

УДК 336.64, 336.67

## **ВЫБОР АКТИВОВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ**

**И.А. Тетин**

Национальный исследовательский  
Южно-Уральский государственный университет  
E-mail: itetin.emms@yandex.ru

В статье рассмотрена задача выбора оптимального набора активов для формирования инвестиционного портфеля страховой компании. Описана методика ее решения. Используя стратегию по квантильному критерию, задача выбора сводится к задаче нахождения необходимой доходности, а выбор активов с учетом законодательных ограничений на доли активов в портфеле сводится к выбору рискованных активов. Для выбора рискованных активов с требуемым сочетанием риска и доходности применяется кластерный анализ. Рассмотрен пример выбора активов в категорию акции и сделаны рекомендации по выбору в зависимости от отношения страховой компании к риску.

*Ключевые слова:* инвестиционный портфель, страховая компания, оптимальный набор активов, кластерный анализ.

## **THE CHOICE OF ASSETS FOR FORMING THE INVESTMENT PORTFOLIO OF INSURANCE COMPANY**

**I.A. Tetin**

South Ural State University (National Research University)  
E-mail: itetin.emms@yandex.ru

The task dedicated to the choice of an optimal set of assets for forming the investment portfolio of insurance company was considered. The methodic for solving it was described. With the help of quantile criterion strategy the choice problem is reduced to the problem of finding the necessary profitability and to the choice of risk assets, taking into account legislative restrictions on shares of assets in the portfolio, instead of the choice of all assets. Cluster analysis is applied to the choice of risk assets with the demanded combination of risk and profitability. An example of choice of assets to the category «stocks» was represented and recommendations about a choice depending on the attitude of insurance company towards risk were made.

*Key words:* investment portfolio, insurance company, optimal set of assets, cluster analysis.

Андеррайтинг и инвестиционная деятельность – основные источники получения доходов страховой компании. В условиях конкуренции страховая компания не может получать высокую прибыль от страховых операций, поскольку это может привести к нарушению принципа эквивалентности отношений между страховой компанией и ее клиентами (цена предложения страховой услуги не должна быть выше цены спроса на нее). Зачастую страховая деятельность сама по себе является убыточной, поэтому инвестиционная деятельность становится значимым источником получения денежных средств, которые в том числе направляются на финансирование андеррайтинга.

Цель инвестиционной деятельности состоит в формировании инвестиционного портфеля и управлении им так, чтобы обеспечить уровень доходности, достаточный для компенсации убытков от андеррайтинга. Сущность портфельного инвестирования состоит в распределении инвестиций и в выборе набора активов таким образом, чтобы обеспечить требуемое сочетание доходности и риска. Активы, входящие в состав инвестиционного портфеля, можно разделить на рискованные и безрисковые. Под рискованным активом будем понимать актив с неопределенной доходностью. Под безрисковым – актив, доходность которого известна заранее. Примером безрискового актива служит депозитный вклад.

В отличие от банков, инвестиционных компаний и частных инвесторов, инвестиционная деятельность страховой компании строго регламентирована. Государственные органы осуществляют контроль за размещением страховых резервов. В приказе Министерства финансов РФ от 2 июля 2012 г. № 100н [12] приведены 20 категорий активов, принимаемых для обеспечения страховых резервов, перечислены требования к активам и указаны структурные соотношения активов и страховых резервов, т.е. государством установлены ограничения на долю каждого актива в портфеле.

Таким образом, вопрос выбора подходящей модели оценки финансовых активов и выбора их с учетом законодательных ограничений для формирования инвестиционного портфеля страховой компании представляет особый интерес. В данной статье приведена методика выбора активов для формирования оптимального инвестиционного портфеля страховой компании.

### Обзор литературы

В настоящее время существует большое количество научных трудов отечественных и зарубежных авторов, посвященных теории формирования инвестиционных портфелей, сбалансированных по риску и доходности. Среди возможных подходов к управлению ИП можно выделить два основных. Первый подход, Mean-Variance Approach – подход Марковица [8]. Подход Марковица основан на желании инвестора максимизировать доходность портфеля при минимальном риске или минимизировать риск портфеля для заданной доходности. Оптимальная структура портфеля для выбранной функции риска получается решением задач линейного или стохастического программирования.

Недостатки этого подхода: стратегии управления не зависят от текущего значения капитала и не учитывают динамику цен, ожидаемые доходности активов предполагаются постоянными на всем периоде инвестирования, минимум риска достигается лишь в конце горизонта инвестирования и т.д. [3, с. 77].

Второй подход – подход Мертона [9]. Оптимальная структура портфеля в задаче Мертона получается решением задачи стохастического управления. Для решения задачи необходимо найти стратегию управления портфелем в непрерывном времени для максимизации интегральной функции полезности. Данная функция зависит от значения текущего потребления и от величины капитала на конец периода инвестирования. Мертоном было предложено использовать принцип оптимальности Беллмана и уравнение

Гамильтона–Якоби–Беллмана (Г–Я–Б) [6]. Подходом Мертона можно решить задачу оптимизации для случая, когда портфель включает в себя один рискованный актив. В многомерном случае, имея диверсифицированный портфель из множества активов, применение традиционных подходов к оптимизации портфеля упирается в проблему численного решения дифференциальных уравнений динамического программирования Г–Я–Б, которая известна как «проклятие размерности» [10].

Стоит отметить, что применение математического ожидания как критерия качества инвестиций неприемлемо, поскольку в асимптотике при стремлении к бесконечности дохода вероятность разорения стремится к единице. Данная ситуация известна как «биржевой парадокс» [5]. Преодолеть биржевой парадокс можно с использованием стационарных стратегий, например стратегии Келли [7] или квантильного критерия оптимальности [2].

### Методика исследования

Попытки решения задачи нахождения оптимального портфеля для 20 типов активов с помощью подхода Мертона неизбежно приведут к проблеме «проклятия размерности». Поэтому целесообразно разбить данную задачу на два этапа.

Цель первого этапа – сформулировать и найти решение задачи оптимизации с использованием квантильного критерия [2]. На этом этапе все инвестиционные активы разделяются на две группы: рискованные и безрисковые. В результате первого этапа, согласно стратегии по квантильному критерию, формируются два возможных портфеля: рискованный, который содержит максимальную долю рискованных активов, и безрисковый портфель с максимальной долей безрисковых активов. В зависимости от результата андеррайтинга за период страховая компания выдвигает требование по доходности инвестиционного портфеля и в соответствии с этим осуществляет выбор того или иного портфеля [3, с.78].

Данная статья является продолжением исследований, начатых в работе [3], в которой найдено решение первого этапа задачи, и посвящена решению второго этапа задачи. На втором этапе производится выбор оптимального сочетания активов для наполнения портфеля с учетом законодательных ограничений на долю каждой категории актива в портфеле. В случае формирования безрискового портфеля выбираются категории активов, доставляющие максимум доходности. В случае формирования рискованного портфеля выбираются категории активов, доставляющие минимум риска в зависимости от отношения компании к риску. В каждой категории рискованных активов находится кластер с требуемыми параметрами доходности или риска. Выбранные активы подвергаются дальнейшему анализу.

### Формирование портфеля по квантильному критерию

Согласно Приказу Министерства финансов РФ от 2 июля 2012 г. № 100н инвестиционный портфель может целиком состоять только из рискованных активов. Минимальная же доля рискованных активов в портфеле равна 30 % [3, с. 78].

Пусть страховой рынок в течение месяца  $t = 0, 1, \dots, T$  состоит из некоторого числа  $J(t)$  страховщиков  $j = 1, 2, \dots, J(t)$ .

Инвестиционные активы  $I_j(t)$  полагаем равными доле  $k_j^0(t) \in (0, 1)$  страховых резервов,  $S_j(t-1)$  в предыдущем периоде, т.е. равными  $I_j(t) = k_j^0(t) \cdot S_j(t-1)$ . Необходимо распределить  $I_j(t)$  на период  $t = t_0, t_0 + 1, \dots, T$ , где  $t_0$  – момент начала инвестирования [3, с. 78].

Пусть  $u_{1,j}(t) \in [0,25; 0,7]$  – доля категорий безрисковых активов в инвестиционном портфеле. Доходность категории безрисковых активов равна  $L = b_n \cdot u_{1,j}(t) \cdot I_j(t)$ , где  $b_n$  – доходность  $n$ -го безрискового актива. Доходность от вложения средств в рискованные активы является случайной величиной  $H = x_i \cdot u_{2,j}(t) \cdot I_j(t)$ , где  $x$  – доходность  $i$ -го рискованного актива;  $x_i$  – независимые, одинаково распределенные случайные величины [3, с. 78].

Для преодоления биржевого парадокса используется рискованная стратегия по квантильному критерию [2]:

$$(\forall i = \overline{1, t}) \begin{cases} u_{2i}^\varphi = \begin{cases} 0,3, & \text{если } \frac{\varphi}{I_{i,j}} \leq (1+b)^{t+1-i}, \\ 0,75, & \text{иначе;} \end{cases} \\ u_{1i}^\varphi = 1 - u_{2i}^\varphi \cdot I_{i,j}. \end{cases}$$

где  $\varphi$  – желаемый уровень дохода;  $P_\varphi(u)$  – вероятность получения дохода  $\varphi$  при использовании стратегии  $u$ . Разность  $1 - P_\varphi(u)$  характеризует риск получения дохода, меньшего, чем  $\varphi$ .

Решение выбора рискованного или безрискового портфеля зависит от требований страховой компании для размера желаемого дохода  $\varphi$ , достаточно для компенсации убытков от андеррайтинга. Значение величины желаемого дохода было определено нами в [3, с. 82].

### Наполнение портфеля активами

Перейдем к решению второго этапа задачи – необходимо оптимально наполнить активами безрисковый и рискованный портфели. При формировании безрискового портфеля задача состоит в наполнении портфеля 30 % рискованных активов. Формирование рискованного портфеля требует наполнения 75 % рискованных активов. Безрисковые активы выбираются произвольно, поскольку их доходность известна. Наполнение портфелей должно соответствовать нормативным ограничениям на долю каждой категории активов в портфеле. Каждая категория активов рассматривается отдельно. Например, акции составляют одну категорию активов, негосударственные облигации – вторую категорию, паи паевых инвестиционных фондов – третью и т.д. Из всего многообразия активов необходимо выбрать те активы, которые доставляют максимум доходности при подходящем для компании уровне риска.

Поскольку в данной статье описывается методика, то ограничимся рассмотрением задачи выбора акций в категорию рискованного актива «акции». Для исследования использовались данные биржи ММВБ-РТС. Были взяты данные по обыкновенным акциям 24 российских компаний (использовались ежедневные курсы закрытия): «Система», «Аэрофлот», «Акрон»,

«АвтоВАЗ», «Северсталь», «Челябинский цинковый завод», «Дикси», «Газпром», «Норильский никель», Группа «Разгуляй», «РусГидро», «Лукойл», «Новатэк», «Полюс Золото», «Роснефть», «Ростелеком», Сбербанк, «Сургутнефтегаз», «Соллерс», «Уралкалий», Внешторгбанк, ВТГК, «Возрождение», «Сибнефть». За период исследования был выбран период с 11 января 2009 г. по 25 января 2012 г., всего 762 наблюдения.

С целью снижения несистематического риска воздействия случайных факторов на доходность активов будем применять метод кластерного анализа [1]. Кластерный анализ – это метод разбиения выборки объектов на группы (кластеры) на основе расстояний и связей между ними так, чтобы объекты внутри одного кластера были схожими, а объекты в разных кластерах существенно отличались [11]. Если объектом является актив с определенной доходностью, то вместо случайного множества активов исследователь получает набор кластеров, объединенных на основе сходных тенденций в динамике доходности.

На первом шаге стандартизируем исходные данные:

$$P_{i,t} = \frac{\hat{P}_{i,t}}{\sigma_i},$$

где  $P_{i,t}$  – цена акции компании  $i$  на момент  $t$ ;  $\sigma_i$  – среднеквадратическое отклонение цен на акции  $i$ -й компании. Затем вычисляем среднемесячные

стоимости акции  $\bar{P}_{i,t} = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^T P_{i,l}$ , здесь  $t$  – месяц,  $T$  – количество данных за

месяц. На следующем шаге скользящим окном находим доходности акций:

$$R_t = \frac{\max(\bar{P}_t, \bar{P}_{t+1}, \bar{P}_{t+2}) - \min(\bar{P}_t, \bar{P}_{t+1}, \bar{P}_{t+2})}{\min(\bar{P}_t, \bar{P}_{t+1}, \bar{P}_{t+2})},$$

где  $R_t$  – доходность акции на момент времени  $t$ ;  $\bar{P}_t$  – среднемесячная цена акции.

Способ скользящего окна отражает пассивную (не спекулятивную) стратегию инвестирования, разница между покупкой и продажей не превышает двух месяцев. Такой способ нахождения доходностей исключает заведомо убыточные операции, но допустим только на известных данных (используется обучающая выборка). Полученные скользящим окном данные доходностей используются для прогноза.

Прогноз волатильности доходностей на период инвестирования можно осуществить с помощью модели авторегрессионной условной гетероскедастичности ARCH [4]. В результате формируется матрица доходностей акций для кластерного анализа. Риск в этом случае вычисляется как среднеквадратическое отклонение доходностей от математического ожидания доходностей. Фрагмент матрицы доходностей представлен в табл. 1.

Проведем процедуру кластеризации с помощью метода  $k$ -средних. Метод  $k$ -средних – итеративная процедура подбора заданного числа кластеров с минимальным расстоянием внутри кластеров и максимальным между кластерами.

Кластеризация сама по себе, а также выбор кластера зависит от отношения инвестора к риску. Предположим, что для риск-нейтрального инве-

Таблица 1

**Фрагмент матрицы доходностей акций**

Дата	AFKS	AFLT	AKRN	AVAZ	CHMF
Июль.12	0,072652	0,026675	0,114283	0,048498	0,085425
Авг.12	0,101118	0,037658	0,076243	0,044710	0,039635
Сен.12	0,154853	0,043693	0,153994	0,235472	0,095689
Окт.12	0,075340	0,036860	0,090726	0,186418	0,072917
Нояб.12	0,103871	0,206505	0,187136	0,220153	0,067057

стора важность доходности и риска равны. Для инвестора, предпочитающего избегать риска, важность доходности составляет 10 %, а важность риска 90 %. Для инвестора, склонного к риску, наоборот, важность доходности 90 %, а важность риска 10 %.

Для выбора числа кластеров воспользуемся критерием качества кластеризации:

$$K = \frac{SS_{BG}}{SS_{total}},$$

где  $SS_{BG}$  – межгрупповая сумма квадратов,  $SS_{total}$  – общая сумма квадратов.

Чем ближе данный критерий к 100 %, тем более похожи объекты внутри кластера и тем более различны кластеры между собой.

Таблица 2

**Значение критерия качества кластеризации, %**

Число кластеров	Нейтральное отношение к риску	Отклонение риска	Склонность к риску
	<i>K</i>	<i>K</i>	<i>K</i>
2	58,4	62,5	63,1
3	80,5	79,8	83,9
4	90,2	89,3	90,0
5	92,6	92,6	94,1
6	94,0	95,5	95,9

Как видно из табл. 2, критерий качества свыше 90 % достигается уже при 5 кластерах. В результате совокупность акций разбиваем на 5 кластеров, которые имеют некоторые характеристики доходности и риска. Будем считать, что риск менее 10 % – низкий, 10–15 % – умеренный, 15–20 % – средний, свыше 20 % – высокий.

В зависимости от отношения инвестора к риску получаем три варианта разбиения (табл. 3–5).

Таблица 3

**Кластеризация акций для инвестора нейтрального к риску**

№ кластера	Доходность	Риск	Акции компаний в кластере
1	0,180	0,164	AFKS, CHZN, DIXY, GRAZ, SBER, URKA
2	0,225	0,229	AVAZ, SVAV, VTKG, VZRZ
3	0,078	0,056	LKOH
4	0,111	0,084	AFLT, GAZP, ROSN, SNGS, SIBN
5	0,143	0,122	AKRN, CHMF, GMKN, HYDR, NVTK, PLZL, RTKM, VTBR

Нейтральный к риску инвестор предпочтет кластер № 1 с доходностью 18 %, если для него приемлем средний риск или кластер № 5 с доходностью 14,3 %, если для него приемлем умеренный риск.

Для инвестора, не склонного к риску, метод  $k$ -средних дает следующее разбиение (табл. 4).

Таблица 4

**Кластеризация акций для инвестора, не склонного к риску**

№ кластера	Доходность	Риск	Акции компаний в кластере
1	0,222	0,218	AVAZ, SVAV, VTGK
2	0,150	0,124	AKRN, CHMF, GMKN, GRAZ, HYDR, NVTK, PLZL, RTKM, VTBR
3	0,106	0,080	AFLT, GAZP, LKOH, ROSN, SNGS, SIBN
4	0,175	0,170	AFKS, CHZN, DIXY, SBER, URKA
5	0,232	0,261	VZRZ

В данном случае инвестор допускает низкий риск, поэтому предпочтет вложения в кластер № 3 с доходностью 10,6 %. Все остальные варианты вложений не приемлемы. Может случиться так, что в разбиении не будет кластера с низким риском, в этом случае инвестор откажется от вложения в акции и предпочтет другие категории активов.

Для инвестора, склонного к риску, метод  $k$ -средних дает разбиение, представленное в табл. 5.

Таблица 5

**Кластеризация акций для инвестора, склонного к риску**

№ кластера	Доходность	Риск	Акции компаний в кластере
1	0,191	0,161	CHZN, DIXY, GRAZ, SBER
2	0,225	0,229	AVAZ, SVAV, VTGK, VZRZ
3	0,115	0,094	AFLT, GAZP, HYDR, NVTK, ROSN, SNGS, SIBN
4	0,078	0,056	LKOH
5	0,151	0,136	AFKS, AKRN, CHMF, GMKN, PLZL, RTKM, URKA, VTBR

Инвестор, склонный к риску, предпочтет кластер с максимальной доходностью. В данном случае это кластер № 2 с доходностью 22,5 %.

Подобная задача должна решаться в случае выбора других категорий рискованных активов: стоимость драгоценных металлов, негосударственных облигаций, паев паевых инвестиционных фондов и т.д. Окончательный портфель будет сформирован при известных данных о доходностях и рисках всех возможных категорий активов. Категории рискованных активов заполняются в порядке убывания доходности-риска. Например, для риск-нейтрального инвестора категория акции будет заполнена первой, если остальные категории рискованных активов будут иметь доходности менее 18 %. Поскольку категория «акции» занимает в инвестиционном портфеле 20 % [12], она может быть заполнена частично или не быть заполнена вообще, если остальные категории рискованных активов обладают большими доходностями.

## Заключение

Согласно теореме Эрроу-Пратта о преобладании уклонения от риска, чем большим богатством обладает индивид, тем большую его долю он старается уберечь от случайностей, поэтому при достижении некоторого уровня богатства каждый индивид становится лицом, уклоняющимся от риска. Данное утверждение справедливо и для страховой компании, выступающей в роли инвестора.

В большинстве случаев, страховая компания будет стараться избегать риска и размещать страховые резервы в кластер с низким уровнем риска, однако в случае, когда результативность такого вложения меньше желаемого дохода  $\varphi$ , страховая компания меняет свое отношение к риску и должна выбирать кластер с умеренным или средним уровнем риска. Данный выбор осуществляется в зависимости от функции полезности страховой компании.

В каких случаях следует выбирать кластер с высокой доходностью и соответственно высоким уровнем риска? Данная ситуация возникает при формировании безрискового портфеля. Согласно стратегии по квантильному критерию 70 % средств направляются в безрисковые вложения и только 30 % в рисковые [3, с. 82]. Таким образом, совокупный портфель уже является лимитированным по риску, он только на треть будет состоять из рисковых активов и компания может позволить себе выбор рисковых активов с наивысшей доходностью и высоким уровнем риска.

## Литература

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики / изд. 2-е. Т. 1: Теория вероятностей и прикладная статистика. М.: Юнити, 2001. 656 с.
2. Кибзун А.И., Кузнецов Е.А. Оптимальное управление портфелем ценных бумаг // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 9. С. 101–113.
3. Панюков А.В., Тетин И.А. Управление инвестиционным портфелем страховой компании // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Экономика и менеджмент. 2012. № 22. С. 77–83.
4. Росси Э. Одномерные GARCH-модели: обзор // Квантиль. 2010. № 8. С. 1–67.
5. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М.: Мир, 1990.
6. Bellman R.E. Dynamic Programming. Princeton University Press, New Jersey, 1957.
7. Kelly J. A new Interpretation of Information Rate. Bell System Tec. J., 1956. V. 35. P. 917–926.
8. Markowitz H. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Vol. 7. 1. P. 77–91.
9. Merton R.C. Continuous-time finance. Cambridge MA: Blackwell, 1990.
10. Pham H. Smooth solutions to optimal investment models with stochastic volatilities and portfolio constraints. Applied Mathematics and Optimization. 2002. 46. P. 55–78.
11. Tryon R.C. Cluster Analysis: Correlation Profile and Orthometric (factor) Analysis for the Isolation of Unities in Mind and Personality. Edwards brother Inc., lithoprinters and publishers, 1939. P. 122.
12. «Об утверждении Порядка размещения страховщиками средств страховых резервов». URL: <http://www.rg.ru/2012/08/17/st-rezerv-dok.html>

### Bibliography

1. *Ajvazjan S.A., Mhitarjan V.S.* Prikladnaja statistika i osnovy jekonometriki / izd. 2-e. T. 1: Teorija verojatnostej i prikladnaja statistika. M.: Juniti, 2001. 656 p.
2. *Kibzun A.I., Kuznetsov E.A.* Optimal'noe upravlenie portfelem cennyh bumag // *Avtomatika i Telemekhanika*. 2001. № 9. P. 101–113.
3. *Panjukov A.V., Tetin I.A.* Upravlenie investicionnym portfelem strahovoj kompanii // *Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta*. Serija: Jekonomika i menedzhment. 2012. № 22. P. 77–83.
4. *Rossi Je.* Odnomernye GARCH-modeli: obzor // *Kvantil'*. 2010. № 8. P. 1–67.
5. *Sekej G.* Paradoksy v teorii verojatnostej i matematicheskoj statistike. M.: Mir, 1990.
6. *Bellman R.E.* Dynamic Programming. Princeton University Press, New Jersey, 1957.
7. *Kelly J.* A new Interpretation of Information Rate. *Bell System Tec. J.*, 1956. V. 35. P. 917–926.
8. *Markowitz H.* Portfolio Selection // *Journal of Finance*. 1952. Vol.7. 1. P. 77–91.
9. *Merton R.C.* Continuous-time finance. Cambridge MA: Blackwell, 1990.
10. *Pham H.* Smooth solutions to optimal investment models with stochastic volatilities and portfolio constraints. *Applied Mathematics and Optimization*. 2002. 46. P. 55–78.
11. *Tryon R.C.* Cluster Analysis: Correlation Profile and Orthometric (factor) Analysis for the Isolation of Unities in Mind and Personality. Edwards brother Inc., lithoprinters and publishers, 1939. P. 122.
12. «Ob utverzhdenii Porjadka razmeshhenija strahovshhikami sredstv strahovyh rezervov». URL: <http://www.rg.ru/2012/08/17/st-rezerv-dok.html>