

УДК 532.546+536.25

ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ ОТ ЦИЛИНДРА В УЗКОЙ ЩЕЛИ И ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А. В. Горин, А. Ю. Егоров, В. Е. Накоряков, В. М. Чупин

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Теоретически и экспериментально решена задача о естественной конвекции от горизонтального цилиндра в узкой щели и пористой среде. Предложен интегральный метод расчета теплоотдачи цилиндра при постоянном тепловом потоке на его поверхности. Численный анализ позволил выявить роль режимных и геометрических факторов. Показана возможность моделирования ячейкой Хил — Шоу естественной конвекции от цилиндра в пористой среде.

Широкая распространенность зернистых и пористых сред в природе и современных технологиях обуславливает неослабевающий на протяжении десятилетий интерес к проблемам тепломассопереноса в этих средах. разработке количественной теории процессов переноса и поиск методов их экспериментального исследования и моделирования. Решение, например, задач теплообмена при естественной конвекции от горизонтального цилиндра, размещенного в пористой среде, непосредственно связано с разработкой методов интенсификации процессов тепломассопереноса, проектированием компактных теплообменников и средств тепловой изоляции, добычей нефти и захоронением ядерных отходов и пр.

В [1] приведено автомодельное решение задачи конвективного теплообмена изотермического горизонтального цилиндра, помещенного в пористую среду, в приближении пограничного слоя. В [2, 3] представлены, по-видимому, первые экспериментальные исследования этой проблемы, где отмечена важная роль таких геометрических факторов, как отношение глубины погружения цилиндра H к его диаметру $D = 2R$ и длине L . В [1] приведены также результаты опытов по естественной конвекции от горизонтального цилиндра, погруженного в зернистую среду в широких пределах изменения числа Рэлея, сделана попытка учесть при обработке экспериментальных данных эффекты вязкой диссипации фильтрационного потока. Отмечено, что при изменении закона сопротивления изменяется и закон теплоотдачи.

Вследствие трудоемкости проведения детальных экспериментов в пористой среде и ограниченности методов экспериментального исследования постоянно идут поиски способов моделирования процессов переноса в пористой среде. Так, в [4] на основе соответствия математической модели ламинарного течения в узком зазоре между параллельными пластинами (ячейка Хил — Шоу) уравнениям фильтрации с линейным законом сопротивления (законом Дарси) ячейка Хил — Шоу используется для моделирования гидродинамических характеристик фильтрации жидкости в пористой среде.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований [5–7] естественной конвекции на боковой стенке ячейки Хил — Шоу, образованной адиабатическими пластинами, показывают возможность моделирования теплообмена при естественной конвекции на вертикальной пластине, размещенной в пористой среде, с помощью ячейки Хил — Шоу. Использование приближения пограничного слоя позволило получить автомодельные решения для соответствующего типа граничных условий.

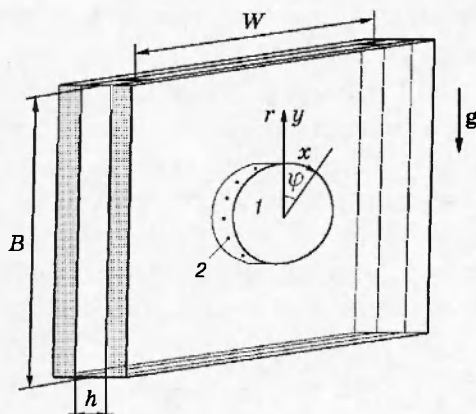


Рис. 1

Применение устройств Хил — Шоу как инструмента экспериментального исследования, в том числе визуализации процессов, чрезвычайно удобно и эффективно, в отличие от пористой среды, где невозможны исследования контактными методами без нарушения ее структуры. Бесконтактные методы типа лазерно-доплеровской анемометрии пригодны лишь для соответствующих оптических жидкостей и при строгом контроле за температурным режимом, что сильно ограничивает их применение для исследования тепломассообмена.

Важность решения задач тепломассообмена в узких щелях очевидна для охлаждения современной радиоэлектронной аппаратуры с высокой степенью интеграции элементов, интенсивным тепловыделением и при тенденции к уменьшению габаритов.

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследуется естественная конвекция от горизонтального цилиндра в пористой среде и узкой щели. Предложен интегральный метод расчета теплоотдачи цилиндра при постоянном тепловом потоке на его поверхности. Выполнено сопоставление с известными в литературе данными по теплообмену цилиндра, погруженного в пористую среду. Численный анализ позволил выявить роль режимных и геометрических факторов.

1. Постановка задачи. Установившееся течение и свободно-конвективный теплообмен нагреваемого горизонтального цилиндра радиуса R , размещенного в ячейке Хил — Шоу, образованной адиабатическими вертикальными плоскими стенками, расположенными на расстоянии h друг от друга (рис. 1), описывается системой уравнений

$$\rho(\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = \mu \Delta \mathbf{V} - \nabla P + \rho_0 \beta (T - T_0) \mathbf{g}, \quad \rho C_p (\mathbf{V} \nabla) T = \lambda \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0, \quad (1.1)$$

где λ , μ , C_p — коэффициент теплопроводности, динамическая вязкость и теплоемкость жидкости, считающиеся постоянными; ρ_0 — плотность жидкости при температуре на бесконечности T_0 ; T и P — температура и давление; \mathbf{V} — вектор скорости; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ — оператор Лапласа.

В предположении отсутствия поперечного движения можно принять параболическое распределение скоростей и постоянную температуру поперек ячейки, что оправдывается малостью зазора $h \ll R$ и малыми скоростями движения:

$$V_r(r, \varphi, z) = \frac{3}{2} V_r(r, \varphi) \left(1 - 4 \frac{z^2}{h^2}\right), \quad V_\varphi(r, \varphi, z) = \frac{3}{2} V_\varphi(r, \varphi) \left(1 - 4 \frac{z^2}{h^2}\right); \quad (1.2)$$

$$T(r, \varphi, z) = T(r, \varphi). \quad (1.3)$$

Подстановка (1.2) и (1.3) в систему уравнений (1.1) и интегрирование ее по z от $-h/2$ до $h/2$ аналогично [5–7] приводят к двумерной задаче.

В данной работе анализируются два типа граничных условий:

- изотермическая поверхность цилиндра ($T_w = \text{const}$);
- постоянный тепловой поток на поверхности цилиндра ($q_w = \text{const}$).

Даже в двумерной постановке решение задачи требует привлечения численных методов. Но прежде проведем ее качественный анализ и получим простейшие приближенные решения, используя наглядные физические упрощения.

Анализ размерностей. Рассмотрим задачу о естественной конвекции от нагретого цилиндра в пористой среде с проницаемостью K (в случае ячейки Хил — Шоу $K = h^2/12$) в режиме фильтрации Дарси в приближении теплового пограничного слоя толщиной $\delta \ll R$:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad u = \frac{g\beta K \Delta T}{\nu} \sin \frac{x}{R}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (1.4)$$

Здесь координаты x, y (рис. 1) связаны с цилиндрическими координатами r, φ соотношениями $x = R\varphi, y = r - R$. В системе уравнений (1.4) и далее по тексту $\Delta T = T - T_0$.

Теплопроводность a и кинематическая вязкость ν для пористой среды имеют смысл эффективных коэффициентов переноса, в то время как для ячейки Хил — Шоу это суть физические свойства среды. Из уравнения неразрывности следует $u/R \sim v/\delta$ или $v \sim u\delta/R$.

Первое уравнение системы (1.4) приводит к оценке

$$u \frac{\Delta T}{R}, v \frac{\Delta T}{\delta} \sim a \frac{\Delta T}{\delta^2} \Rightarrow v \sim \frac{a}{\delta}, \quad u \sim a \frac{R}{\delta^2}. \quad (1.5)$$

Здесь и далее $u, v, \Delta T$ и δ означают масштабы изменения соответствующих величин. Используя второе уравнение системы (1.4), в случае изотермического цилиндра для толщины пограничного слоя имеем $\delta/R \sim \text{Ra}^{-1/2}$, где число Рэлея $\text{Ra} = g\beta K \Delta T R / (\nu a)$.

Из определения числа Нуссельта получаем

$$\text{Nu} = \frac{\alpha D}{\lambda} \sim \frac{q_w R}{\lambda \Delta T} \sim \frac{\lambda (\Delta T / \delta) R}{\lambda \Delta T} = \left(\frac{\delta}{R} \right)^{-1},$$

т. е.

$$\text{Nu}_T \sim \text{Ra}_T^{1/2}. \quad (1.6)$$

Здесь и далее индекс T относится к изотермическому цилиндру, а индекс q характеризует задачу с постоянным тепловым потоком на поверхности цилиндра.

Закон теплоотдачи (1.6) получен в [1] на основе автомодельного решения задачи о теплообмене в приближении пограничного слоя при свободной конвекции изотермического цилиндра, помещенного в пористую среду, в виде

$$\text{Nu}_T = 0,565 \text{Ra}_T^{1/2}. \quad (1.7)$$

В [1] в качестве характерного линейного размера использован D .

В случае постоянного теплового потока q_w на поверхности цилиндра для масштаба температуры (из определения теплового потока) справедлива оценка $\Delta T \sim q_w \delta / \lambda$.

Тогда с учетом (1.5) имеем

$$\frac{g\beta K}{\nu} \frac{q_w \delta}{\lambda} \sim a \frac{R}{\delta^2} \Rightarrow \frac{\delta}{R} \sim \text{Ra}_q^{-1/3},$$

где $\text{Ra}_q = g\beta K R^2 q_w / (a\nu\lambda)$. Отсюда для закона теплообмена находим

$$\text{Nu}_q \sim \text{Ra}_q^{1/3}. \quad (1.8)$$

Можно также получить законы теплообмена в предельном случае преобладающего влияния инерционных эффектов течения, т. е. в условиях отклонения от закона Дарси. Запишем закон сопротивления в виде

$$\frac{\mu}{K} u + \frac{\rho C}{\sqrt{K}} u^2 = \rho g \beta \Delta T.$$

Обычно принимают $C = 0,5$. Из закона сопротивления следует

$$u = \frac{K}{\nu} g \beta \Delta T \frac{\sqrt{1 + 4Gr_I} - 1}{2Gr_I} = u_L \frac{\sqrt{1 + 4Gr_I} - 1}{2Gr_I},$$

где Gr_I — число Грасгофа ($Gr_I = g \beta \Delta T C K^{3/2} / \nu^2$); $u_L = (K/\nu) g \beta \Delta T$.

В предельном случае преобладающего влияния инерционных эффектов $u \approx u_L / Gr_I$. Масштабный анализ при этом дает

$$u \sim \left(\frac{g \beta \delta \sqrt{K}}{\lambda} \right)^{1/2} \sim a \frac{R}{\delta^2},$$

отсюда $\delta/R \sim (Da/(Ra_q Pr))^{-1/5}$, где $Ra_q = g \beta q_w K R^2 / (\nu a \lambda)$, $Pr = \nu/a$, $Da = \sqrt{K}/R$, тогда

$$Nu_q \sim (Ra_q Pr / Da)^{1/5}.$$

Для изотермического цилиндра аналогичным методом нетрудно получить следующий закон теплообмена:

$$Nu_T \sim (Ra_T Pr / Da)^{1/4}.$$

Итак, использование анализа размерностей позволило достаточно эффективным способом получить вид основных законов теплообмена цилиндра, погруженного в пористую среду, в условиях свободной конвекции.

Интегральный метод. Задача с постоянным тепловым потоком q_w на поверхности цилиндра, в отличие от изотермического, не имеет автомодельного решения. Тем не менее, используя интегральный метод, на основе системы (1.4) можно получить приближенное решение, которое позволит конкретизировать выражение (1.8).

Проинтегрируем уравнение энергии по толщине теплового пограничного слоя:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta u T dy = \frac{q_w}{\rho C_p}. \quad (1.9)$$

Распределение температуры представим в виде $T(x, y) = X(x)\Theta(\eta)$, где $\eta = y/\delta$. Тогда уравнение (1.9) в новых переменных перепишем следующим образом:

$$\frac{q_w x}{\rho C_p} = c_1 \frac{g \beta K \delta}{\nu} X^2 \sin \frac{x}{R},$$

где

$$c_1 = \int_0^1 \Theta^2 d\eta.$$

Определив толщину пограничного слоя δ как

$$q_w = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \lambda \left. \frac{X}{\delta T} \frac{d\Theta}{d\eta} \right|_{\eta=0} \Rightarrow \delta_T = - \frac{\lambda \Theta'(0)}{q_w} X,$$

имеем

$$\frac{q_w x}{\rho C_p} = c_1 \frac{g \beta K}{\nu} \frac{\lambda \Theta'(0)}{q_w} X^3 \sin \frac{x}{R}.$$

Отсюда

$$X^3 = \Delta T^3 \frac{\lambda^2 \nu}{8 R^2 q_w \rho C_p g \beta K c_1 \Theta'(0)} \frac{\varphi}{\sin \varphi},$$

где $\Delta T = q_w D / \lambda$. Учитывая, что $Nu = \Delta T / X$, получим

$$Nu(\varphi) = -[2c_1 \Theta'(0)]^{1/3} Ra_q^{1/3} (\sin \varphi / \varphi)^{1/3}.$$

Здесь и далее в экспериментах и расчетах при определении чисел Нуссельта и Рэлея используем диаметр цилиндра.

Для среднего по поверхности цилиндра числа Нуссельта имеем

$$\bar{Nu} = 0,7878 [-2c_1 \Theta'(0)]^{1/3} Ra_q^{1/3}.$$

Если принять $\Theta = (1 - \eta)^2$, получим

$$\bar{Nu} = 0,731 Ra_q^{1/3}. \quad (1.10)$$

Приведенные масштабный анализ и решение, выполненное на основе интегрального метода, уже дают возможность анализировать теплообмен цилиндра, размещенного в ячейке Хил — Шоу или в пористой среде, в условиях свободной конвекции при постоянном тепловом потоке.

Детальную структуру поля течения и учет влияния различных параметров дает численное решение задачи. Использовалась двумерная система уравнений в переменных $\Psi - \Omega$, которая аппроксимировалась интегроинтерполяционным методом аналогично [8] и решалась методом стабилизирующей поправки. Для определения шага сетки около поверхности цилиндра и размера расчетной области проводились тестовые расчеты.

2. Экспериментальная установка и методика измерений. Экспериментальная установка (рис. 1) состояла из цилиндра 1 диаметром $D = 40$ мм, установленного между двумя параллельными вертикальными пластинами из пенопласта толщиной 60 мм, внутренняя поверхность которых оклеивалась стеклотекстолитом. Рабочая полость имела следующие размеры: высота $B = 760$ мм, ширина $W = 260$ мм, толщина $h = 2$ мм. Тепло отводилось холодильником, расположенным сверху рабочей полости.

Цилиндр с постоянной плотностью теплового потока изготовлен из пенопласта. По периметру цилиндра наклеен нагреватель — нихромовая фольга толщиной 0,1 мм. Температуру нагревателя измеряли семью нихром-константановыми откалиброванными термомпарами 2 диаметром 0,1 мм, расположенными через 30° друг от друга начиная с нижней точки цилиндра. Термомпары крепились к фольге с внутренней стороны эпоксидной смолой с наполнителем из окиси меди. Тепловой поток определялся по электрической мощности, подводимой к нагревателю, и изменялся в пределах от 1,39 до 10,1 Вт/м².

Изотермический цилиндр выполнен из алюминиевой трубы наружным диаметром 40 мм, толщиной стенки 3,8 мм и длиной 5 мм. Внутри цилиндра эпоксидным клеем крепился нихромовый нагреватель из фольги. Тонкий слой клея являлся одновременно электроизолятором между алюминиевой трубой и нагревателем. Для контроля распределения температуры на торцевых стенках цилиндра, ближе к внешней поверхности трубы, зачеканивали шесть нихром-константановых термомпар диаметром 0,1 мм через 36° друг от друга. Первая крепилась в нижней точке цилиндра. Теплоизолировали торцы цилиндра с помощью двух эбонитовых втулок. Применение такой конструкции обеспечивало

равномерное распределение температуры на поверхности цилиндра. Опыты проводились в диапазоне температур от 23 до 55 °С. Погрешность распределения температуры по рабочей поверхности цилиндра при $T = 55$ °С составляла не более 4 %.

Перед проведением эксперимента термопары тарировались. Электрическая мощность подводилась к нагревателю от регулируемого источника постоянного тока. Контроль температуры воды рабочей полости T_0 осуществляли термопарой, установленной ниже цилиндра на расстоянии 20 мм.

Поля температур наблюдали с помощью тепловизора, для чего одна из пенопластовых пластин рабочей полости заменялась пластиной из нержавеющей стали толщиной 0,8 мм. Для увеличения степени черноты наружную поверхность пластины окрашивали в черный цвет графитовой краской (описание методики см. в [7]).

Визуализацию линий тока осуществляли введением в рабочую полость люминоформного красителя из коллектора через 15 отверстий диаметром 0,2 мм над цилиндром. Стенки рабочей полости в этом случае изготавливались из оргстекла. Фотографирование производилось в отраженном свете.

По измеренным температурам при условии на поверхности $q_w = \text{const}$ рассчитывали среднеинтегральную температуру T всей поверхности цилиндра. Тепловой поток Q определялся электрической мощностью, подводимой к нагревателю.

Среднее число Нуссельта находилось по формулам

$$\bar{Nu}_T = \frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{QD}{F\lambda(T_w - T_0)}, \quad \bar{Nu}_q = \frac{\bar{\alpha} D}{\lambda} = \frac{QD}{F\lambda(T - T_0)},$$

где F — площадь боковой поверхности цилиндра.

Значения всех физических величин, входящих в безразмерные комплексы, рассчитывались по среднemasсовой температуре $T_f = (T + T_0)/2$.

3. Анализ результатов. Численные расчеты выполнены как для изотермического цилиндра, так и для случая постоянного теплового потока на его поверхности при числе Прандтля $Pr = 7$. Числа Рэлея изменялись в диапазонах $1 \leq Ra_T \leq 10^4$ и $1 \leq Ra_q \leq 10^5$. Число Дарси Da варьировалось от 0,001 до 0,1.

Для ячейки Хил — Шоу критерии Рэлея и Дарси определены следующим образом:

$$Ra_T = \frac{g\beta\Delta T h^2 D}{12\nu\alpha}, \quad Ra_q = \frac{g\beta q_w h^2 D^2}{12\nu\alpha\lambda}, \quad Da = \frac{h}{\sqrt{3}D}.$$

Обсудим некоторые результаты расчетов на примере естественной конвекции около изотермического цилиндра. Этот выбор определяется тем, что имеющиеся в литературе и теоретические, и экспериментальные исследования естественной конвекции около горизонтального цилиндра, погруженного в пористую среду, относятся именно к данному типу граничных условий. Кроме того, отметим, что для случаев изотермического цилиндра и постоянного теплового потока на его поверхности наблюдаются качественно подобные поля температур и картины течения.

При числе $Ra_T \sim 1$ течение в основном восходящее от поверхности цилиндра, а конфигурация изотерм практически соответствует линейному источнику тепла. С увеличением числа Рэлея на поверхности цилиндра формируется динамический и тепловой слой с заметно меняющимися градиентами скорости и температуры. Их толщины сначала соизмеримы с диаметром цилиндра, так что приближение пограничного слоя будет давать слишком большую погрешность. При $Ra_T > 10$ толщина пограничного слоя становится заметно меньше радиуса цилиндра.

На рис. 2 приведены линии тока (штриховые линии) и изотермы (сплошные линии) для $Ra_T = 10$ и $Ra_T = 10^3$ при $Da = 0,01$.

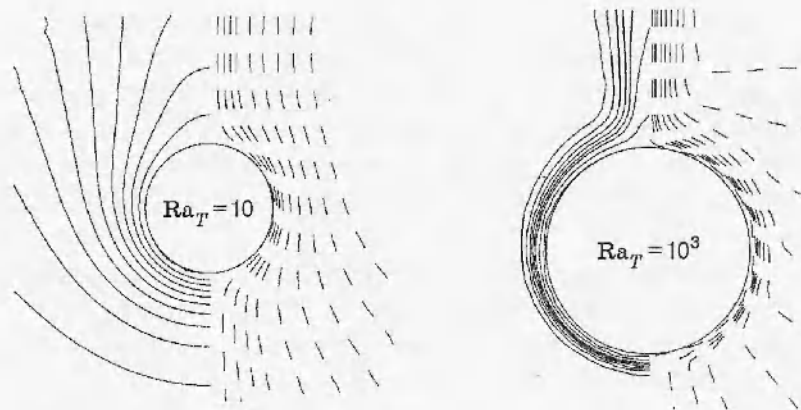


Рис. 2

Распределение угловых скоростей U_φ имеет характер, типичный для продольных скоростей в пограничном слое, причем практически до самой кормовой точки. Радиальная скорость U_r очень мала и однородна во внутренней части пограничного слоя и направлена к цилиндру, при углах $120^\circ < \varphi < 165^\circ$ она меняет знак внутри пограничного слоя. На уровне $\varphi \sim 175^\circ$ угловая и радиальная скорости соизмеримы по величине, и область $175^\circ < \varphi < 180^\circ$ можно считать областью формирования тепловой струи.

Следует отметить, что в наших расчетах, как и в [9] для пористой среды, вихревой области в кормовой части цилиндра не обнаружено.

Изменение числа Дарси при расчетах практически не внесло качественных изменений в картины течения и поля температур, но их анализ позволяет констатировать, что с ростом Da толщина пограничного слоя увеличивается, что должно найти отражение в уменьшении теплоотдачи.

На рис. 3 представлены результаты визуализации линий тока (слева) и поля температур (справа) для изотермического цилиндра при $Ra_T = 10^4$. Можно отметить неплохое качественное совпадение результатов визуализации и численных расчетов. Некоторые расхождения в поведении изолиний в верхней полуплоскости обусловлены конечными размерами рабочей полости. Наличие верхней границы приводит к тому, что жидкость, под-

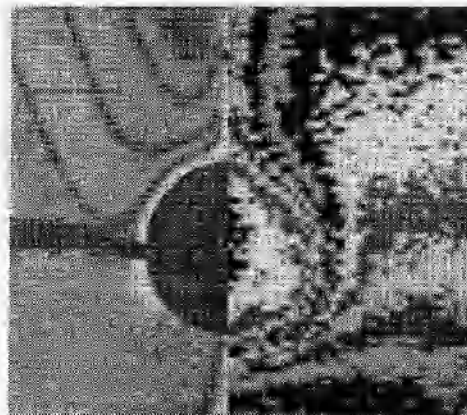


Рис. 3

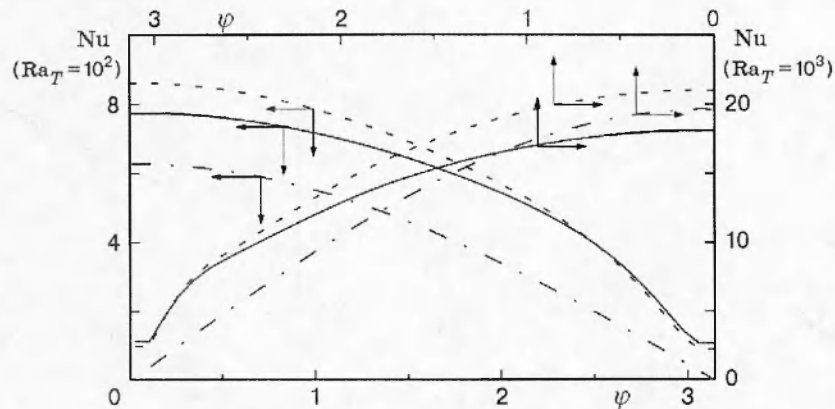


Рис. 4

нимаясь от нагретого цилиндра и охлаждаясь на холодильнике, растекается к боковым стенкам рабочей полости и опускается вниз. Таким образом, над цилиндром образуется область двухвихревого циркуляционного течения. С уменьшением числа Рэлея скорость возвратного течения быстро падает. Ниже цилиндра наблюдается однонаправленное течение с незначительной эжекцией жидкости от стенок ячейки к поверхности цилиндра.

Сгущение изотерм вблизи поверхности цилиндра свидетельствует о наличии в этой области резких градиентов температуры и существовании пограничного слоя. Над поверхностью цилиндра образуется тепловая струя. За ее формированием наблюдали, используя метод Теплера. Как показали эксперименты, тепловая струя для изотермического цилиндра при $Ra_T > 5 \cdot 10^5$ становится неустойчивой и смещается от центра либо к правой, либо к левой боковой стенке. Однако это не сказывалось на значениях среднего числа Нуссельта, что косвенно свидетельствует в пользу методики эксперимента и выбранных геометрических размеров. В случае цилиндра с постоянным тепловым потоком на его поверхности тепловая струя была устойчива при любых значениях числа Рэлея.

Сравнение картин течения и полей температур при естественной конвекции около горизонтального изотермического цилиндра в ячейке Хил — Шоу и около цилиндра, погруженного на конечную глубину полуограниченной пористой среды [3], а также результатов численных расчетов аналогичной задачи для бесконечной пористой среды [9] указывает на хорошее их качественное совпадение.

На рис. 4 показано изменение локального значения числа Нуссельта по окружности цилиндра при различных числах Рэлея и Дарси ($Da = 0,001$ — сплошные линии, $Da = 0,1$ — штриховые), а также автомодельное решение [1] (штрихпунктирная линия), полученное в приближении пограничного слоя. Видно, что с увеличением числа Рэлея приближение пограничного слоя становится все более приемлемым для расчета. Методически важным, особенно для проведения опытов, представляется влияние числа Дарси на результаты расчетов: при сравнительно малых числах Рэлея (~ 10) изменение Da на два порядка (от 0,05 до 0,1) на них не сказывается, но с ростом Ra отличия в значениях числа Нуссельта становятся заметными. Например, если при $Ra_T = 10^2$ коэффициенты теплоотдачи в лобовой точке ($\delta = 0$) при $Da = 0,05$ и $Da = 0,1$ отличаются примерно на 10 %, то для $Ra_T = 10^3$ различие составляет более 20 %. Это связано с тем, что при сравнительно малых числах Рэлея толщина пограничного слоя δ существенно превышает ширину h ячейки Хил — Шоу и допущения (1.2), (1.3) вполне оправданы. С ростом же Ra толщина δ в окрестности $\varphi = 0$ становится сопоставимой с h , и при осреднении уравнений переноса по ширине ячейки необходимо учитывать и угловые эффекты.

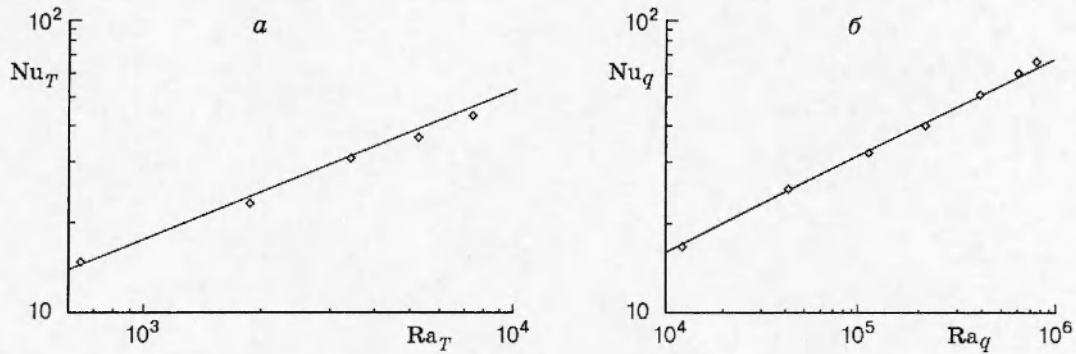


Рис. 5

Еще одна особенность влияния Da , выявленная в наших расчетах, состоит в том, что если при $Da = 0,1$ и $Da = 0,05$ имеется ощутимая разница в результатах, то дальнейшее уменьшение Da на них практически не сказывается.

На рис. 5 представлено сопоставление результатов расчетов (линии) среднего значения числа Нуссельта для изотермического цилиндра Nu_T по формуле (1.7) (а) и цилиндра с постоянным тепловым потоком по формуле (1.10) (б) с данными экспериментов (точки) в ячейке Хил — Шоу. Наблюдается хорошее соответствие теории и эксперимента во всем исследованном диапазоне при $T_w = \text{const}$ и до $Ra_q \sim 3 \cdot 10^5$ при $q_w = \text{const}$. При $T_w = \text{const}$ экспериментальные данные аппроксимируются зависимостью $Nu_T = 0,54 Ra_T^{1/2}$, согласующейся с автомодельным решением [1] с точностью до 4%.

Для $q_w = \text{const}$ имеет место следующая аппроксимация:

$$Nu_q = 0,78 Ra_q^{1/3},$$

что с точностью до 6% соответствует интегральному решению (1.10) до $Ra_q \sim 3 \cdot 10^5$. Отклонение данных при $Ra_q > 3 \cdot 10^5$ от закона (1.10), по-видимому, связано с возмущающим воздействием на пограничный слой возвратных течений в ячейке Хил — Шоу, становящихся достаточно интенсивными при высоких тепловых потоках.

Обратимся к экспериментальным данным по теплоотдаче от цилиндров, размещенных в пористой среде. Такие эксперименты обнаружены нами только для изотермических цилиндров [1].

Для свободноконвективного теплообмена в режиме Дарси (границей применимости служит значение $Ra \sim 45 \div 50$) в [1] рекомендуется следующая аппроксимация:

$$Nu_T = 0,679 Ra_T^{0,646} Pr^{-0,126}.$$

Из этой формулы видно, что показатель степени при числе Ra существенно превышает теоретически найденное значение (см. (1.6) и (1.7)). Диаметр экспериментального цилиндра был равен $D = 1,45 \cdot 10^{-2}$ м. В качестве пористой среды использовались стеклянные шарики с диаметрами $d = 2 \cdot 10^{-3}$; $3 \cdot 10^{-3}$; $4 \cdot 10^{-3}$ м.

При малых числах Рэлея толщина теплового пограничного слоя порядка радиуса цилиндра и быстро уменьшается ($\delta/R \sim Ra^{-1/2}$) с ростом Ra . Это означает, что размеры шаров соизмеримы с толщиной пограничного слоя, а при $Ra > 10$ даже превышают его. Таким образом, условия проведения экспериментов [1] не соответствуют теоретической модели, представленной там же, а также развиваемой в настоящей работе, и результаты опытов не могут служить критерием справедливости этих теорий. Заметим также, что введение в обработку только повышенной пористости приповерхностного к цилиндру слоя

шаров [1] не устраняет основного методологического недостатка анализа экспериментальных данных.

Еще одна группа экспериментальных данных представлена в [3], где исследовался теплообмен изотермических горизонтальных цилиндров диаметрами $D = 7,62 \cdot 10^{-2}$; $6,35 \cdot 10^{-2}$ м, погруженных в емкость с пористой средой (песком), насыщенной водой. Над песком располагался слой чистой воды постоянной температуры. Данные представлены для песка со средним диаметром частиц $d \sim 10^{-3}$; $0,15 \cdot 10^{-3}$ м.

В работе [3] на основе опытов для коэффициента теплоотдачи в режиме свободной конвекции рекомендуется следующая корреляция:

$$\text{Nu}_F = f(\eta) \text{Ra}_F^{0,514}.$$

Здесь используются следующие критерии:

$$\text{Nu}_F = \bar{q}D/(T_w - T_s)\lambda_w, \quad \text{Ra}_F = g\beta\Delta TKD(\rho C_p)_L \sqrt{H^2/R^2 - 1}/(2\nu\lambda_w),$$

где \bar{q} — средний по поверхности цилиндра тепловой поток, T_s — температура на поверхности пористой среды (собственно температура слоя жидкости над пористой средой), индекс L характеризует физические свойства жидкости.

Функция $f(\eta)$ характеризует геометрию задачи:

$$f(\eta) = 0,015 + 1,23 \exp(-0,543\eta), \quad \eta = \ln\left(\frac{H}{R} + \sqrt{\frac{H^2}{R^2} - 1}\right),$$

где H — расстояние от поверхности зернистого слоя до центра цилиндра.

По данным [3], конвективный режим начинается со значений $\text{Ra}_F > 25$ (из анализа рисунков в [3] следует, что опыты проведены до значений $\text{Ra}_F = 210$).

Коэффициент теплопроводности пористой среды λ и проницаемость K определялись в специальных экспериментах, и их использование при условии $d/R \ll 1$ представляется корректным. Опыты [3] хорошо подтверждают закономерность (1.7). Функция $f(\eta)$ и выбор температуры T_s на поверхности пористого слоя в качестве опорной при определении ΔT характеризует отклонения условий проведения эксперимента от классической постановки задачи на теплообмен в бесконечном объеме пористой среды.

Таким образом, выполненные теоретические и экспериментальные исследования течения и теплообмена в условиях естественной конвекции горизонтального цилиндра, расположенного в ячейке Хил — Шоу, показали хорошее их соответствие. Расчеты также свидетельствуют о том, что уменьшение числа Da начиная со значения 0,05 практически не влияет на результаты.

Известные теоретические модели и экспериментальные данные по теплообмену изотермических горизонтальных цилиндров в пористых средах при естественной конвекции в целом подтверждают аналогию процесса теплообмена в пористой среде в режиме фильтрации Дарси и в узкой щели. Однако ограниченное количество опытных данных пока не позволяет установить точные границы применимости такой аналогии. Требуются дополнительные экспериментальные исследования для пористых сред, весьма аккуратное использование при обработке опытов таких величин, как проницаемость среды в пристенной области и эффективные коэффициенты переноса, особенно при сопоставлении с асимптотическими закономерностями, полученными в приближении пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fand R. M., Steinberger T. E., Cheng P. Natural convection heat transfer from a horizontal cylinder embedded in a porous medium // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1986. V. 29, N 1. P. 119–133.

2. **Schrock V. E., Ferkandez R. T., Kesavan K.** Heat transfer from cylinders embedded in a liquid filled porous medium // Proc. 4th Intern. Heat Transfer Conf., Paris — Versailles, 1970. V. 7. P. CT-3.6.
3. **Ferkandez R. T., Schrock V. E.** Natural convection from cylinders buried in a liquid-saturated porous medium // Proc. 7th Intern. Heat Transfer Conf., Munchen, 1982. V. 2. P. 335-340.
4. **Бэр Я., Заславски С., Ирмей Д.** Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1972.
5. **Горин А. В., Нартов В. П., Хоруженко А. Г., Чупин В. М.** Численное и экспериментальное исследование естественной конвекции в узкой полости // Гидродинамика и тепломассообмен в неподвижных зернистых слоях: Сб. ст. / Под ред. В. Е. Накорякова. Новосибирск, 1991. С. 95-126.
6. **Gorin A. V., Chupin V. M., Nakoryakov V. E.** Heat transfer under natural convection in narrow channel // Proc. Eur. Seminar Nr. 16 «Natural Circulation in Industrial Application», Pisa, Italia, 1992. P. 213-218.
7. **Vorontzov S. S., Gorin A. V., Nakoryakov V. E., et al.** Natural convection in a Hele — Shaw cell // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. V. 34, N 3. P. 703-709.
8. **Kuehn T. H., Goldstein R. J.** Numerical solution to the Navier-Stokes equations for laminar natural convection about a horizontal isothermal circular cylinder // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1980. V. 23, N 7. P. 971-980.
9. **Ingham D. B., Pop I.** Natural convection about a heated horizontal cylinder in a porous medium // J. Fluid Mech. 1987. V. 184. P. 157-181.

Поступила в редакцию 28/V 1997 г.
