

УДК 539.376:539.4.014.13

ВЛИЯНИЕ ТЕРМОЭКСПОЗИЦИИ НА РЕЛАКСАЦИЮ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УПРОЧНЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, В. В. Цветков

Самарский государственный технический университет, 443100 Самара, Россия
E-mails: radch@samgtu.ru, saushkin.mn@samgtu.ru, vi.v.tsvetkoff@mail.ru

Исследуется влияние термоэкспозиции (высокотемпературной выдержки) ($T = 675$ °С) на релаксацию остаточных напряжений ползучести в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце из сплава марки ЖС6УВИ. Анализ проводится с использованием экспериментальных данных для остаточных напряжений после процедуры упрочнения микрошариками и после выдержек при температуре $T = 675$ °С в течение 50, 150 и 300 ч. Приведена методика решения краевой задачи ползучести упрочненного цилиндрического образца с начальным напряженно-деформированным состоянием в условиях термоэкспозиции. С использованием одноосных экспериментальных кривых ползучести, полученных при постоянных напряжениях 500, 530, 570, 600 МПа, построены модели, описывающие первую и вторую стадии ползучести. Выполнено сравнение расчетных и экспериментальных данных для продольной (осевой) компоненты тензора остаточных напряжений, показавшее, что они удовлетворительно согласуются.

Ключевые слова: цилиндрический образец, поверхностное пластическое упрочнение, обработка микрошариками, остаточные напряжения, температурные выдержки, ползучесть, реологическая модель, краевая задача, релаксация напряжений.

DOI: 10.15372/PMTF20160320

Введение. В машиностроении, аэрокосмическом и энергетическом промышленных комплексах эксплуатационные характеристики деталей и элементов конструкций определяются состоянием поверхностного слоя, в первую очередь остаточными сжимающими напряжениями, возникающими при различных технологических процессах обработки. Начиная с 60-х гг. XX в. теоретическому и экспериментальному исследованиям формирования остаточных напряжений после процедуры поверхностного пластического упрочнения посвящено большое количество работ (см., например, [1–6]). После обработки материала с использованием методов поверхностного пластического деформирования изменяются структура и твердость, вследствие наведения сжимающих остаточных напряжений улучшаются эксплуатационные характеристики деталей (сопротивление усталости, коррозионное растрескивание, трибологические характеристики и т. д.) при нормальных и умеренных температурах. Данная проблема актуальна также в настоящее время. В работах [7–17] уста-

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания Самарского государственного технического университета (проект № 1151) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 16-01-00249).

© Радченко В. П., Саушкин М. Н., Цветков В. В., 2016

новлено, что существенное влияние, например, на характеристики сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей оказывают сжимающие остаточные напряжения.

Целесообразность использования методов поверхностного пластического деформирования для увеличения усталостной и длительной прочности и т. д. при высоких температурах определяется характером процесса релаксации наведенных сжимающих остаточных напряжений ползучести в условиях термоэкспозиции (температурной выдержки без нагрузки), а также воздействием квазистатических или циклических нагрузок. Большое количество работ, посвященных изучению релаксации остаточных напряжений при высокотемпературном нагружении, имеют экспериментальный характер. В работах [18–25] исследовалась релаксация наведенных остаточных напряжений в простейших деталях (цилиндрические полые или сплошные образцы, призматические тела) в условиях термоэкспозиции либо одноосного нагружения при высоких температурах, в работах [26–29] изучалось влияние циклических нагрузок на релаксацию остаточных напряжений. В [30] экспериментально исследовалось влияние температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний на физико-механические характеристики (микротвердость, шероховатость, размер зерна) в упрочненных полых цилиндрических образцах из алюминиевых сплавов.

Теоретические методы оценки остаточных напряжений в процессе их формирования после процедуры упрочнения и в процессе их релаксации находятся в стадии разработки и в основном представляют собой одноосные (стержневые) модели [19, 29]. В полном объеме задача о релаксации остаточных напряжений для упрочненного цилиндрического образца при растяжении вследствие ползучести решена в работах [6, 31], в [32] предложен метод решения для сплошного цилиндрического образца в условиях совместного растяжения и кручения. Однако проверка соотношений, описывающих процесс релаксации, в настоящее время выполнена лишь для сплошных цилиндрических образцов в условиях термоэкспозиции [31] с использованием данных эксперимента [2] для осевой компоненты остаточных напряжений после процедуры упрочнения и термоэкспозиции. В [32] для построения модели ползучести использовались данные других работ, поскольку в [2] экспериментальные кривые ползучести для исследуемого материала не представлены.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния термоэкспозиции (высокотемпературной выдержки) на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочненном сплошном цилиндрическом образце для проверки адекватности метода, предложенного в работе [31]. При этом использовались экспериментальные данные [19] о кинетике остаточных напряжений для цилиндра из сплава марки ЖС6УВИ после процедуры упрочнения микрошариками при комнатной температуре ($T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$) в момент времени $t = 0$ и после выдержек при температуре $T = 675\text{ }^{\circ}\text{C}$ в моменты времени $t = 50, 150, 300$ ч. Также в работе [19] приведены экспериментальные кривые ползучести сплава марки ЖС6УВИ при $T = 675\text{ }^{\circ}\text{C}$ и различных значениях напряжений.

Решение поставленной задачи включает следующие этапы: 1) формирование начального напряженно-деформированного состояния в образце после процедуры поверхностного пластического деформирования по методике, изложенной в [6, 33]; 2) расчет полей остаточных напряжений в упрочненном образце при температурном нагружении от значения $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ (температура упрочнения) до значения $T = 675\text{ }^{\circ}\text{C}$ (температура термоэкспозиции) ($t = 0$); 3) решение по методике [31] краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при термоэкспозиции ($T = 675\text{ }^{\circ}\text{C}$); 4) расчет финишных полей остаточных напряжений при температурной разгрузке от значения $T = 675\text{ }^{\circ}\text{C}$ до значения $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ за заданное время после завершения процесса ползучести.

1. Формирование начального напряженно-деформированного состояния в сплошном цилиндрическом образце после поверхностного пластического деформирования. Пусть в поверхностном слое сплошного цилиндрического образца радиусом R с помощью методов поверхностного пластического деформирования (пневмодробеструйная обработка) наведены остаточные напряжения и пластические деформации. Задачу будем решать в стандартной цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Обозначим через σ_r^{res} , σ_θ^{res} , σ_z^{res} радиальное, окружное и осевое остаточные напряжения, через q_r , q_θ , q_z — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Недиagonalными компонентами тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций будем пренебрегать в силу их малости по сравнению с диагональными компонентами.

В предположении, что в области сжатия поверхностного слоя вторичные пластические деформации отсутствуют, и с использованием экспериментально определенной компоненты $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$ в работах [6, 33] для остальных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций получены зависимости

$$\sigma_r^{res} = -\frac{1}{r} \int_r^R \sigma_\theta^{res}(\xi) d\xi; \quad (1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_0^r \xi^{\nu-1} [\sigma_r^{res}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{res}(\xi)] d\xi - \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} [(1-\mu)\sigma_\theta^{res}(r) - \mu\sigma_r^{res}(r)], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}; \quad (2)$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r); \quad (3)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \left(q_z(r) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)] \right) dr; \quad (4)$$

$$\sigma_z^{res}(r) = E(\varepsilon_z^0 - q(r)) + \mu(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)), \quad (5)$$

где E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения [19, 22]. В случае пневмодробеструйной обработки микрошариками $\alpha = 1$, эпюры напряжений σ_θ^{res} , σ_z^{res} практически совпадают [6].

Схема расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошном цилиндре после упрочнения его поверхности (в момент времени $t = 0 - 0$) имеет вид

$$\sigma_\theta^{res}(r) \xrightarrow{(1)} \sigma_r^{res}(r) \xrightarrow{(2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(3)} q_r(r), \quad q_z(r) \xrightarrow{(4)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(5)} \sigma_z^{res}(r) \quad (6)$$

(числа над стрелками означают номера формул, по которым рассчитывается соответствующая величина). Из схемы (6) следует, что в конечном счете компоненты σ_r^{res} , σ_z^{res} , q_r , q_θ , q_z определяются через параметр σ_θ^{res} ($\alpha = 1$).

Таким образом, феноменологическая модель (6) основана на имеющихся экспериментальных данных о распределении компоненты $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$. Однако экспериментально ее можно определить только в тонком упрочненном слое (области сжатия), поэтому эти данные необходимо экстраполировать на всю область $0 \leq r \leq R$. Для этого можно использовать аппроксимацию вида

$$\sigma_\theta^{res}(r) = \sigma_0 + \sigma_1 e^{-(R-r)^2/b^2}, \quad (7)$$

где σ_0 , σ_1 , b — параметры аппроксимации [6].

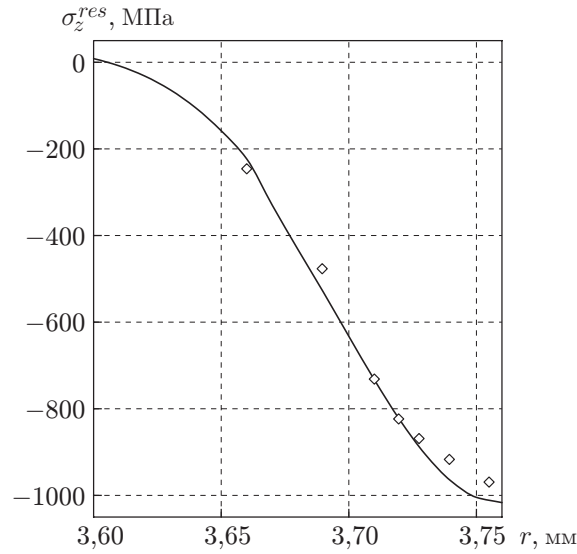


Рис. 1. Распределение осевой компоненты по радиусу цилиндрического образца из сплава марки ЖС6УВИ после его упрочнения:
линии — расчет, точки — эксперимент

На рис. 1 приведены экспериментальные и расчетные значения осевой компоненты $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$ для цилиндрического образца радиусом $R = 3,76$ мм из сплава марки ЖС6УВИ после процедуры пневмодробеструйной обработки микрошариками при $T = 20$ °С, $E_0 = 2,3 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$ [19]. Для построения аппроксимации (7) используется условие самоуравновешенности для компоненты $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$:

$$\int_0^R \sigma_\theta^{res}(r) dr = 0,$$

а также условия в характерных точках

$$\sigma_\theta^{res}(R) = \sigma^*, \quad \sigma_\theta^{res}(r_0) = 0, \quad (8)$$

где σ^* — экспериментальное значение напряжения на поверхности цилиндра; r_0 — значение радиуса, при котором окружная компонента равна нулю. Из этих трех условий получаем систему трех нелинейных уравнений относительно параметров σ_0 , σ_1 , b в (7), которая решается численно. Однако, поскольку в [19] экспериментальная кривая приведена не для компоненты σ_θ^{res} , а для величины σ_z^{res} , методика определения параметров аппроксимации (7) усложняется. С учетом близости зависимостей $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$ и $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$ начальные приближения для величин σ^* , r_0 в (8) выбираются из зависимостей для осевой компоненты, определяются начальные значения σ_0 , σ_1 , b аппроксимации (7), численно реализуется схема (6), определяется зависимость $\sigma_z^{res} = \sigma_z^{res}(r)$ и вычисляется функционал среднеквадратичного отклонения расчетных значений $\sigma_z^{res}(r_k)$ от соответствующих экспериментальных значений $\sigma_z^{res*}(r_k)$:

$$\Delta_z(\sigma_0, \sigma_1, b) = \left(\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{res}(r_k) - \sigma_z^{res*}(r_k)]^2 / \sum_{k=1}^N [\sigma_z^{res*}(r_k)]^2 \right)^{1/2} \quad (9)$$

(N — число точек дискретизации радиуса r_k в упрочненном слое).

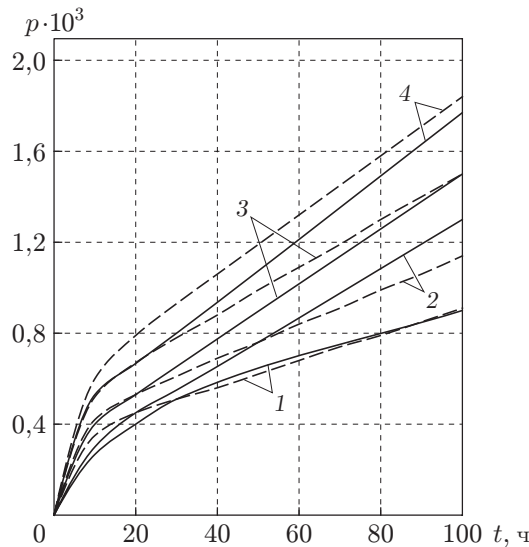


Рис. 2. Кривые одноосной ползучести сплава марки ЖС6УВИ при $T = 675$ °С и различных значениях напряжения:

сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет по модели (11); 1 — $\sigma = 500$ МПа, 2 — $\sigma = 530$ МПа, 3 — $\sigma = 570$ МПа, 4 — $\sigma = 600$ МПа

Далее задача сводится к задаче оптимизации, для решения которой варьируются величины σ^* , r_0 в (8) и как следствие параметры σ_0 , σ_1 , b в (7), при этом на каждом шаге реализуется схема (6) до достижения минимума функционала (9): $\Delta_z(\sigma_0, \sigma_1, b) \rightarrow \min$. В результате реализации этой схемы получены следующие значения параметров: $\sigma_0 = 22,491$ МПа, $\sigma_1 = -1071,865$ МПа, $b = 0,089$ мм. Отклонение расчетных значений от экспериментальных (см. рис. 1) равно $\Delta_z = 3,32$ %.

2. Построение модели ползучести сплава марки ЖС6УВИ при $T = 675$ °С.

При решении задачи о релаксации остаточных напряжений одним из основных этапов является выбор реологической модели. Для ее построения используем экспериментальные кривые ползучести для данного сплава, приведенные в [19] (рис. 2). На этих кривых имеется два участка. Полагая, что деформация ползучести необратима, используем модель ползучести Ю. П. Самарина [34], которая в случае одноосного напряженного состояния имеет вид

$$p = v + w, \quad \dot{w}(t) = c\sigma^n, \quad v(t) = \sum_{k=1}^s v_k(t), \quad (10)$$

$$\dot{v}_k(t) = \begin{cases} \lambda_k [a_k \sigma^m - v_k(t)], & a_k \sigma^m > v_k(t), \\ 0, & a_k \sigma^m \leq v_k(t). \end{cases}$$

Здесь v — вязкопластическая компонента деформации ползучести p ; w — деформация вязкого течения; c , n , λ_k , a_k , m , s — параметры модели, методика определения которых приведена в [34]. При постоянном напряжении $\sigma = \text{const}$ из соотношений (10) для кривой ползучести получаем зависимость

$$p(t) = \sum_{k=1}^s a_k (1 - e^{-\lambda_k t}) \sigma^m + c\sigma^n t. \quad (11)$$

Применяя методику [34] к экспериментальным данным, приведенным на рис. 2, получаем следующие параметры аппроксимации (11) (а значит, и модели (10)): $s = 1$,

$\lambda_k = \lambda = -0,21$, $m = 2,564$, $a_1 = a = 4,221 \cdot 10^{-11}$ МПа $^{-m}$, $n = 4,509$, $c = 4,237 \cdot 10^{-18}$ МПа $^{-n}$. На рис. 2 аппроксимирующие кривые ползучести (11) показаны штриховыми линиями. Видно, что расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются. Отклонение расчетных значений деформации ползучести от экспериментальных в среднеквадратичной норме находится по формуле

$$\delta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\sum_{k=1}^N [p_i(t_k) - p_i^*(t_k)]^2 / \sum_{k=1}^N [p_i^*(t_k)]^2 \right)^{1/2}$$

и равно $\delta = 8,7$ %. Здесь M — число кривых ползучести при постоянных напряжениях (в рассматриваемом случае $M = 4$); N — число точек дискретизации на каждой кривой ползучести; t_k — время дискретизации; $p_i(t_k)$, $p_i^*(t_k)$ — расчетные и экспериментальные значения деформации ползучести, соответствующие кривой с номером i ($i = \overline{1, M}$).

Для случая сложного напряженного состояния модель (10) запишем в виде [34]

$$\begin{aligned} p_{ij} &= v_{ij} + w_{ij}, \quad \dot{w}_{ij} = (3/2)cS^{n-1}(\sigma_{ij} - \sigma_0\delta_{ij}/3), \quad \sigma_0 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}, \\ \dot{v}_{\nu\nu}^k(t) &= (1 + \mu_k)\beta_{\nu\nu}^k(t) - \mu_k(\beta_{11}^k(t) + \beta_{22}^k(t) + \beta_{33}^k(t)), \\ \dot{\beta}_{\nu\nu}^k &= \begin{cases} \lambda[aS^{m-1}\sigma_{\nu\nu} - \beta_{\nu\nu}^k(t)], & aS^{m-1}\sigma_{\nu\nu} > \beta_{\nu\nu}^k(t), \\ 0, & aS^{m-1}\sigma_{\nu\nu} \leq \beta_{\nu\nu}^k(t), \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

где p_{ij} — тензор деформации ползучести; w_{ij} , v_{ij} — тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты p_{ij} ; S — интенсивность напряжений; μ_k — коэффициенты Пуассона для компоненты $v_{\nu\nu}$ (согласно [34] $\mu_k = 0,42$); c , n , λ , a , m — параметры, имеющие тот же смысл, что и в аппроксимации (11) при $s = 1$; компоненты v_{ij} вычисляются в главных осях, поэтому суммирование по индексу ν в (12) не проводится.

3. Решение задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце вследствие ползучести в условиях термоэкспозиции с учетом температурных нагрузок. Рассмотрим режим температурной нагрузки. Полагая, что при температурном нагружении образца от значения $T = 20$ °C ($E_0 = 2,3 \cdot 10^5$ МПа) до значения $T = 675$ °C ($E_1 = 1,85 \cdot 10^5$ МПа) дополнительных пластических деформаций не возникает, для момента полного прогрева цилиндрического образца (считаем, что он произошел мгновенно) соотношение (2) при $T = 675$ °C можно записать в виде

$$\begin{aligned} q_\theta(r) &= \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E_1(1 + \alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_0^r \xi^{\nu-1} \frac{E_1}{E_0} [\sigma_r^{res}(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta^{res}(\xi)] d\xi - \\ &- \frac{1 + \mu}{E_1(1 + \alpha\mu)} \frac{E_1}{E_0} [(1 - \mu)\sigma_\theta^{res}(r) - \mu\sigma_r^{res}(r)], \quad \nu = \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha\mu}, \end{aligned} \quad (13)$$

поскольку величина $q_\theta(r)$ не зависит от температуры. Соотношение (13) выполняется, если все эпюры остаточных напряжений после процедуры упрочнения (при $E = E_0$) умножить на коэффициент E_1/E_0 (таким образом получаем распределение остаточных напряжений при $T = 675$ °C).

Рассмотрим процесс релаксации остаточных напряжений при $T = 675$ °C вследствие деформации ползучести. В момент времени $t = 0 + 0$ (после температурного нагружения до $T = 675$ °C) напряженно-деформированное состояние цилиндрического образца определяется тензором остаточных напряжений:

$$\sigma_{ij}(r, 0 + 0) = \begin{pmatrix} \sigma_r^{res}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z^{res}(r) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^{res}(r) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Компоненты тензора деформаций в любой момент времени t имеют вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_r(r, t) &= e_r(r, t) + q_r(r) + p_r(r, t), & \varepsilon_\theta(r, t) &= e_\theta(r, t) + q_\theta(r) + p_\theta(r, t), \\ \varepsilon_z(r, t) &= \varepsilon_z(t) = e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t),\end{aligned}\quad (15)$$

где p_θ , p_z , p_r — компоненты тензора деформаций ползучести; упругие деформации определяются из закона Гука:

$$e_r(r, t) = [\sigma_r(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_z(r, t))]/E_1; \quad (16)$$

$$e_\theta(r, t) = [\sigma_\theta(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_z(r, t))]/E_1; \quad (17)$$

$$e_z(r, t) = [\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t))]/E_1, \quad (18)$$

при этом при $t = 0 + 0$ компоненты тензора напряжений совпадают с компонентами тензора остаточных напряжений (14). В соотношениях (15) температурные деформации не учитываются, поскольку они однородны по объему цилиндра и не влияют на процесс перераспределения напряжений вследствие ползучести; кроме того, используется гипотеза плоских сечений $\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t)$.

Подставляя (18) в третье соотношение (15), находим

$$\sigma_z(r, t) = E_1[\varepsilon_z(t) - q_z(r) - p_z(r, t)] + \mu[\sigma_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t)]. \quad (19)$$

Вычитая из (16) уравнение (17), исключим компоненту $\sigma_z(r, t)$:

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E_1} [\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)]. \quad (20)$$

С учетом уравнения равновесия

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_\theta(r, t) \quad (21)$$

соотношение (20) запишем в виде

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E_1} r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr}. \quad (22)$$

В формулах (21), (22) и далее для компонент тензора напряжений и тензоров деформаций используется оператор полной производной по переменной r , поскольку время t входит в соотношения параметрически.

Продифференцируем соотношение (17) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E_1} \left[\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (23)$$

Дифференцируя (19) по r и подставляя $d\sigma_z/dr$ в (23), находим

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E_1} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (24)$$

Продифференцировав (21) по r , выразив из полученного величину $d\sigma_\theta/dr$ и подставив ее в (24), имеем

$$\begin{aligned}\frac{de_\theta(r, t)}{dr} &= \frac{1 + \mu}{E_1} \left[r(1 - \mu) \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right].\end{aligned}\quad (25)$$

Преобразуя уравнение совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t)$$

с учетом (15), (22), получаем

$$r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = -\frac{1+\mu}{E_1} r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + (q_r(r) - q_\theta(r)) + \\ + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} \right). \quad (26)$$

Подставляя (25) в равенство (26) и учитывая соотношения для пластических деформаций (3), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно σ_r

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} = g(r, t), \quad (27)$$

где

$$g(r, t) = \frac{E_1}{1-\mu^2} \left[\frac{2+\alpha}{1+\alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - \right. \\ \left. - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r}{1+\alpha} (1+\mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right]. \quad (28)$$

Дифференциальное уравнение (27), (28) с граничными условиями

$$\sigma_r(r, t)|_{r=R} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\sigma_r}{dr} = 0$$

составляет краевую задачу, решение которой имеет вид

$$\sigma_r(r, t) = - \int_r^R \frac{1}{\xi^3} \int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta d\xi. \quad (29)$$

Формула (29) описывает распределение радиальной компоненты тензора напряжений σ_r .

Распределение окружной компоненты σ_θ можно найти из уравнения равновесия (21) при известном σ_r :

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r(r, t)]. \quad (30)$$

Для того чтобы определить σ_z по формуле (19), найдем величину $\varepsilon_z(t)$ из условия равенства нулю суммарного осевого усилия, действующего на образец:

$$\int_0^R r\sigma_z(r, t) dr = 0. \quad (31)$$

Подставляя (19) в (31), выполняя необходимые операции интегрирования и разрешая полученное соотношение относительно $\varepsilon_z(t)$, получаем

$$\varepsilon_z(t) = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \left(q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E_1} [\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)] \right) dr. \quad (32)$$

Вычислив в соответствии с (32) величину $\varepsilon_z(t)$, из (19) можно определить функцию $\sigma_z(r, t)$.

Таким образом, для определения кинетики всех компонент тензора напряжений в поверхностном слое при термоэкспозиции можно использовать алгоритм

$$g(r, t) \xrightarrow{(28),(29)} \sigma_r(r, t) \xrightarrow{(30)} \sigma_\theta(r, t) \xrightarrow{(32)} \varepsilon_z(t) \xrightarrow{(19)} \sigma_z(r, t)$$

(числа над стрелками обозначают номер формулы, по которой вычисляется соответствующая величина).

Пусть в момент времени $t = t^* + 0$ после окончания процесса ползучести проводится температурная разгрузка образца от значения $T = 675^\circ\text{C}$ ($E_1 = 1,85 \cdot 10^5$ МПа) до значения $T = 20^\circ\text{C}$ ($E_0 = 2,3 \cdot 10^5$ МПа). Поскольку полагается, что за время температурной разгрузки пластические деформации и накопленные компоненты деформации ползучести не меняются, для вычисления остаточных напряжений в момент времени $t = t^* + 0$ достаточно полученные к моменту времени $t = t^* - 0$ компоненты тензора напряжений умножить на коэффициент E_0/E_1 (обратный коэффициенту при температурном нагружении).

4. Численная реализация и анализ результатов. При реализации изложенной методики задача ползучести решалась численно с использованием шагов по времени. Процесс реологического деформирования разбивался на отрезки $[t_j, t_{j+1}]$ длиной Δt_j ($j = 0, 1, 2, \dots$), в пределах которых характеристики напряженного состояния полагались постоянными, соответствующими моменту времени $t = t_j$, а приращения компонент тензора деформаций ползучести на этом интервале вычислялись путем численного интегрирования уравнений (12) с помощью метода Эйлера при $\sigma_{11} = \sigma_\theta$, $\sigma_{22} = \sigma_r$, $\sigma_{33} = \sigma_z$. При реализации предложенного метода все производные аппроксимировались соответствующими разностными соотношениями, а интегралы вычислялись по квадратурным формулам численного интегрирования.

Результаты расчета релаксации остаточных напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ в цилиндрическом упрочненном образце в условиях термоэкспозиции при $T = 675^\circ\text{C}$ и различных временах выдержки представлены на рис. 3. Точками на рис. 3 показаны экспериментальные данные для той же компоненты напряжений после обработки микрошариками при $T = 20^\circ\text{C}$ и финишные данные после окончания процесса ползучести за соответствующее время и последующей температурной разгрузки, приведенные в работе [19]. Видно, что расчетные и экспериментальные значения компоненты $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ удовлетворительно согласуются. Заметим, что расчетные и экспериментальные данные в среднеквадратичной норме (9) после процедуры упрочнения различаются на 3,32 %, для финишных эпюр напряжений после окончания процесса ползучести, длительность которого равна $t = 50, 150, 300$ ч, и последующей температурной разгрузки различие значений составило 2,85, 9,25 и 17,94 % соответственно.

Из рис. 3 следует, что максимальные (по модулю) расчетные напряжения σ_z в процессе релаксации уменьшились за $t = 50$ ч на 22 %, за $t = 150$ ч — на 39 %, за $t = 300$ ч — на 54 %, экспериментальные значения — на 23, 42 и 57 % соответственно.

Тем не менее в условиях термоэкспозиции за время $t = (0 \div 300)$ ч при $T = 675^\circ\text{C}$ остаточные напряжения в цилиндрическом образце из сплава марки ЖС6УВИ достаточно высоки, что имеет большое значение, поскольку эффективность использования методов поверхностного пластического деформирования, например для повышения сопротивления усталости деталей в энергомашиностроении и авиадвигателестроении вследствие наличия в поверхностно упрочненном слое сжимающих остаточных напряжений, в настоящее время является общепризнанной [1–17, 19, 29, 31–33]. По значениям остаточных напряжений в процессе ползучести можно судить об эффективности методов поверхностного пластического деформирования (в рассматриваемом случае — пневмодробеструйной обработки поверхности) в условиях высокотемпературного нагружения.

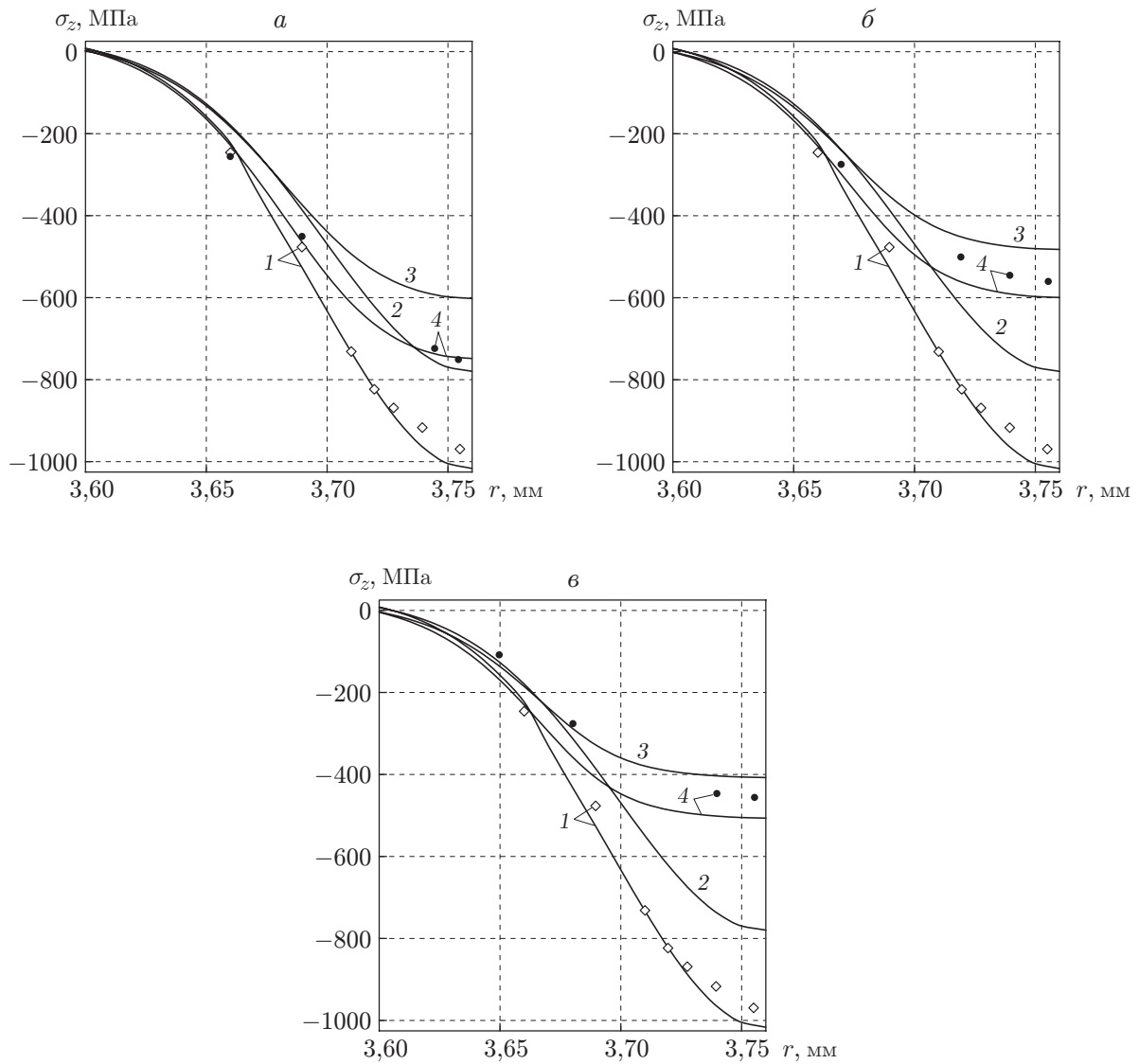


Рис. 3. Распределения остаточных напряжений σ_z в цилиндрическом упрочненном образце по его радиусу в различные моменты времени:

1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 20$ °С до значения $T = 675$ °С при $t = 0 + 0$; 3 — после окончания процесса ползучести в условиях термоэкспозиции при $T = 675$ °С в течение различного времени (*a* — $t = 50 - 0$ ч, *б* — $t = 150 - 0$ ч, *в* — $t = 300 - 0$ ч); 4 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 675$ °С до значения $T = 20$ °С (*a* — $t = 50 + 0$ ч, *б* — $t = 150 + 0$ ч, *в* — $t = 300 + 0$ ч); линии — расчет, точки — эксперимент

ЛИТЕРАТУРА

1. **Биргер И. А.** Остаточные напряжения. М.: Машгиз, 1963.
2. **Павлов В. Ф.** Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. Б. Иванов. Самара: Сам. науч. центр РАН, 2008.
3. **Гринченко И. Г.** Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. М.: Машиностроение, 1971.
4. **Кравченко Б. А.** Термопластическое упрочнение — резерв повышения прочности и надежности деталей машин / Б. А. Кравченко, В. Г. Круцило, Г. Н. Гутман. Самара: Сам. гос. техн. ун-т, 2000.
5. **Сулима А. М.** Поверхностный слой и эксплуатационные свойства ГТД / А. М. Сулима, В. А. Шувалов, Ю. Д. Ягодкин. М.: Машиностроение, 1988.
6. **Радченко В. П.** Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин. М.: Машиностроение-1, 2005.
7. **Altenberger I., Nalla R. K., Sano Y., et al.** On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C // Intern. J. Fatigue. 2012. V. 44. P. 292–302.
8. **Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E., et al.** Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening // Intern. J. Fatigue. 2012. V. 36, N 1. P. 96–108.
9. **Dai K., Shaw L.** Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // Intern. J. Fatigue. 2008. V. 30, N 8. P. 1398–1408.
10. **James M. N., Hughes D. J., Chen Z., et al.** Residual stresses and fatigue performance // Engng Failfure Anal. 2007. V. 14, N 2. P. 384–395.
11. **Majzoobi G. H., Azadikhah K., Nemati J.** The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Mater. Sci. Engng. A. 2009. V. 516, N 1/2. P. 235–247.
12. **McClung R. C.** A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue // Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. 2007. V. 30, N 3. P. 173–205.
13. **Soady K. A.** Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. 2013. V. 29, N 6. P. 637–651.
14. **Terres M. A., Laalai N., Sidhom H.** Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. 2012. V. 35. P. 741–748.
15. **Павлов В. Ф.** О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Изв. вузов. Машиностроение. 1986. № 8. С. 29–32.
16. **Радченко В. П., Афанасьева О. С.** Методика расчета предела выносливости упрочненных цилиндрических образцов с концентраторами напряжений при температурных выдержках в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2009. № 2. С. 264–268.
17. **Павлов В. Ф.** Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. С. Вакулук. Самара: Изд-во Сам. науч. центра РАН, 2012.
18. **Радченко В. П., Кирпичев В. А., Лунин В. А.** Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. 2012. № 3. С. 147–154.

19. **Цейтлин В. И., Колотникова О. В.** Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Пробл. прочности. 1980. № 8. С. 982–984.
20. **Buchanan D. J., John R.** Relaxation of shot-peened residual stresses under creep loading // Scripta Materialia. 2008. V. 59, N 3. P. 286–289.
21. **Lechun Xie, Chuanhai Jiang, Vincent Ji.** Thermal relaxation of residual stresses in shot peened surface layer of (TiB + TiC)/Ti-6Al-4V composite at elevated temperatures // Mater. Sci. Engng. A. 2011. V. 528, N 21. P. 6478–6489.
22. **Foss B. J., Gray S., Hardy M. C., et al.** Analysis of shot-peening and residual stress relaxation in the nickel-based superalloy RR1000 // Acta Materialia. 2013. V. 61, N 7. P. 2548–2559.
23. **Радченко В. П., Кирпичев В. А., Лунин В. А.** Влияние пневмодробеструйной обработки и термоэкспозиции на остаточные напряжения и предел выносливости образцов из сплавов В95 и Д16Т // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2011. № 3. С. 181–184.
24. **Hoffmann J., Scholtes B., Vohringer O., et al.** Thermal relaxation of shot peening residual stresses in the differently heat treated plain carbon steel Ck 45 // Shot Peening: Sci., Technol., Appl. 1987. V. 61, N 7. P. 360–367.
25. **Khadraoui M., Cao W., Castex L.** Experimental investigations and modelling of relaxation behaviour of shot peening residual stresses at high temperature for nickel base superalloys // Mater. Sci. Technol. 1997. V. 13, N 4. P. 360–367.
26. **Evans A., Kim S-B., Shackleton J., et al.** Relaxation of residual stress in shot peened Idimet 720Li under high temperature isothermal fatigue // Intern. J. Fatigue. 2005. V. 27, N 10–12. P. 1530–1534.
27. **Benedetti M., Fontanari V., Scardi P., et al.** Reverse bending fatigue of shot peened 7075-T651 aluminium alloy: the role of residual stress relaxation // Intern. J. Fatigue. 2009. V. 31, N 8/9. P. 1225–1236.
28. **Jong-Cheon Kim, Seong-Kyun Cheong, Hirochi Noguchi.** Residual stress relaxation and low- and high-cycle fatigue behavior of shot-peened medium-carbon steel // Intern. J. Fatigue. 2013. V. 56. P. 114–122.
29. **Колотникова О. В.** Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // Пробл. прочности. 1983. № 2. С. 112–114.
30. **Радченко В. П., Морозов А. П., Лунин В. А.** Исследование кинетики физико-механических параметров сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. № 1. С. 123–132.
31. **Радченко В. П., Саушкин М. Н.** Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99.
32. **Радченко В. П., Цветков В. В.** Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2014. № 1. С. 93–108.
33. **Саушкин М. Н., Радченко В. П., Павлов В. Ф.** Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 2. С. 173–182.
34. **Самарин Ю. П.** Уравнение состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев: Куйбышев. гос. ун-т, 1979.