УДК 535.341

Расчет ослабления пропускания потока ИК-излучения на наклонной трассе в атмосфере с учетом сферичности земной поверхности

И.В. Знаменский¹, А.А. Тихомиров^{2*}

¹ НПК «Системы прецизионного приборостроения» 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, 53 ² Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН 634055, г. Томск, пр. Академический, 10/3

Поступила в редакцию 23.12.2019 г.

Представлены соотношения и результаты расчетов эффективной толщины осажденного слоя водяного пара и эффективной длины оптического пути, приведенной по поглощающей способности углекислого газа к приземному слою атмосферы. Расчеты выполнены для оптико-электронных систем ИК-диапазона, работающих на наклонных трассах при углах места менее 20° с учетом сферичности земной поверхности.

Ключевые слова: ИК-излучение, ослабление пропускания, наклонные трассы, малые углы места, сферичность земной поверхности; infrared radiation, attenuation, slant path, small elevation, sphericity of the Earth's surface.

Введение

В настоящее время в оптико-электронных системах (ОЭС) наземных комплексов обзора космического пространства и слежения за космическими объектами широко применяется ИК-излучение. При этом используются окна прозрачности атмосферы в диапазонах 1,8–2,7; 3,0–5,3 и 8–13 мкм. Иногда эти диапазоны разбиваются на поддиапазоны для улучшения характеристик обнаружения сигнала с помощью охлаждаемого интерференционного фильтра. Выбор диапазона также определяется спектральной чувствительностью существующих матричных фотоприемников.

При оценке освещенности входного зрачка ОЭС от объекта используется упрощенная интегральная оценка пропускания атмосферы в заданном ИК-диапазоне. ОЭС оперативно вычисляет яркость объекта наблюдения по величине принятого сигнала, используя рассчитанное значение пропускания атмосферы (входные параметры: температура, давление, влажность и метеорологическая дальность видимости). Остальные параметры (дальность, площадь входного зрачка) известны.

Ослабление интенсивности ИК-излучения в атмосфере в основном происходит за счет его поглощения парами воды H₂O и углекислым газом CO₂ [1–4]. Для определения ослабления за счет H₂O необходимо знать эффективную толщину слоя осажденного водяного пара [1, 3, 4, 6], а для CO₂ – приведенную к приземному слою толщину слоя атмосферного воздуха [1].

При определении толщины слоя осажденных паров H_2O следует учитывать высотный профиль влажности [3, 6] и уменьшение поглощающей способности водяного пара с высотой. Толщина слоя воздуха, приведенная к приземному слою на горизонтальной трассе, расположенной над Землей на высоте H, экспоненциально зависит от высоты из-за экспоненциальной зависимости давления от высоты [1, 3]. Поглощающая способность углекислого газа также меняется с высотой по экспоненциальному закону. Кроме того, на наклонных трассах необходимо знать функциональную зависимость H от длины пути D с учетом кривизны земной поверхности.

Коэффициенты пропускания атмосферой монохроматического излучения, ослабление которого связано с поглощением H_2O и CO_2 , могут быть определены по таблицам в [1, 3, 5]. Однако при этом необходимо знать эффективную толщину слоя осажденного водяного пара $W_{\rm eff}$ и эффективную длину оптического пути $L_{\rm eff}$, приведенную по поглощающей способности углекислого газа к приземному слою.

В монографиях [1, 2] представлены зависимости высоты от длины пути, которые можно использовать только для углов места $\beta \ge 20^\circ$. В настоящей статье рассмотрена возможность определения $W_{\rm eff}$ и $L_{\rm eff}$, приведенной по поглощающей способности CO₂ к приземному слою, для наклонных трасс при $\beta < 20^\circ$ с учетом сферичности земной поверхности.

Методики, в которых для определения ослабления излучения используются метод Монте-Карло [7]

^{*} Игорь Всеволодович Знаменский (06-21@npk-spp.ru); Александр Алексеевич Тихомиров (tikhomirov@imces.ru).

[©] Знаменский И.В., Тихомиров А.А., 2020

или пакет программ (например, LibRadtran), практически не применяются в реальных ОЭС из-за необходимости ручного ввода входных данных, большого времени вычислений и дороговизны (особенно в случаях, когда пропускание атмосферы вычисляется для меняющегося угла места при сопровождении объекта контроля).

Основные математические соотношения для расчета длины пути распространения излучения в атмосфере в зависимости от угла места β

Для определения наклонной дальности D_i — расстояние до *i*-го слоя атмосферы — как функции высоты H и угла места β воспользуемся вспомогательным углом θ_i (рис. 1).

Угол θ_i — это угол между прямой O_1 —O, проведенной из центра Земли до места расположения ОЭС на ее поверхности, и прямой O_1 —10, проходящей из центра Земли до *i*-го слоя атмосферы (рис. 1). Его значение определяется из прямоугольного треугольника $O_1 - O - 1$:

$$\theta_i = \operatorname{arctg} \left(L_i / R_3 \right). \tag{1}$$

Здесь L_i — горизонтальная дальность (длина отрезка O-1); R_3 — радиус Земли (6371 км).

Высоту до *i*-го слоя атмосферы определим как

$$H_i = h_i + \Delta h_i, \tag{2}$$

где $h_i = D_i (\sin\beta / \cos\theta_i).$

Расстояние от поверхности Земли до горизонтальной прямой L_i определяется как $\Delta h_i = R_3 \times (\cos \theta_i)^{-1} - 1]$. Тогда высоту верхней кромки атмосферы $H_n = H$ можно задать соотношением

$$H_n = h_n + \Delta h_n. \tag{3}$$

Подставив значения h_i и Δh_i в (2), после преобразований имеем

$$\cos\theta_i = (D_i \sin\beta + R_3) / (H_i + R_3). \tag{4}$$



Рис. 1. К определению дальности и энергетического ослабления излучения при работе ОЭС на наклонных трассах для β < 20°: О – точка размещения ОЭС на поверхности Земли; О₁ – центр Земли; R₃ – радиус Земли

Знаменский И.В., Тихомиров А.А.

Используя несколько другой подход, с помощью расстояния $(L_i + \Delta L_i)$ можно получить

$$\sin\theta_i = (D_i \cos\beta) / (H_i + R_3), \tag{5}$$

где ΔL_i — длина отрезка 1—4 (см. рис. 1). Возведя в квадрат каждое из выражений (4) и (5) и сложив их, после преобразований получим квадратное уравнение для определения D_i :

$$D_i^2 + 2D_i R_3 \sin\beta - (H_i^2 + 2H_i R_3) = 0.$$
 (6)

Его решение имеет вид

$$D_i = R_3 \left[\sqrt{\sin^2 \beta + (H_i/R_3)^2 + (2H_i/R_3)} - \sin \beta \right].$$
(7)

Дальность D до верхней кромки атмосферы (O-12 на рис. 1), в зависимости от β , определяется при подстановке в (7) $H_i = H$.

На рис. 2 приведена зависимость наклонной дальности D до верхней кромки атмосферы от β , построенная по соотношению (7) с H = 25 км в качестве примера.



Рис. 2. Зависимость наклонной дальности до верхней кромки атмосферы от угла места ОЭС

Из рис. 2 видно, что зависимость D от β является существенно нелинейной из-за сферичности Земли. Поэтому использование зависимости

$$H = D\sin\beta \tag{8}$$

приводит к значительной ошибке вычисления H при $\beta < 20^{\circ}$.

Если задавать значения D_i , тогда из уравнения (6)

$$H_{i} = R_{3} \left[\sqrt{1 + (D_{i}/R_{3})^{2} + (2D_{i}/R_{3})\sin\beta} - 1 \right]$$
при $H_{i} \le H.$ (9)

Расчет толщины слоя осажденного водяного пара на наклонной трассе в атмосфере

Эффективная толщина слоя осажденного водяного пара на пути распространения потока излуче-

ния вдоль горизонтальной трассы на высоте H над земной поверхностью определяется как

$$W_{\rm effH} = W_0 L \exp(-0.5154H), \tag{10}$$

где L — длина пути распространения излучения, км; W_0 — удельное количество осажденной воды на единицу длины трассы, мм/км [1, 5].

Если *H* определяется соотношением (8), то на наклонных трассах эффективная толщина

$$W_{\rm eff} = W_0 \int_0^D \exp(-0.5154H) dx,$$
 (11)

или

$$W_{\rm eff} = W_0 \, G, \tag{12}$$

где

$$G = \left[1 - \exp(-0.5154H)\right] / 0.5154\sin\beta.$$
(13)

Соотношение (13) получено без учета сферичности Земли. Сомножитель G – дальность, приведенная к приземному слою по содержанию паров воды [1]. При малых углах β погрешность определения G резко возрастает и $G \rightarrow \infty$ при $\beta \rightarrow 0$. Основная погрешность определения G вытекает из зависимости (8).

В [1, 2] показано, что с учетом кривизны земной поверхности при β ≥ 20° эффективную толщину осажденного водяного пара можно рассчитать по формуле

$$W_{\rm eff} = W_0 \exp(-0.5154H) \times (14)$$

$$\left[1 - (\xi/\xi_1) \exp(-\xi^2 - 2\xi\xi_0) \right] / 0.5154 \sin\beta,$$

где $\xi_1 = \xi + \xi_0$; $\xi = L(0,2577/R_3)^{1/2} \cos\beta$; $\xi_0 = (0,2577R_3)^{1/2} \times \times tg\beta$; L -длина пути в атмосфере.

Рассмотрим возможность определения $W_{\rm eff}$ с учетом сферичности земной поверхности для наклонных трасс при $\beta < 20^{\circ}$. Для этого преобразуем соотношение (9) с учетом того, что

$$(1+X)^{1/2} \approx 1 + X/2$$
 при X < 1. (15)

Тогда

×

$$H = D\sin\beta + D^2/2R_3 \tag{16}$$

И

$$W_{\rm eff} = W_0 \int_0^D \exp(-ax) \exp(-bx^2) dx, \qquad (17)$$

где $a = 0.5154 \sin\beta$; $b = 0.2577 / R_3$. Разложим вторую экспоненту выражения (17) в ряд Тейлора:

$$W_{\rm eff} = W_0 \int_0^D \exp(-ax) (1 - bx^2 + b^2 x^4/2) dx.$$
 (18)

Этот интеграл берется по частям, и окончательно получим

$$W_{\rm eff} = W_0 J_0, \tag{19}$$

Расчет ослабления пропускания потока ИК-излучения на наклонной трассе в атмосфере с учетом... 317

где

$$J_{0} = (1/a) \Big[(1 - e^{-aD}) (1 + 3\zeta^{2} - \zeta) + (1 - 3\zeta) \times$$

$$\times De^{-aD} (2b/a + Db) - D^{3}e^{-aD}b (2b/a + Db/2) \Big],$$

$$\zeta = 2b/a^{2} = (0.5154R_{3}\sin^{2}\beta)^{-1}.$$
(196)

В выражении (19а) вторым и третьим слагаемыми в квадратных скобках можно пренебречь, тогда

$$J_1 = (1/a) \Big[\Big(1 - e^{-aD} \Big) \Big(1 + 3\zeta^2 - \zeta \Big) \Big],$$
 (20)

$$W_{\rm eff} = W_0 J_1. \tag{21}$$

В табл. 1 представлены результаты расчета эквивалентного пути, приведенного к приземному слою по содержанию паров воды. Видно, что погрешность не превышает -11,2% при $\beta = 2^\circ$, -3,436% при $\beta = 2,5^\circ$ и 0,5% при $\beta \ge 3,5^\circ$.

Расчет эффективной длины пути распространения излучения в атмосфере, приведенной по поглощающей способности углекислого газа к приземному слою

Эффективная длина пути излучения, приведенная по поглощательной способности углекислого газа к приземному слою атмосферы, для горизонтальной трассы на высоте *H* над земной поверхностью определяется как [1]:

$$L_{\rm effH} = L_H \exp(-0.313H),$$
 (22)

где L_H — длина пути распространения излучения на горизонтальной трассе на высоте H. Значение $L_{\rm eff}$ на наклонной трассе может быть определено в виде [1]:

$$L_{\rm eff} = \int_{0}^{D} \exp(-0.313H) dx \,. \tag{23}$$

Эффективная длина пути при $\beta \ge 20^{\circ}$ находится для зависимости от высоты *H*, определяемой по (8):

$$L_{\rm eff} = [1 - \exp(-0.313H)] / 0.313 \sin\beta.$$
(24)

При $\beta < 20^{\circ}$ погрешность вычисления $L_{\rm eff}$ по соотношению (24) резко возрастает.

Рассмотрим возможность определения $L_{\rm eff}$ для наклонных трасс с учетом сферичности земной поверхности. Высота *H* определяется выражением (9), тогда соотношение (23) можно представить в виде

$$L_{\rm eff} = \int_{0}^{D} \exp\left[-0.313\left(D\sin\beta + D^2/2R_3\right)\right] dx, \quad (25)$$

или

$$L_{\rm eff} = \int_{0}^{D} \exp(-a_1 x) \exp(-b_1 x^2) dx,$$
 (25a)

Таблица 1

Погрешность определения эквивалентного пути, приведенного к приземному слою по содержанию паров воды, для принятой высоты атмосферы H = 20 км

				• •	
β, град	<i>D</i> , км	J_0 , км	J_1 , км	$J_{ m 1sum}$, км	δ, %
2	384,79	50,6238	52,0701	46,8651	-11,1063
2,5	351,706	40,5098	40,7652	39,4115	-3,4348
3	322,58	34,2616	34,32	33,8952	-1,2535
3,5	296,953	29,8028	29,8189	29,6736	-0,49
4	274,388	26,394	26,3992	26,3526	-0,177
4,5	254,483	23,6849	23,6867	23,6796	-0,023
5	236,879	21,4755	21,4761	21,4862	0,047
10	135,904	11,0639	11,0639	1,086	0,1991
15	94,0972	7,46288	7,46287	7,47965	0,2244
20	72,0474	5,65822	5,65821	5,67149	0,2342
30	49,7102	3,87576	3,87576	3,88515	0,2416
40	38,7857	3,01625	3,01625	3,02364	0,2442
50	32,5904	2,53149	2,53149	2,53771	0,2454
60	28,8487	2,23948	2,23948	2,24501	0,2461
70	26,5976	2,06404	2,06404	2,06914	0,2464
80	25,3841	1,96955	1,96955	1,97442	0,2466
90	25	1,93965	1,93965	1,94444	0,2466

П римечание. *D* вычислена по формуле (7); J_1 – множитель, определяемый соотношением (20); J_0 – множитель, определяемый соотношением (19а); J_{1sum} – интеграл из формулы (11), определенный численным методом; $\delta = [(J_{1sum} - J_1) / J_{1sum}] \cdot 100\%$ – относительная погрешность определения J_1 .

где

$$a_1 = 0.313 \mathrm{sin}\beta,$$
 (256)

$$b_1 = 0,313/(2R_3). \tag{25b}$$

Разложим вторую экспоненту выражения (25а) в ряд Тейлора:

$$L_{\rm eff} = \int_{0}^{D} \exp(-a_1 x) (1 - b_1 x^2 + b_1^2 x^4 / 2) dx.$$
 (26)

Этот интеграл берется по частям, и окончательно получим

$$L_{\rm eff} = (1/a_1) \Big[\Big(1 - e^{-a_1 D} \Big) \Big(1 + 3\zeta_1^2 - \zeta_1 \Big) \Big], \qquad (27)$$

где

$$\zeta_1 = \left(2b_1/a_1^2\right) = \left(0,313R_3\sin^2\beta\right)^{-1}.$$
 (28)

В табл. 2 представлены результаты расчета эффективной длины, приведенной по поглощающей способности CO₂ к приземному слою (соотношение (27)).

Видно, что относительная погрешность не превышает -11,93% при $\beta = 2,5^{\circ}$, -4,45% при $\beta = 3^{\circ}$, и 0,9% при $\beta = 4^{\circ}$.

Заключение

В результате выполненных расчетов мы получили:

1) соотношение для определения наклонной дальности до i-го слоя атмосферы при угле места $\beta < 20^{\circ}$ с учетом сферичности Земли;

2) соотношение для вычисления высоты до *i*-го слоя атмосферы в зависимости от наклонной дальности и при малых углах места ОЭС с учетом сферичности Земли;

 эффективную толщину слоя осажденного водяного пара на наклонных трассах в атмосфере, что делает возможным использование в инженерных расчетах величины ослабления в атмосфере за счет поглощения излучения парами H₂O;

4) длину пути, приведенную по поглощательной способности CO_2 к приземному слою атмосферы на наклонной трассе, что позволит использовать в инженерных расчетах величину ослабления в атмосфере за счет поглощения излучения молекулами CO_2 .

- 1. *Павлов А.В.* Оптико-электронные приборы (Основы теории и расчета). М.: Энергия, 1974. 359 с.
- 2. Зуев В.Е. Прозрачность атмосферы для видимых и инфракрасных лучей. М.: Советское радио, 1966. 318 с.
- 3. *Криксунов Л.З.* Справочник по основам инфракрасной техники. М.: Советское радио, 1978. 400 с.

Таблица 2

β, град	D, км	$L_{0\mathrm{eff}}$, км	$L_{ m eff}$, км	$L_{1 \mathrm{sum}}$, км	δ, %
2,5	351,706	64,0861	68,6356	61,3199	-11,9304
3	322,58	54,4388	55,724	53,3477	-4,45429
3,5	296,953	47,5643	47,9691	47,0996	-1,846
4	274,388	42,3019	42,4334	42,0937	-0,806949
4,5	254,483	38,1017	38,1401	38,0068	-0,35075
5	236,879	34,6571	34,6623	34,6155	-0,135232
10	135,904	18,1011	18,0967	18,1134	0,0922454
15	94,0972	12,2492	12,2478	12,2585	0,0872163
20	72,0474	9,29815	9,29754	9,30539	0,084409
30	49,7102	6,37456	6,37437	6,37962	0,0823141
40	38,7857	4,96242	4,96233	4,96638	0,08159
50	32,5904	4,16545	4,16539	4,16878	0,0812643
60	28,8487	3,68523	3,6852	3,68819	0,0810966
70	26,5976	3,39667	3,39664	3,39939	0,081006
80	25,3841	3,24123	3,2412	3,24383	0,0809604
90	25	3,19204	3,19201	3,1946	0,0809464

Относительная погрешность определения эффективной длины пути, приведенной к приземному слою по поглощающей способности углекислого газа, для принятой высоты атмосферы H = 25 км

Примечание. D вычислена по формуле (2); L_{1sum} – интеграл из формулы (23), полученный численным методом; $\delta = [(L_{1sum} - L_{eff}) / L_{1sum}] \cdot 100\%$ – относительная погрешность определения L_{eff} .

- 4. *Михеев С.В.* Основы инфракрасной техники. СПб: Университет ИТМО, 2017. 127 с.
- 5. *Хадсон Р.* Инфракрасные системы. М.: Мир, 1972. 535 с.
- 6. Апорович В.А., Минов А.И. Методика оценки пропускания инфракрасного излучения атмосферой при наблюдении воздушного объекта из космоса // Докл.

Белорусского гос. ун-та информатики и радиоэлектроники. 2011. № 2 (56). С. 109–114.

 Zhuravleva T., Nasrtdinov I., Chesnokova T., Ptashnik I. Monte Carlo simulation of thermal radiative transfer in spatially inhomogeneous clouds taking into account the atmospheric sphericity // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2019. N 236. P. 106602.

I.V. Znamenskii, A.A. Tikhomirov. Calculation of transmittance attenuation of infrared radiation stream on slant paths in the atmosphere, taking into account the sphericity of the Earth's surface.

Relations and calculation results are presented for determining the effective thickness of the deposited water vapor layer and the effective optical path length adjusted by the absorption capacity of carbon dioxide to the surface layer, taking into account the sphericity of the earth's surface for the operation of infrared optoelectronic systems on slant paths at elevation angles of less than 20°.