

УДК 536.423

**О форме межфазной поверхности  
при распространении фронта испарения  
вдоль поверхности нагревателя  
в слое метастабильной жидкости \***

**О.В. Шарыпов**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет*

E-mail: sharypov@itp.nsc.ru

В рамках приближенной физико-математической модели рассмотрена стационарная задача о распространении вдоль плоского нагревателя фронта испарения перегретой жидкости. Получена аналитическая зависимость толщины парового слоя от координаты и физических параметров. Решение представлено в инвариантной безразмерной форме. Показано удовлетворительное соответствие теоретических результатов новым экспериментальным данным.

**Ключевые слова:** фронт испарения, форма межфазной поверхности, аналитические методы.

**Введение**

Изучение общих закономерностей тепломассообмена при вскипании жидкости на тепловыделяющих поверхностях привлекает большое внимание исследователей. Один из интересных с научной и технической точки зрения режимов связан с распространением фронта испарения вдоль поверхности нагрева [1–4]. При этом пар оттесняет метастабильную жидкость, формируя паровой слой на нагревателе. Характерная толщина этого слоя возрастает по мере удаления от передней части межфазной границы, которая движется вдоль нагревателя с постоянной скоростью, зависящей от заданных физических условий. Математическое моделирование данного явления сталкивается со значительными трудностями из-за сложности многофакторной задачи, включающей условия на неизвестной свободной поверхности. Возможности получения подробных сведений из эксперимента, в свою очередь, имеют принципиальные ограничения из-за малых характерных размеров объекта. Как следствие, известные в настоящее время подходы к анализу полученных экспериментальных данных и теоретическому описанию наблюдаемых зависимостей основаны на различных предположениях о структуре межфазной границы и роли отдельных физических факторов [5–12].

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-08-01359)

В отсутствие подробных экспериментальных данных о форме межфазной поверхности в ряде указанных моделей предполагалось наличие на границе раздела фаз «лобовой» точки. Считается, что в системе координат, связанной с фронтом испарения, натекающий поток жидкости полностью тормозится в этой точке межфазной поверхности, подобно случаю потенциального обтекания идеальной жидкостью выпуклой недеформируемой поверхности (например, цилиндра). В рамках этих моделей из условия локального баланса потоков импульса, тепла и вещества в критической («лобовой») точке выводятся приближенные зависимости скорости распространения фронта испарения от перегрева жидкости и других параметров задачи. В то же время новые экспериментальные данные [13–15] не подтверждают предположение о существовании «лобовой» точки на поверхности раздела фаз и свидетельствуют о плавном характере обтекания паровой полости с «застойной зоной», которая, вероятно, формируется в жидкости перед начальным участком слоя пара. Зафиксированная оптическая неоднородность (сплошные линии на рис. 1), по-видимому, соответствует форме обтекаемой поверхности. На переднем участке межфазная поверхность является гладкой, но по мере удаления на ней развиваются возмущения, амплитуда которых сопоставима с толщиной теплового слоя в жидкости. Вопреки известным моделям, представленные в этих работах теневые изображения не выявляют наличие тонкой пленки жидкости под передней частью слоя пара. Последним обусловлена потребность в разработке нового подхода к описанию этого явления. Кроме этого, не решена задача описания формы стационарной поверхности испарения, что ограничивает возможности теоретического изучения нестационарных эффектов, наблюдаемых в эксперименте.

#### Обоснование модели

Экспериментальные данные [13–15] позволяют использовать в стационарной модели следующие предположения: а) в движущейся системе координат, связанной с фронтом испарения, линии тока вблизи границы раздела фаз проходят параллельно межфазной поверхности:  $y = f(x)$  (с точностью до пренебрежимо малой нормальной составляющей скорости жидкости, которая связана с потоком вещества  $j$  на межфазной поверхности), режим течения жидкости ламинарный; б) абсолютное значение скорости жидкости вдоль межфазной поверхности изменяется незначительно (судя по изменению толщины визуализированного теплового слоя  $\delta_T(x)$ , локальные отклонения не превышают 30 % относительно значения скорости набегающего потока жидкости  $V$ ); в) кривизна поверхности  $y = f(x)$  невелика (радиус кривизны превышает толщину парового слоя). Данные предположения позволяют не учитывать вклад динамического и поверхностного давления в баланс сил на свободной поверхности и считать, что жидкость движется с постоянной скоростью вдоль почти плоской свободной поверхности:  $W_L \approx W_{L\tau} \approx V$ , где  $W$  — модуль скорости, индекс  $L$  обозначает жидкую фазу, индекс  $\tau$  обозначает компоненту скорости, направленную по касательной к поверхности раздела фаз,  $x$  — координата вдоль поверхности нагревателя. Кроме этого, в модели не учитываются гидростатическое давление, тепловое расширение, сжимаемость и вязкость фаз, эффекты гравитации,

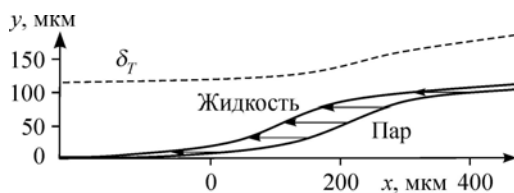


Рис. 1. Схема теневого изображения, полученного в работе [14].

Штриховая линия — граница теплового слоя в жидкости, сплошные линии — оптически неоднородная поверхность в последовательные моменты времени с интервалом 25 мкс.

смачиваемости и термокапиллярности, конечная толщина границы раздела фаз, теплообмен между паром и нагревателем, а также кривизна поверхности цилиндрического нагревателя. При радиусе цилиндра намного большем, чем  $f(x)$ , задача является двумерной, т.е. распределения параметров по третьей координате считаются однородными. Предполагается, что испарившаяся жидкость впоследствии не конденсируется.

В стационарной постановке задачи полагаем, что в рассматриваемый интервал времени температура нагревателя  $T_W$  постоянна, толщина сформировавшегося в жидкости теплового слоя  $\delta_T$  не зависит от времени, паровой слой является полубесконечным, т.е. функция  $f(x) \geq 0$  определена в области  $x \in [0; \infty[$ . Последнее условие, необходимое в рамках стационарной задачи, на первый взгляд противоречит экспериментам, поскольку в них протяженность парового слоя всегда ограничена пузырем, размер которого существенно превосходит максимальную толщину слоя пара:  $D \gg (f(x))_{\max}$ . Роль этого пузыря, по-видимому, важна на начальной нестационарной стадии возникновения фронта испарения. Но на стадии распространения фронта испарения в самоподдерживающемся режиме влиянием растущего пузыря при определенных условиях можно пренебречь. Например, если часть пара вытекает из парового слоя в растущий пузырь (играющий роль «ресивера»), то этот эффект можно не учитывать, если скорость изменения объема пузыря гораздо меньше, чем скорость изменения объема парового слоя:  $dD/dt \ll (f(x))_{\max} V/D$ . Данное условие не является необходимым. Даже без этого условия можно пренебречь влиянием нестационарного пузыря, считая, что образующийся пар в основном остается в распространяющемся паровом слое, занимая объем оттесняемой жидкости.

Пренебрегая при условии  $\rho_V/\rho_L = \varepsilon \ll 1$  расходом жидкости на испарение, можно использовать интеграл Бернулли, в том числе, для линии тока на свободной поверхности:

$$p_0 + \rho_L V^2 / 2 \approx p_L + \rho_L W_L^2 / 2. \quad (1)$$

Следует отметить, что в случае наличия застойной зоны в жидкости вблизи передней части парового слоя линия тока не будет проходить по всей границе раздела фаз. То есть, уравнение (1) может относиться к линии тока, которая проходит через точку с координатами  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow 0$ , достигает точки на свободной поверхности  $y = f(x_*)$  ( $x_* > 0$ ) и далее лежит на этой поверхности. Тогда при описании межфазной границы уравнение (1) будет применимо только в области  $x \geq x_*$ .

Не рассматривая детально структуру течения жидкости и пара, учитываем на поверхности  $y = f(x)$  соотношения на разрыве типа ударной волны — условия непрерывности потока вещества, нормальной и тангенциальной компонент потока импульса:

$$j = \rho_L W_{Ln} = \rho_V W_{Vn}, \quad p_L + \rho_L W_{Ln}^2 = p_V + \rho_V W_{Vn}^2 + \sigma K, \quad W_{L\tau} = W_{V\tau}, \quad (2)$$

а также условие непрерывности потока энергии, предполагающего, что тепло, поступающее к межфазной границе от жидкости, полностью расходуется на испарение и определяет поток пара:

$$jr = \lambda |\partial T_L / \partial n|. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) использованы следующие обозначения:  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $T$  — температура,  $r$  — удельная теплота испарения,  $\lambda$  — теплопроводность жидкости,  $K$  — кривизна поверхности,  $n$  — координата вдоль нормали к поверхности  $y = f(x)$ , индекс V обозначает паровую фазу, индекс n обозначает нормальную к поверхности раздела фаз компоненту скорости, индекс 0 обозначает значения параметров, заданные в объеме (вдали от фронта испарения), причем  $p_0$  соответствует давлению насыщенного пара при температуре  $T_0$ .

На основе уравнений (1)–(3) получим следующие оценки (для  $x \geq x_*$ ):

$$\begin{aligned} \frac{W_{L\tau}^2}{V^2} &= 1 - 2\varepsilon \left( \frac{W_{Vn}^2}{V^2} + \frac{p_V - p_0 + \sigma K}{\rho_V V^2} \right) = 1 + O(\varepsilon), & \frac{W_{Ln}^2}{V^2} &= \varepsilon^2 \frac{W_{Vn}^2}{V^2} = o(\varepsilon), \\ \frac{p_L - p_0}{\rho_L V^2 / 2} &= 1 - \frac{W_{L\tau}^2}{V^2} = O(\varepsilon); & \frac{p_V - p_0 + \sigma K}{\rho_L V^2 / 2} &= \frac{p_L - p_0}{\rho_L V^2 / 2} - 2\varepsilon \frac{W_{Vn}^2}{V^2} = O(\varepsilon). \end{aligned} \quad (4)$$

Далее будем пренебрегать малыми слагаемыми, имеющими порядок величины  $O(\varepsilon)$ . Это означает, в частности, что при описании формы парового слоя в первом приближении не рассматривается баланс сил на межфазной поверхности. В рамках этого подхода значение  $V$  является заданным.

Считая процесс фазового перехода равновесным, из уравнения Клапейрона–Клаузиуса и соотношений (4) можно получить  $T_V \approx T_0$  (пренебрегая поверхностным давлением). Уравнение состояния идеального газа определяет плотность пара  $\rho_V \approx \rho_0$  по известным значениям  $T_V$  и  $p_V \approx p_0$ . Предполагая равенство температур жидкости и пара на межфазной поверхности, запишем:  $T_L|_{y=f(x)} \approx T_0$ . Тем самым, определены приближенные значения неизвестных параметров  $p_V, p_L, \rho_V, \rho_L, T_V, T_L, W_{V\tau}, W_{L\tau}, W_{Ln}$  на межфазной границе. Для  $W_{Vn}$  используется условие непрерывности потока энергии на разрыве. Входящую в уравнение (3) производную температуры жидкости по нормали при  $y = f(x)$  можно приближенно представить в виде  $|\partial T_L / \partial n| \approx (T_{Lb} - T_0) / b$ , где  $T_{Lb}$  — температура жидкости на границе тонкого теплового подслоя (с толщиной  $b \ll \delta_T$ ) в жидкости на поверхности испарения, имеющей температуру  $T_0 < T_{Lb}$ .

Принятые допущения позволяют рассматривать теплообмен на межфазной границе в инерциальной системе координат, связанной с жидкостью, которая движется со скоростью  $W_{L\tau} \approx V = \text{const}$  вдоль плоской поверхности  $y = f(x)$ , имеющей постоянную температуру  $T_0$ . При условии  $b \ll \delta_T$  можно приближенно считать, что вне теплового подслоя  $b$  температура жидкости в направлении нормали не изменяется и равна  $T_{Lb}$ . Тогда тепловая задача сводится к решению нестационарного уравнения теплопроводности в жидкости, которая покоится на плоской поверхности с температурой  $T_0$  и имеет постоянную температуру  $T_{Lb}$  вдали от этой поверхности. Известное точное решение этой задачи описывается функцией  $\text{erf}(\xi)$ , которая определяет значение градиента температуры на границе (при  $\xi = n / 2\sqrt{at} \rightarrow 0$ ) и характерную толщину теплового подслоя  $b = \sqrt{\pi at}$ , где  $a$  — температуропроводность жидкости,  $t = \Delta l / V$  — время в соответствующей системе координат,  $l$  — координата вдоль границы раздела фаз, а по определению длины кривой  $\Delta l = l - l_* = \left| \int_{x_*}^x \sqrt{1 + (df/dx)^2} dx \right|$ , индексом \* обозначена координата начала роста теплового подслоя. Тем самым,  $b \approx \sqrt{\pi a \Delta l / V}$ .

В ряде моделей [8, 10] вместо изложенного выше подхода используются оценки для теплового потока на границе раздела фаз, полученные из решения задачи о межфазном конвективном теплообмене при обтекании твердой цилиндрической поверхности. Однако это противоречит тому, что при течении жидкости вдоль свободной поверхности не формируется динамический пограничный слой (на границе отсутствует градиент скорости в направлении нормали) по сравнению со случаем обтекания твердой поверхности.

Использование решения задачи о нестационарном кондуктивном теплообмене соответствует этому обстоятельству, в отличие от указанных моделей.

Видно, что выражение для  $b$  приводит к нулевой толщине теплового подслоя при  $l = l_*$ , т.е. в начальной точке обтекания паровой каверны, и как следствие — к бесконечным локальным значениям потоков тепла и пара. Данная особенность, по-видимому, является следствием принятой в модели идеализации структуры потока жидкости, позволяющей пренебречь слагаемыми  $\sim O(\varepsilon)$ . Можно предположить, например, что в области  $x < x_*$  вблизи границы раздела фаз в жидкости формируется рециркуляционная (застойная) зона, что характерно для обтекания препятствий (внутренних углов). Причем обычно считается, что в застойной зоне давление является постоянным и жидкость имеет постоянный модуль скорости на линиях тока, ограничивающих застойную зону [16, 17]. Тогда характерное значение  $|\partial T_L / \partial n|$  в этой области должно определяться толщиной застойной зоны, что обеспечит конечность значений потоков тепла и пара. В то же время следует отметить, что наличие в решении особенности типа  $1/\sqrt{l-l_*}$  не означает принципиальную непригодность предложенной модели, поскольку интегральные значения потока пара (и потока тепла) являются конечными на любом конечном участке межфазной поверхности  $J(l) = \int_{l_*}^l j \, dl < \infty$ .

### Описание формы межфазной поверхности

Если на испарение расходуется незначительная часть тепла, запасенного в тепловом слое, то  $T_{Lb}$  можно считать не зависящей от  $l$  и равной  $T_W$ . Тогда для потока пара получим выражение:

$$j(l) = \rho_V W_{Vn} = \lambda (T_W - T_0) r^{-1} (\pi a \Delta l / V)^{-1/2} = \rho_V V / \sqrt{\Delta l m}, \quad (5)$$

где  $1/\sqrt{m} = \lambda (T_W - T_0) / (r \rho_V \sqrt{\pi a V})$ .

Считаем, что весь пар, образующийся в процессе равновесного испарения с плотностью  $\rho_V$ , заполняет объем жидкости, оттесняемой в единицу времени движущимся фронтом испарения:

$$V(f(x) - f(x_*)) = \int_{x_*}^x j / \rho_V \, dx. \quad (6)$$

Переходя в (6) к неопределенному интегралу и первообразной, запишем:  $|df/dx| = W_{Vn}/V = 1/\sqrt{\Delta l m}$ . Введем безразмерные переменные  $\varphi = (x - x_*)m$ ,  $g = (f(x) - f(x_*))m$ ,  $z = \Delta l m = \left| \int_0^\varphi \sqrt{1 + (dg/d\varphi)^2} \, d\varphi \right|$ . Тогда для  $\varphi \geq 0$ ,  $dg/d\varphi \geq 0$  из  $|dg/d\varphi| = 1/\sqrt{z(\varphi)}$  получим:  $d^2 g / d\varphi^2 = -(dz/d\varphi) / (2z^{3/2}) = -\sqrt{1 + (dg/d\varphi)^2} (dg/d\varphi)^3 / 2$ . Преобразуем это уравнение к виду  $d\psi/d\varphi = -\sqrt{1 + \psi^2} \psi^3 / 2$ , где  $\psi = dg/d\varphi$  и запишем решение:  $\varphi = \psi^{-2} \sqrt{1 + \psi^2} - \ln \left( \psi^{-1} (1 + \sqrt{1 + \psi^2}) \right) + c_1$ . Решив полученное обыкновенное дифференциальное уравнение, придем к аналитическому описанию формы межфазной поверхности в виде обратной зависимости (при  $g \geq c_2$ ):

$$\varphi(g) = (g/2 - c_2) \sqrt{(g/2 - c_2)^2 - 1} - \ln \left( \sqrt{(g/2 - c_2)^2 - 1} + g/2 - c_2 \right) + c_1. \quad (7)$$

Отсюда  $(d\varphi/dg)^2 = (g/2 - c_2)^2 - 1$ . Константу  $c_2$  определим из соотношений  $(d\varphi/dg)^2 = z = \int_0^\varphi \sqrt{1 + (dg/d\varphi)^2} d\varphi = \int_0^g \sqrt{1 + (d\varphi/dg)^2} dg$ , в результате получим  $c_2^2 = 1$ . Чтобы решение (7) было применимо при  $g = 0$ , надо выбрать  $c_2 = -1$ . Тогда из условия  $g(0) = 0$  следует  $c_1 = 0$ , и решение (7) можно записать в виде:  $\varphi(g) = (g/2 + 1)\sqrt{g + g^2/4} - 2\text{Arsh}(\sqrt{g}/2)$ .

Отметим, что использование параметра  $m$ , имеющего размерность 1/м, позволяет представить решение в инвариантной безразмерной форме (7).

График  $f(x)$  в соответствующем масштабе представлен на рис. 2. Задано значение  $m^{-1} = 20$  мкм, согласно [14], а также  $f(x_*) = x_* = l_* = 0$ . Значения параметров:  $T_W = 376$  К,  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 0,19$  МПа,  $\rho_V = 8,24$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_L = 1364$  кг/м<sup>3</sup>,  $r = 225$  кДж/кг,  $\lambda = 0,1$  Вт/(м·К),  $a = 0,7 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $\sigma = 1,8 \cdot 10^{-2}$  Н/м,  $\delta_T = 10^{-4}$  м,  $V = 3,9$  м/с. Сравнение показывает, что полученное решение (7) хорошо описывает данные эксперимента [14], за исключением небольшого начального участка границы раздела фаз ( $0 < f < m^{-1}$ ), на котором не выполняются используемые предположения. Радиус кривизны свободной поверхности  $|K^{-1}| = \left| m \frac{d^2g}{d\varphi^2} \right|^{-1} \left( 1 + \left( \frac{dg}{d\varphi} \right)^2 \right)^{3/2} = \frac{2}{m} \left( \frac{g}{2} + 1 \right)^2 \sqrt{\left( \frac{g}{2} + 1 \right)^2 - 1}$  достигает 100 мкм при  $f \approx 20$  мкм, т.е. поверхностное давление при  $g \geq 1$  гораздо ниже характерного уровня динамического давления  $|\sigma K| \ll \rho_L V^2/2 \ll p_0$ .

Поскольку точное решение (7) при  $g \rightarrow 0$  выходит за пределы применимости используемой модели, то в этой области более адекватными могут оказаться приближенные зависимости  $g(\varphi)$ . Выделим в решении (7) функцию  $\varphi + \ln(g)$  и, используя малый параметр  $\mu = g^{-2} \ll 1$ , формально представим ее в виде степенного ряда. Сумма конечного количества членов такого ряда при увеличении  $g$  обеспечивает асимптотическое приближение значения  $\varphi$  к решению (7), но может давать существенные отличия при экстраполяции в область  $g < 1$ . Отбрасывая малые слагаемые, начиная со второго или с первого порядка, получим соответственно:

$$\varphi + \ln(g) = (g/2)^2 \left( 1 + 4g^{-1} + 2g^{-2} - 8g^{-3} + O(\mu^2) \right) = (g/2)^2 \left( 1 + 4g^{-1} + O(\mu) \right). \quad (8)$$

На рис. 3 представлены графики приближенных зависимостей (8):  $\varphi = (g_1/2)^2 (1 + 4g_1^{-1}) - \ln(g_1)$  и  $\varphi = (g_2/2)^2 (1 + 4g_2^{-1} + 2g_2^{-2} - 8g_2^{-3}) - \ln(g_2)$ , а также решение (7). Видно, что при  $g < 1$  решение весьма чувствительно к таким отклонениям от точной зависимости (7). Очевидно, что при  $g \rightarrow 0$  зависимости  $g_1(\varphi)$  и  $g_2(\varphi)$  так

же, как и решение (7), являются формальными экстраполяциями, выходящими за пределы применимости упрощенной модели.

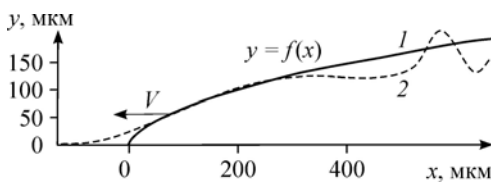
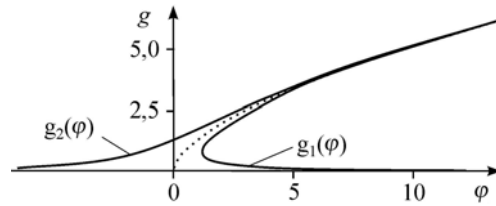


Рис. 2. Сопоставление решения (7) (1) с данными работы [14] (2).

Рис. 3. Зависимости (8) для  $g_1(\varphi)$  и  $g_2(\varphi)$  (сплошные линии), решение (7) (пунктир).



Тем не менее, привлекают внимание принципиальные различия в характере этих зависимостей. Сохранение слагаемых вплоть до второго порядка малости приводит к форме поверхности раздела фаз  $g_2(\varphi)$ , которая соответствует данным работы [14] и свидетельствует о плавном характере обтекания без значительного торможения жидкости на какой-либо части свободной поверхности. Отбрасывание членов, имеющих первый порядок малости и выше, приводит к межфазной поверхности, описываемой двузначной функцией  $g_1(\varphi)$ . Форма такого типа предполагается в известных моделях фронта испарения, изложенных, например, в работах [6–12]. Следует отметить, что на передней части поверхности  $g_1(\varphi)$  не обязательно должна существовать «лобовая» точка полного торможения натекающей жидкости. Линии тока могут разделяться таким образом, что основной поток будет оттесняться и проходить вдоль верхней границы парового слоя, а в область под слоем пара будет попадать незначительная часть жидкости, которая полностью испарится на нижней части границы раздела фаз (на расстоянии  $\sim 100$  мкм). В этом случае в жидкости, по-видимому, должна существовать застойная зона под передней частью парового слоя. Характерная форма межфазной границы  $g_1(\varphi)$  имеет вполне ясную физическую интерпретацию. Строгое описание такой поверхности представляется возможным на основе дальнейшего усовершенствования предложенной модели с учетом  $f(x_*) \neq 0$ ,  $W_{L\tau} \neq \text{const}$ .

#### Учет конечного запаса тепла в метастабильной жидкости

Согласно решению (7), толщина парового слоя не ограничена конечным пределом: функция  $g(\varphi)$  возрастает пропорционально  $2\sqrt{\varphi}$  при  $g \gg 1$  (это видно из выражения (8), согласно которому с точностью до слабой логарифмической зависимости  $(\varphi) \rightarrow (g/2)^2$ ). Хотя такая зависимость не противоречит известным данным [1, 4, 10–12, 18], тем не менее, учитывая, что запас тепла в слое перегретой жидкости является конечным, следует ожидать, что  $j(x) \rightarrow 0$  и  $f(x) \rightarrow \text{const}$  при  $x \rightarrow \infty$ . В соответствии с решением (7) из выражения (5) следует, что с увеличением  $l$  интегральный поток пара  $J(l)$  неограниченно возрастает (пропорционально  $\sqrt{l}$ ). Очевидно, что подобные свойства решения являются следствием используемого предположения  $T_{Lb} = T_W = \text{const}$ . Более корректный результат можно получить, рассмотрев следующее условие (здесь  $x_* = 0 = l_*$ ):

$$-c_p \rho_L V \frac{\delta_T}{2} \frac{d(T_{Lb}(l) - T_0)}{T_{Lb}(l) - T_0} \approx \frac{\lambda dl}{\sqrt{\pi a l / V}}, \quad (9)$$

где  $c_p$  — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении. Уравнение (9) выражает баланс потока тепла, необходимого для обеспечения потока пара  $j$  на элементарном участке межфазной границы  $dl$  и уменьшения запасенного в тепловом слое жидкости количества теплоты (в единицу времени), что приводит к понижению температуры  $T_{Lb}$  на поверхности теплового подслоя  $b(l)$ :  $dT_{Lb}/dl < 0$ . Интегрируя уравнение (9),

при условии  $T_{Lb}(0) = T_W$  получим:  $T_{Lb} = T_W \exp(-\sqrt{l/X})$ , где  $X = \pi^2 V t_H / 16$ ,  $t_H$  – время формирования в жидкости теплового слоя с толщиной  $\delta_T = \sqrt{\pi a t_H}$ . Соответственно, вместо уравнения (5) придем к зависимости  $W_{Vn}(l)$ , которая обеспечивает конечное значение интегрального потока пара в области  $x \in [0; \infty[$ :

$$W_{Vn}/V = \exp(-\sqrt{l/X}) / \sqrt{lm}, \quad J_\infty = \int_0^\infty j dl = \lambda(T_W - T_0)V \delta_T / 2ar. \quad (10)$$

Согласно (10), решения (5) и (7) справедливы в области  $l \ll X$ , в которой можно пренебречь относительным изменением запаса тепла. Из выражения (10) можно получить оценку предельной толщины испаряющегося слоя жидкости:  $L_\infty = \lambda(T_W - T_0)\delta_T / 2a\rho_L r$ .

Если в области  $x \rightarrow \infty$  пар имеет плотность  $\rho_V$  и движется вдоль нагревателя со скоростью  $V$ , то можно записать выражение для предельного значения толщины парового слоя:  $f_\infty = \frac{J_\infty}{\rho_V V} = 2\sqrt{\frac{X}{m}} = \frac{\delta_T}{2} \cdot \frac{\rho_L}{\rho_V} \cdot \frac{c_p(T_W - T_0)}{r} = L_\infty \frac{\rho_L}{\rho_V}$ .

Из уравнений  $z = \int_0^\varphi \sqrt{1 + (dg/d\varphi)^2} d\varphi$  и  $dg/d\varphi = 1/\sqrt{z}$  следует  $dz/d\varphi = \sqrt{1 + 1/z}$ , откуда получим:  $\varphi = \sqrt{z + z^2} - \text{Arsh}(\sqrt{z})$ ,  $d\varphi/dz = \sqrt{z/(z+1)}$ , т.е.  $d\varphi/dz \rightarrow 1$  при  $z \gg 1$ . Согласно выражению (8), при  $g^2 \gg 1$ :  $\varphi/z = \varphi(dg/d\varphi)^2 \approx 1 - 4\ln(g)/g^2 \rightarrow 1$ . Тем самым, на большей части межфазной поверхности  $l(x) \approx x$ . Тогда из уравнений (6) и (10) следует:

$$f(x) = \int W_{Vn}/V dx \approx f_\infty (1 - \exp(-\sqrt{x/X})). \quad (11)$$

Решение (11) принципиально отличается от решения (7) тем, что при  $x \rightarrow \infty$  толщина слоя пара стремится к конечному пределу  $f = f_\infty$ . При значениях параметров, характерных для условий эксперимента [14], получим:  $f_\infty \approx 3$  мм,  $X \approx 0,1$  м,  $L_\infty \approx 18$  мкм. Согласно решению (11),  $f(x) \rightarrow 2\sqrt{x/m}$  при  $x \ll X$  (или  $f \ll f_\infty$ ) (см. рис. 4). Эта приближенная зависимость соответствует решению (7) в области  $g \gg 1$ .

### Обсуждение результатов

Полученные результаты достаточно полно охарактеризованы выше, включая анализ пределов их применимости. Дополнительно можно отметить, что ограниченность аналитических средств не позволяет перейти от соотношения (10) к решению  $f(x)$ , кото-

рое одновременно учитывало бы зависимость  $l(x)$  (как решение (7)) и обладало бы конечным пределом  $f = f_\infty$  (как решение (11)). Такое решение может быть получено из (10)

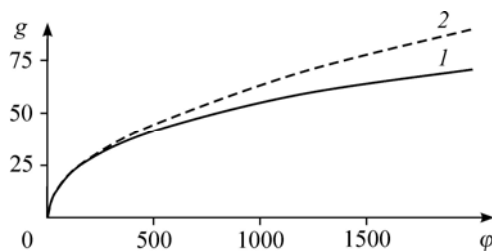


Рис. 4. Зависимость  $g(\varphi)$  по уравнению (11) (1) и  $g(\varphi) = 2\sqrt{\varphi}$  (2).



численно, что позволит проанализировать влияние скорости  $V$  на стационарное решение. В представленной модели  $V$  является эмпирической константой. В то же время, очевидно, что значение  $V$  должно однозначно определяться заданными физическими параметрами. Можно предположить, что «отбор» скорости распространения самоподдерживающегося фронта испарения связан с дополнительным условием устойчивости стационарного режима (наподобие известного условия Чепмена–Жуге для скорости плоской детонационной волны).

### Заключение

Представлена стационарная аналитическая модель поверхности испарения, распространяющейся в чистой метастабильной жидкости вдоль плоской изотермической поверхности. Модель предполагает отсутствие значительного торможения набегающего потока жидкости на межфазной границе. Для описания теплового потока на свободной поверхности применено известное решение нестационарной задачи кондуктивной теплопроводности с заданной температурой на плоской границе. Аналитическая зависимость толщины парового слоя от координаты представлена в инвариантной безразмерной форме: получен один размерный параметр, учитывающий влияние основных физических факторов, в том числе перегрева жидкости и теплофизических свойств. Выведены приближенные выражения для формы поверхности испарения, в том числе с учетом конечного запаса тепла в метастабильной жидкости. Показано, что, несмотря на использование сильных упрощающих предположений, полученные аналитические результаты хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными по визуализации межфазной поверхности.

### Список литературы

1. Авксентюк Б.П., Овчинников В.В., Плотников В.Я. Самоподдерживающийся фронт вскипания // Изв. СО АН СССР. Серия технических наук. 1989. Вып. 2. С. 17–23.
2. Zhukov S.A., Barelko V.V. Dynamic and structural aspects of the processes of single-phase convective heat transfer metastable regime decay and bubble boiling formation // Int. J. Heat Mass Transfer. 1992. Vol. 35, iss. 4. P. 759–775.
3. Okuyama K., Kim J., Mori S., Iida Y. Boiling propagation of water on a smooth film heater surface // Int. J. Heat Mass Transfer. 2006. Vol. 49, iss. 13–14. P. 2207–2214.
4. Stutz B., Simoes-Moreira J.R. Onset of boiling and propagating mechanisms in a highly superheated liquid — the role of evaporation waves // Int. J. Heat Mass Transfer. 2013. Vol. 56. P. 683–693.
5. Avksentyuk B.P., Ovchinnikov V.V. A study of evaporation structure at high superheatings // Russian J. of Engng Thermophysics. 1993. Vol. 3. P. 21–39.
6. Avksentyuk B.P. Non-equilibrium model of an evaporation front // Russian J. of Engng Thermophysics. 1995. Vol. 5. P. 1–9.
7. Авксентюк Б.П., Овчинников В.В. Модель фронта испарения // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34, № 5. С. 809–812.
8. Павленко А.Н., Лель В.В. Приближенная расчетная модель самоподдерживающегося фронта испарения // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6, № 1. С. 111–125.
9. Молошников А.С., Шмаль И.И. Два режима вскипания перегретой жидкости на проволоке // Теплофизика высоких температур. 2000. Т. 38, № 1. С. 57–60.
10. Актершев С.П., Овчинников В.В. Модель стационарного движения межфазной поверхности в слое сильноперегретой жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 2. С. 47–55.
11. Aktershev S.P., Ovchinnikov V.V. Modeling of the vaporization front on a heater surface // J. of Engng Thermophysics. 2011. Vol. 20, No. 1. P. 77–88.
12. Павлов П.А., Виноградов В.Е. Динамика формирования паровой пленки при быстром перегреве жидкости // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 5. С. 717–724.
13. Жуков В.Е., Кузнецов Д.В., Моисеев М.И., Баргашевич М.В. Динамика распространения самоподдерживающегося фронта испарения в условиях нормальной и микро-гравитации // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. 2013. Вып. 1(12). С. 329–335.

14. **Pavlenko A.N., Tairov E.A., Zhukov V.E., Levin A.A., Moiseev M.I.** Dynamics of transient process at liquid boiling-up in the conditions of free convection and forced flow in a channel under nonstationary heat release // J. of Engng Thermophysics. 2014. Vol. 23, No. 3. P. 173–193.
15. **Kuznetsov D., Moiseev M., Zhukov V.** Studying the development of evaporation front interface in Freon R21 at non-stationary heat release // MATEC Web of Conferences. 2015. Vol. 23. P. 01022-1–01022-6.
16. **Гуревич М.И.** Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
17. **Трофимов Г.И.** Об учете вихревых зон при определении коэффициентов сжатия напорного потока за плоскими затворами // Известия высших учебных заведений. Энергетика. 1961. № 5. С. 105–113.
18. **Жуков В.Е., Кузнецов Д.В., Моисеев М.И.** Экспериментальное исследование динамики распространения фронта испарения // Междунар. научн. журнал «Инновационная наука». 2016. № 2. С. 76–79.

*Статья поступила в редакцию 20 июня 2016 г.,  
после доработки — 29 августа 2016 г.*