным значением на рис. 1. Таким образом, принятые газодинамические параметры можно рассматривать как внутренне-непротиворечивые.

Рассчитаем потери на трение  $\zeta$  из одномерных уравнений сохранения и (1) для  $\alpha=\infty$ . Для двух значений давления на выходе  $p_a=0,09$  и  $0,11$ , воспроизведенных на рис. 1 из [3], находим соответственно  $\zeta=0,011$  и  $0,014$ . Для дальнейших расчетов выберем  $\zeta=0,011$ , так как эта величина лучше согласуется с экспериментальными данными [6], полученными в сходных условиях. Кроме того, расчет по эмпирической формуле В. С. Авдуевского [7] также дает близкое значение  $\zeta=0,0103$ .

По замеренным давлениям  $\bar{p}(x, \alpha)$  вычислим полноту горения  $\varphi$  для сечения конца горения  $g(x/D=8)$  и выходного сечения  $a(x/D=18)$ , пользуясь при этом одномерными уравнениями сохранения, как это рекомендуется в работах [1, 2, 5].

Обозначим относительный расход горючего через  $\beta = G_t/G_n$  и учтем, что  $\alpha\gamma_0\beta=1$ ,  $p=\rho RT$  и  $T_0=T_{on}+\Delta T_0$  (здесь  $\Delta T_0$  — повышение температуры торможения потока из-за тепла, выделившегося в результате горения до сечения  $g$  или  $a$ ). Тогда одномерные уравнения сохранения примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{T_{on} + \Delta T_0}{1 + \beta} &= T + \frac{u^2}{2c_p}; \\ \frac{\rho u}{RT} \rho_n u_n (1 + \beta); \\ \rho_n u_n^2 + p_n - \Delta p_{tp} &= \rho_n u_n (1 + \beta) u + p. \end{aligned} \quad (2)$$

Определяя отсюда  $\Delta T_0$  при заданном  $p$ , находим полноту сгорания  $\varphi$  из

$$\varphi = \frac{c'_p \Delta T_0}{\beta H}. \quad (3)$$

Результаты расчета приведены на рис. 3, из которого можно видеть, что только на критическом режиме  $\alpha=16$  значения полноты  $\varphi_a$  и  $\varphi_g$  совпадают. Для всех других режимов результаты получились сомнительными, так как  $\varphi_g > 1$  и  $\varphi_a < \varphi_g$ .<sup>1</sup> Таким образом, полученные данные говорят о том, что рекомендуемая во многих работах одномерная методика расчета выгорания далеко не всегда дает надежные результаты. Для расчета величины критического подогрева  $\Delta T_0$  можно использовать тот экспериментальный факт, что при  $\alpha=16$   $M_a=1$ . Условие  $M_a=1$  вместе с тремя уравнениями сохранения (2) позволяет вычислить неизвестные  $\Delta T_{0a}$ ,  $T_a$ ,  $u_a$  и  $p_a$ . В результате расчета было получено:  $\Delta T_{0a}=\Delta T_{0kp}=116^\circ K$  и  $p_a=0,215$ . Совпадение рассчитанного значения  $p_a$  с экспериментальным  $p_a=0,21$ , с одной стороны, является новым подтверждением допустимости одномерных формул для критического режима, а с другой — придает надежность вычисленному критическому значению теплоподвода  $\Delta T_{0kp}=116^\circ$  и  $\varphi_a=0,46$ .

Зная  $\Delta T_{0kp}$ , можно вычислить теплоподвод для всех остальных режимов, если сделать вероятное предположение, что коэффициент полноты сгорания  $\varphi$  во всех опытах постоянен и не зависит от  $\alpha$ . Тогда теплоподвод, очевидно, будет прямо пропорционален расходу горючего  $G_t$ , т. е.

$$\Delta T_0 = \Delta T_{0 kp} \frac{\beta}{\beta_{kp}}. \quad (4)$$

<sup>1</sup>  $\varphi_a < \varphi_g$  нельзя объяснить теплоотводом в стенки из-за малости значений  $\Delta T_0$  (см. ниже). Малость абсолютного значения  $\varphi \approx 0,46$  при  $\alpha=16$ , по-видимому, объясняется присутствием в горючем газе твердых частиц магния, которые на длине 600 мм не успевают сгореть.

Предположение постоянства  $\phi$  можно обосновать двумя физическими соображениями о независимости процесса смешения горючего от  $\alpha$ .

1. Во всех опытах  $\alpha \gg 1$ , поэтому для сжигания горючего достаточно его стехиометрического смешения с очень тонким пристеночным слоем воздуха. Толщина этого слоя при  $\alpha = 16 \div 36$  составляет 0,4—0,8 мм. С хорошей точностью можно допустить, что в рассматриваемом диапазоне  $\alpha$  длина смешения будет одной и той же малой величиной, практически не зависящей от  $\alpha$ .

2. Пробивная способность топливных струй близка к нулю, поэтому физические условия смешения будут одинаковыми для разных  $\alpha$ . Это тоже говорит в пользу независимости  $\phi$  от  $\alpha$ .

Недожог твердых частиц магния, очевидно, тоже не должен существенно зависеть от  $\alpha$ .

Вычисленные с помощью (4) приrostы температуры торможения  $\Delta T_0$  приведены ниже.

Режим	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha$	16	19	23	28	32	36	$\infty$
$\Delta T_0, ^\circ\text{K}$	116	98	82	66	59	52	0

Если теплоподвод  $\Delta T_0$  известен, то система одномерных уравнений (2), как известно, определяет два режима течения: дозвуковой и сверхзвуковой (рис. 4). Используя приведенную выше таблицу и кривые рис. 1, нанесем на рис. 4 экспериментальные точки. Получившаяся картина наглядно говорит о невозможности описания сверхзвукового факела (на режимах  $\alpha = 19 \div 36$ ) одномерными формулами. Только для  $\alpha = 16$  (тепловое запирание) и  $\alpha = \infty$  (холодный поток) одномерные формулы при одних и тех же константах хорошо согласуются с экспериментом как для конечного сечения  $a$ , так и для промежуточного  $e$ .

Физическое объяснение таким странным на первый взгляд свойствам сверхзвукового факела можно дать, используя опыты, описанные в [8] и интерпретированные в [9]. Было показано, что из-за возникающих при тепловом запирании больших продольных градиентов давления сильно интенсифицируется турбулентная диффузия и происходит выравнивание параметров потока по сечению. Вследствие этого течение приближается к одномерному.

Как показано в [8], интенсификация смешения происходит также при изотермическом течении в длинных каналах, если в них возникает так называемый псевдоскачок. Последний, как известно, состоит из «растянутой» на длине 10—12 калибров системы  $\lambda$ - или X-образных скачков, которые постепенно переводят сверхзвуковой поток в дозвуковой. Параметры потока за изотермическим псевдоскачком идентичны параметрам за прямым скачком, т. е. описываются уравнениями (2) при  $\Delta T_0 = 0$ . Однако интенсификация смешения в псевдоскачках, видимо, связана не с продольными градиентами давления, а с появлением многочисленных контактных разрывов в системах X-образных скачков.

Проведенный количественный анализ опытов [3] показывает, что на критическом режиме запирания горение происходит в системе X-образных скачков, составляющих в целом псевдоскачок. При этом длина псевдоскачка с горением получается по крайней мере в два раза меньше изотермического псевдоскачка. В количественном соответствии с одномерным расчетом поток за псевдоскачком с горе-

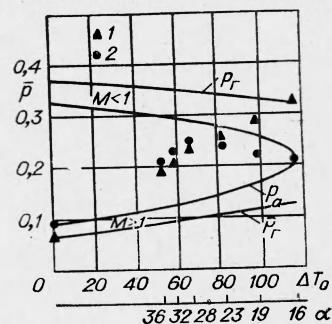


Рис. 4. Сравнение статических давлений  $p_a$  и  $p_e$ , рассчитанных по одномерным формулам (2), с экспериментом [3].  
1 — сечение  $e$ ; 2 — сечение  $a$ .

нием приобретает дозвуковую скорость, которая на участке  $g-a$  за счет трения увеличивается до звуковой.

Из изменения формы кривых  $\bar{p}(x, \alpha)$  видно, что при увеличении  $\alpha$  от 16 до 28 происходит ослабление системы X-образных скачков и постепенный переход к бесскаковому сверхзвуковому горению (недосжатая детонационная волна), реализующемуся при  $\alpha=32$  и 36. Приведенные выше расчеты показывают, что как в переходном режиме, так и в режиме недосжатой волны течение является существенно двумерным. Попытка описать его одномерными формулами приводит к абсурдным результатам.

Возникает естественный вопрос об особенностях двумерной структуры сверхзвукового факела и возможности его количественного описания.

**Кусочно-одномерная двухструйная модель.** Как известно, кривая  $\bar{p}(x)$  для изотермического псевдоскачка также не может быть описана одномерными формулами (за исключением начального и конечного сечения). В работе [10] предложена двухструйная модель псевдоскачка, которая позволяет на основе кусочно-одномерных расчетов определить параметры как изоэнтропической, так и вязкой струи для любой точки кривой  $\bar{p}(x)$ .

Применим эту модель (рис. 5) к сверхзвуковому горению и рассчитаем режимы с  $\alpha>16$ . В соответствии с [10] предположим, что в потоке 1 имеет место подвод массы, горение и возрастание энтропии, а в потоке 2 потери и горение отсутствуют, т. е. течение является изоэнтропическим. Примем, что в каждом сечении  $p_1=p_2=p(x)$ .

Обозначив  $n(x)=G_2/G_1$ ,  $f(x)=F_2/F$ , напишем следующую систему уравнений сохранения для потоков 1 и 2:

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{1+n} + \beta \right) \rho_n u_n &= -\frac{p}{RT_1} u_1 (1-f); \quad \frac{n}{1+n} \rho_n u_n = \frac{p}{RT_2} u_1 f; \\ T_1 + \frac{u_1^2}{2c_p} &= \frac{T_{\text{он}} + \Delta T_0 (1+n)}{1+(1+n)\beta}; \quad T_{\text{он}} = T_2 + \frac{u_2^2}{2c_p}; \\ \rho_n u_n^2 + p_n - \Delta p_{\text{тр}} &= \left( \frac{1}{1+n} + \beta \right) \rho_n u_n u_1 + \frac{n}{1+n} \rho_n u_n u_2 + p; \\ \frac{T_2}{T_{\text{он}}} &\approx \left( \frac{p}{p_{\text{он}}} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если расход горючего  $G_t$ , эквивалентный теплоподвод  $\Delta T_0$  и давление  $p$  по  $x$  заданы, то система (5) позволяет для сечений  $g$  и  $a$  найти неизвестные  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $f$  и  $n$  (рис. 6). Из рис. 6 видно, что на всех режимах с горением «холодный» поток 2 в сечениях  $g$  и  $a$  остается сверхзвуковым, а «горячий» поток 1 всюду дозвуковой.

Относительная площадь холодного потока  $f=F_2/F$  изображена на нижней части рис. 7. Видно, что для всех режимов  $f \ll 1$  и  $f_a < f_g$ .

Представляет интерес теоретически проанализировать, как такой комбинированный поток, состоящий из сверхзвуковой и дозвуковой струи, будет, как целое, реагировать на внешние воздействия. Например, будут ли подвод тепла или трение вызывать повышение  $p(x)$ , как в сверхзвуковом потоке, или понижение — как в дозвуковом. Закономерность такой постановки следует непосредственно из рассмотрения исходной диаграммы  $\bar{p}(x, \alpha)$  на рис. 1. На участке  $g-a$  поток в целом по-разному реагирует на одно и то же внешнее воздействие (трение): при  $\alpha \geq 32$  он реагирует как сверхзвуковой, а при  $\alpha \leq 19$  —

как дозвуковой. Для теоретического анализа этого вопроса можно воспользоваться критерием эффективного числа

$$M_e^{-2} = \int_0^1 M^{-2} dF/F_\Sigma, \quad (6)$$

полученным в [11]. Последующие исследования показали, что этот критерий можно применять для течений с малой кривизной линий тока, как это, видимо, и имеет место в рассматриваемом случае.

Результаты обсчета данных рис. 6 и 7 по формуле (6) изображены в верхней части рис. 7, откуда видно, что все режимы с горением  $\alpha=16 \div 36$  для сечений  $g$  и  $a$  соответствуют  $M_e < 1$ , т. е. дозвуковому

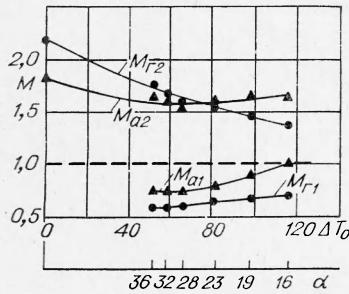


Рис. 6. Расчет чисел  $M$  в двухструйной модели по формулам (5).

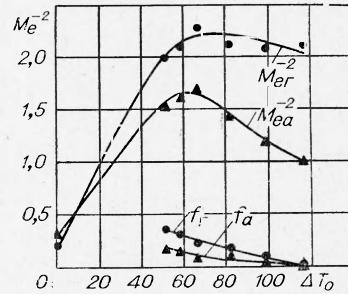


Рис. 7. Расчет сечений «холодной» струи  $f$  по (5) и эффективного числа  $M_e$  по (6) в двухструйной модели.

(в среднем) течению. Этот вывод противоречит приведенному выше физическому анализу экспериментальных кривых рис. 1, согласно которому режимы  $\alpha=32$  и  $36$  являются типично сверхзвуковыми. На этом основании можно сделать дальнейший вывод, что двухструйная модель Крокко к рассмотренному сверхзвуковому факелу в трубе не применима.

**Отрывная модель.** Альтернативной кусочно-одномерной моделью сверхзвукового факела может быть отрывная модель. На возможность существования зон отрыва в факеле сверхзвукового пламени указывалось уже давно (по экспериментальным наблюдениям в [12], по теоретическим соображениям в [13]). При этом зоны могут располагаться как у стенок, так и в основном потоке.

Расчетная схема отрывной модели изображена на рис. 8. В расчете будем предполагать, что подача горючего и подвод тепла осуществляются в сверхзвуковой части потока, что скорость течения в отрывной зоне пренебрежимо мала и давление в потоке и в зоне в каждом сечении одинаково, но меняется от сечения к сечению. Последнее допущение представляется неочевидным, но оно может быть обосновано, с одной стороны, изменением площади, занимаемой сверхзвуковым потоком, а с другой — изменением вдоль  $x$  турбулентной энергии газа, содержащейся в зоне.

Расчетная система уравнений, описывающих отрывную модель, имеет очень простой вид:

$$\rho_h u_h (1 + \beta) = \frac{p}{RT} \dot{u} (1 - f_3); \quad \frac{T_{0h} + \Delta T_0}{1 + \beta} = T + \frac{u^2}{2c_p}; \quad (7)$$

$$\rho_h u_h^2 + p - \Delta p_{tp} = \rho_h u_h (1 + \beta) u + p.$$

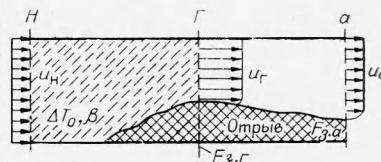


Рис. 8. Отрывная модель факела горения и псевдоскачки.

Здесь  $f_3 = f_3/F$ . Из этих уравнений при известных  $p$  и  $\Delta T_0$  можно найти  $u$ ,  $T$  и  $f_3$ . Результаты расчета приведены на рис. 9. Как и следовало ожидать, на режимах  $\alpha = \infty$  и  $\alpha = 16$  получилось  $f_{3a} = f_{3e} = 0$ . В выходном сечении при  $\alpha = 16$ ,  $M_a = 1$ , т. е. действительно имеет место запирание потока. На всех остальных режимах  $M_a < 1$  и только при  $\alpha = 32$  и 36  $M_a \approx 1$ . Но поскольку при этом  $f_{3a} > 0$ , два последних режима не являются критическими и запирания потока не происходит.

В сечении  $z$  только для двух режимов  $\alpha = 32$  и 36, т. е. для тех, которые на рис. 1 характеризуются как недосжатые детонационные волны, получилось  $M_e > 1$ . Для физически «дозвуковых кривых»  $\alpha = 19$  и 23  $M_e$  и в расчете получилось меньше 1. Таким образом, результаты расчета по формулам отрывной модели (7) хорошо согласуются с прямым физическим анализом экспериментальных кривых.

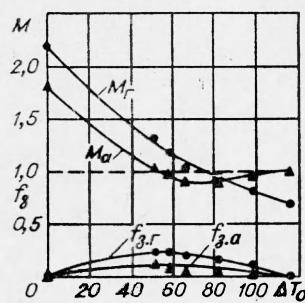


Рис. 9. Расчет чисел  $M$  и сечений зон отрыва  $f_3$  по (7) в отрывной модели.

На основании проведенных расчетов можно также сделать вывод о том, что тепловое запирание сверхзвукового потока в длинных и коротких трубах должно происходить по разному механизму. Течение в длинных трубах характеризуется развитым пограничным слоем, который при наличии противодавления легко отрывается и образует псевдоскачок. Режим  $\alpha = 16$  как раз соответствует случаю горения в псевдоскачке. Давление за таким скачком, вообще говоря, должно быть меньше, чем за прямым скачком без горения.

Таким образом, запирание в длинных трубах должно происходить по механизму пересжатых детонационных волн, т. е. скорость сначала уменьшается до дозвуковой, а затем из-за трения или горения увеличивается до  $M_a = 1$ .

В коротких трубах пограничный слой тоньше и оторвать его труднее, поэтому псевдоскачок не образуется, а запирание потока происходит по механизму недосжатой волны, т. е. скорость монотонно уменьшается от сверхзвукового значения до  $M_a = 1$ .

В качестве иллюстрации такого механизма запирания можно привести работу [2], где длина трубы составляла 5,3—8,6 калибров (в [3] 18 калибров). В опытах [2] в отличие от [3] кривая  $p(x)$  всегда была монотонной. По мере уменьшения  $\alpha$  кривая  $p(x)$ , сохраняя монотонность, перемещалась к соплу. Начиная с некоторого значения  $\alpha_{kp}$ , давление на срезе трубы становилось почти не зависящим от  $\alpha < \alpha_{kp}$ , при этом по одномерным расчетам число  $M_a$  при  $\alpha \leq \alpha_{kp}$  становилось близким к 1.

Относительные размеры зоны отрыва, рассчитанные для опытов [3], как видно из рис. 9, зависят от  $x$  и  $\alpha$ ; при этом  $f_{3a} < f_{3e}$ , т. е.

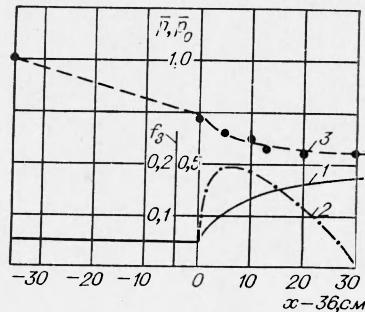


Рис. 10. Расчет псевдоскачка в отрывной модели (точки — осреднение по энтальпии экспериментальных полей  $\bar{p}_0(x, y)$  из [14]).  
1 — исходная экспериментальная кривая  $\bar{p}(x)$  [14];  
2 — расчет  $f_3$  по отрывной модели; 3 — расчет  $\bar{p}_0(x)$  по (8).

имеет место постепенное уменьшение зоны отрыва по длине трубы на участке, где горение закончилось. Абсолютные размеры зоны малы. Если предположить, что отрыв происходит у стенки, то для трубы  $D=50$  мм высота зоны отрыва получается  $\delta_3 < 2,5$  мм.

Вследствие интенсивного турбулентного обмена между зоной отрыва и основным потоком трудно предположить, что поля скорости, импульса и энергии у стенки имеют ступеньку высотой 2,5 мм и соответствующую зону обратных токов. Видимо, в действительности все поля изменяются плавно. Величину  $\delta_3$  в кусочно-одномерной отрывной модели нужно рассматривать как некую расчетную «толщину вытеснения» (одинаковую для массы, импульса и энергии!), которая позволяет количественно согласовать экспериментальные данные с кусочно-одномерным расчетом.

В системе уравнений (7) не использовано уравнение постоянства энтропии, поэтому даже при отсутствии теплоподвода в сверхзвуковой части потока для совместимости системы (7) нужно допустить наличие потерь. В результате энтропия должна возрастать по  $x$ .

В принципе, видимо, возможно сделать расчет массообмена и горения в пограничном слое и определить возрастание энтропии по  $x$ . Тогда в системе (7) появилось бы еще одно уравнение энтропии, с помощью которого можно рассчитать  $p(x)$  и тем самым дать количественное истолкование понятий «длинные и короткие трубы». Сами характеристики отрывной модели получили бы более четкий физический смысл. В частности, «толщины вытеснения» для массы, импульса и энергии имели бы разное значение, как это и должно быть.

**Отрывная модель псевдоскачки.** Интересно произвести дополнительную аппробацию отрывной модели на псевдоскачке как на частном случае сверхзвукового горения в длинных трубах при отсутствии теплоподвода. В качестве экспериментальной основы расчетов псевдоскачка возьмем работу [14], где исследования производились в прямоугольном канале длиной 120 см с начальным сечением  $2 \times 3$  см и конечным  $3,2 \times 3$  см (полуугол расширения двух стенок  $2,1 \cdot 10^{-2}$  рад =  $1,2^\circ$ ). Канал присоединялся к сверхзвуковому соплу с  $M_n = 1,99$ ; пограничный слой был турбулентным.

Псевдоскачок в канале образовывался при увеличении противодавления и регулировался так, что его «голова» располагалась на расстоянии 36 см от среза сопла. Из-за расширения канала статическое давление на стенках  $\bar{p}(x) = p(x)/p_{\text{он}}$  от  $x=0$  до  $x=36$  см оставалось постоянным и равным 0,13.

В экспериментах кроме статического давления измерялись поля полных напоров, чисел  $M$  и т. д.

Для количественного исследования псевдоскачка нужно знать величину трения о стенки. На участке  $x=0-36$  см она определяется из  $\bar{p}(x)$  и уравнений сохранения, написанных для расширяющегося канала. Решение этих уравнений при  $\bar{p}(x)=\text{const}$  дает  $c_f=0,0018$ . По расчетной оценке коэффициента трения в условиях дозвукового течения за псевдоскачком  $c_f=0,0035$ . Для расчета  $f_3(x)$  примем, что внутри скачка  $c_f$  изменяется линейно между 0,0018 и 0,0035. Для кусочно-одномерного расчета псевдоскачка на основе отрывной модели можно использовать уравнения сохранения (7) при  $\Delta T_0=0$  и  $\beta=0$ , модифицированные так, чтобы в них учитывалась переменная по  $x$  площадь сечения канала.

На рис. 10 показана исходная экспериментальная кривая  $\bar{p}(x)$  и рассчитанная по ней кривая сечений зоны отрыва  $f_3$ . В начале и в конце псевдоскачка, где течение одномерно,  $f_3=0$ . Этот результат говорит о правильности численных значений констант, выбранных для расчета.

Определив по формуле (7) также  $u(x)$  и  $T(x)$ , можно найти  $M(x)$  и давление торможения  $\bar{p}_0(x) = p_0(x)/p_{\text{он}}$  из

$$\bar{p}_0(x) = \bar{p}(x) \left[ 1 + \frac{k-1}{2} M^2(x) \right]^{\frac{k}{k-1}}. \quad (8)$$

На рис. 10 приведена рассчитанная по (8) кривая  $\bar{p}_0(x)$  и нанесены точки, определенные непосредственно по экспериментально измеренным полям полных напоров  $\bar{p}'_0(x, y)$ . Пересчет полей на средние значения  $p_0(x)$  производился из условия равенства потоков энтропии через рассматриваемые сечения. Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных потерь полного напора говорит о возможности применения отрывной модели и к изотермическим течениям с псевдоскачками<sup>1</sup>.

Результаты работы позволяют сделать следующие выводы.

1. Тепловое запирание сверхзвукового потока в длинных и коротких трубах происходит по разным механизмам. В длинных трубах с развитым пограничным слоем горение осуществляется при наличии псевдоскачка, и поэтому кривая давления по длине имеет немонотонный характер. В коротких трубах псевдоскачок не образуется и давление по длине трубы все время возрастает. В терминах детонационной адиабаты этот результат можно сформулировать так: переход сверхзвукового горения к режиму Чепмена-Жуге в длинных трубах происходит со стороны пересжатых детонационных волн, а в коротких трубах — со стороны недосжатых волн.

2. На примере сверхзвукового горения в длинной трубе показано, что одномерный расчет параметров потока по измеренному давлению на стенке приводит к противоречивым результатам на режимах, удаленных от теплового запирания. Надежные результаты получаются только на режимах, близких к критическим.

3. Расчет параметров сверхзвукового факела по измеренному давлению на стенке для двухструйной модели Крокко также приводит к противоречивым выводам. Физически более обоснованные результаты получаются для отрывной модели, предполагающей наличие в потоке отрывных зон. Отрывная модель позволяет также дать количественное описание течения в изотермическом псевдоскачке.

4. Осталось невыясненным, в какой мере отрывная модель позволяет описать приближение к режиму запирания в коротких трубах, где псевдоскачок не образуется.

Поступила в редакцию  
12/III 1973

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. П. Леонов, С. В. Штейнман, А. В. Кулаков. ФГВ, 1971, 7, 4.
2. A. Mestre, L. Vaud. Supersonic Flow Chemical Processes a. Radiative Transfer Oxford, 1964.
3. В. А. Чернов, Е. Н. Киселева. Сб. «Кинетика и аэродинамика процессов горения топлив». М., «Наука», 1969.
4. J. Swithenbank. Proc. of the Int. Council of the Aer. Sc. III Congress, Stockholm, 1962. London, 1964.
5. R. Cookson a. o. XII-th Symposium on Combustion, 1968, USA, 1969.
6. В. Н. Острась, В. И. Пензин. Ученые записки ЦАГИ, 1972, 111, 4.

<sup>1</sup> В работе [15] на основе квазидиодмерных уравнений сохранения было рассчитано значение формпараметра поля скоростей по длине псевдоскачка. Это значение соответствовало наличию рециркуляционной зоны, что также подтверждает отрывную модель псевдоскачка.

7. В. С. Авдуевский и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетной технике. М., Оборонгиз, 1960.
  8. В. Н. Строгин. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
  9. Е. С. Шетников. Ibid. с. 276—281.
  10. Л. Крокко. Сб. Основы газовой динамики. М., ИЛ, 1963.
  11. Н. Pearson а. о. RAS J., 1958. 62.
  12. Е. Fletcher а. о. ARS J., 1960, 30.
  13. А. Ferri. AIAA Paper, 1964, 64, 579.
  14. Т. Tamaki а. о. Bulletin of the JSME, 1971, 14, 74.
  15. Л. В. Гогиш, Г. Ю. Степанов. Науч. тр. института механики МГУ, № 11, 1971.
- 

УДК 541.124

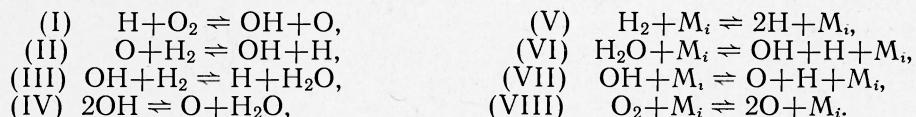
## ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

*B. I. Головичев*

(Новосибирск)

Описан метод и приведены примеры численного расчета состава и термодинамических параметров смеси идеальных реагирующих газов в приложении к изобарному адиабатическому горению водорода в воздухе. Постановка задачи является стандартной для подобных расчетов. В основу численной схемы положен переход к неявной аппроксимации исходных уравнений и учет экспоненциальной особенности в поведении химических функций.

Исследуемой газовой средой является смесь инертного недиссоциированного  $N_2$  и  $O_2$ , который диссоциирует и реагирует с  $H_2$  по следующей схеме:



Здесь  $M_i$  — любая из семи компонент  $H$ ,  $O$ ,  $H_2O$ ,  $OH$ ,  $O_2$ ,  $H_2$ ,  $N_2$ , рассматриваемая в качестве третьего тела. (В такой последовательности этим компонентам присвоены индексы от 1 до 7 соответственно.)

Система уравнений, описывающая изменения концентраций реагирующих компонент из-за химических реакций (I) — (VIII), содержит шесть (по числу реагирующих компонент) дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, \dots) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt} y_i + \sum_j (v''_{ij} - v'_{ij}) [k_f^j \prod_i (y_i)^{v'_{ij}} - k_b^j \prod_i (y_i)^{v''_{ij}}], \quad (i = 1, \dots, 6; \quad j = 1, \dots, 8). \quad (1)$$

К этим уравнениям необходимо добавить алгебраические соотношения, используемые для определения плотности  $\rho$ , температуры  $T$ , концентрации инертной компоненты  $y_7$  и концентрации третьего тела  $Y$ , которую приближенно можно считать равной сумме концентраций всех компонент:

$$\rho = \sum_i y_i W_i; \quad p = R_0 T Y; \quad y_7 = \rho \frac{Y}{W_7}; \quad Y = \sum_i y_i. \quad (2)$$