

ЭФФЕКТ ПРИСТЕНОЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ В ХОРОШО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

А. И. Морозов

(Москва)

В редкой полностью ионизованной плазме при наличии взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей электронный ток вдоль электрического поля, казалось бы, должен стремиться к нулю при $\omega_e \tau_e \rightarrow \infty$. Однако во всех известных реальных системах этот ток не мал и, во всяком случае, на много порядков больше рассчитанного по классическим формулам. Это явление аномальной проводимости плазмы объясняется обычно наличием шумов в плазме.

Однако существует класс плазменных систем, в которых аномальная проводимость, по крайней мере, частично, может быть объяснена иначе. К таким системам относятся, например, гомополяр, а также коробчатые и холловские ускорители. Для этих систем характерно наличие изоляционных стенок, пересекаемых почти перпендикулярно магнитными силовыми линиями, и электрического поля, направленного почти вдоль стенки.

Если плотность плазмы настолько мала, что длина свободного пробега электронов становится много больше «поперечных» (т. е. вдоль магнитного поля) размеров канала, то на проводимость разрядного промежутка должны начать сказываться столкновения электронов со стенкой. В отличие от шумов это явление носит, в каком-то смысле, регулярный характер. Очевидно, оно должно проявляться в той или иной форме как при наличии, так и при отсутствии магнитного поля. Однако при сильном магнитном поле эффект столкновений электронов со стенкой становится более явным, так как обычная проводимость плазмы в большой степени подавляется.

Возникшую при $\omega_e \tau_e \rightarrow \infty$ за счет столкновений электронов со стенкой проводимость будем называть пристеночной, так как ток, обязанный этому эффекту, течет в тонком пристеночном слое.

Физическая причина влияния столкновения электронов со стенками на проводимость проста и может быть пояснена следующим образом.

Электрон, дрейфуя в скрещенных ¹ E- и H-полях, приобретает некую, поперечную к ним составляющую скорости $w = cE / H$. Сталкиваясь со стенкой, он теряет ее, в результате чего происходит смещение электрона на расстояние порядка высоты циклоиды.

Очевидно, по порядку величины толщина слоя, в пределах которого происходит установление дрейфа, а следовательно, течет ток вдоль E-поля, будет

$$\sim \rho_T \equiv \frac{c \tau_e}{\omega_e} \quad (1)$$

Здесь $c \tau_e$ — характерная тепловая скорость электронов, ρ_T — лармовский радиус электрона, рассчитанный по этой скорости, ω_e — лармовская частота.

Локализация тока в тонком слое $\sim \rho_T$ позволяет, в принципе, простыми экспериментальными средствами отделить аномальную проводимость, обязанную шумам, от пристеночной проводимости.

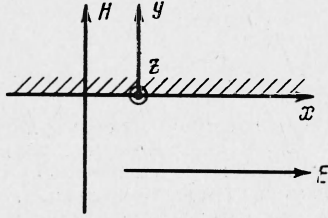
Для того чтобы произошло указанное выше смещение электрона, необходимо существенное изменение скорости электрона при ударе о стенку.

¹ Т. е. взаимно перпендикулярных.

Это может происходить как в результате непосредственного взаимодействия электрона с поверхностью материала стенки, так и за счет отражения от дебаевского слоя.

В разрядах последний случай является более общим. Изменяя шероховатость поверхности, можно изменять в определенных пределах пристеночную проводимость.

Если в разряде толщина отражающего слоя много меньше ρ_T , то отражение будет сопровождаться, в общем случае, изменением адиабатического инварианта v_{\perp}^2/H и, следовательно, нагревом или охлаждением электронной компоненты. Если же толщина отражающего слоя будет $\gg \rho_T$, то инвариант меняться не будет. При этом не изменится температура электронной компоненты и при не слишком экзотических условиях² дрейфа электронов вдоль E -поля не будет.



Фиг. 1

Для расчета пристеночной проводимости необходимо, в принципе, знать функцию³

$$S = S(v_x', v_y', v_z'; v_x, v_y, v_z | x, z) \quad (2)$$

которая определяет вероятность появления отраженной частицы со скоростью $\mathbf{v}' = (v_x', v_y', v_z')$ при падении в точку $P = (x, 0, z)$ поверхности частицы со скоростью $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$. К сожалению, поскольку функция S определяется не только физическими свойствами изолятора, но и свойствами прилегающей к ней плазмы, расчет функции или экспериментальное ее определение представляет существенные трудности.

Зная $S(\mathbf{v}', \mathbf{v}; P)$ и функцию распределения падающих частиц $f_+(\mathbf{v}, x, 0, z)$, можно найти функцию распределения отраженных частиц $f_-(\mathbf{v}', x, 0, z)$

$$f_-(\mathbf{v}', x, 0, z) = \int d\mathbf{v} S(\mathbf{v}', \mathbf{v} | x, z) f_+(\mathbf{v}, x, 0, z) \quad (3)$$

Здесь рассматривается предельный случай $\omega_e \tau_e \rightarrow \infty$; поэтому движение частиц в объеме плазмы следует описывать уравнениями Власова с самосогласованными полями E и H .

Расчет процессов в целом в указанных выше системах с учетом (3) весьма сложен. Поэтому ограничимся ниже рассмотрением одной модели, дающей четкое представление о свойствах эффекта.

Пример. Предположим, что в окрестности некоторой точки стенки магнитное поле однородно и перпендикулярно к стенке, а электрическое поле — параллельно ей (фиг. 1). Будем считать также, что отражающий слой много меньше ρ_T и при расчете его толщиной можно пренебречь.

В таком случае как движение падающих частиц, так и движение отраженных частиц является трохоидальным

$$\begin{aligned} x &= a - (A / \omega_e) \cos(\omega_e t + \alpha), & v_x &= A \sin(\omega_e t + \alpha) \\ y &= v_y t, & v_y &= v_{y0} = \text{const}, & w &= cE / H \\ z &= b + wt + (A / \omega_e) \sin(\omega_e t + \alpha), & v_z &= w + A \cos(\omega_e t + \alpha) \end{aligned} \quad (4)$$

При рассмотрении статических задач в интегралах (4) время следует исключить при помощи уравнения $y = v_y t$.

Если известны значения функции $f_+(\mathbf{v}, x, 0, z)$ и $f_-(\mathbf{v}, x, 0, z)$ на поверхности стенки, то, используя (4), легко найти значения этих функций при

² В частности при отсутствии больших по сравнению с ρ_T выступов на изоляторе.

³ Всюду ниже будем пользоваться системой координат, в которой ось y перпендикулярна стенке.

любых y , подставив вместо v , x , z величины

$$\begin{aligned} v_x &\rightarrow v_x \cos \omega_e \frac{y}{v_y} - (v_z - w) \sin \omega_e \frac{y}{v_y}, & v_y &\rightarrow v_y \\ v_z &\rightarrow w + (v_z - w) \cos \omega_e \frac{y}{v_y} + v_x \sin \omega_e \frac{y}{v_y} \\ x &\rightarrow x + \frac{v_z - w}{\omega_e} - \frac{1}{\omega_e} \left[v_x \sin \omega_e \frac{y}{v_y} + (v_z - w) \cos \omega_e \frac{y}{v_y} \right] \\ z &\rightarrow z - w \frac{y}{v_y} + \frac{v_x}{\omega_e} - \frac{1}{\omega_e} \left[v_x \cos \omega_e \frac{y}{v_y} - (v_z - w) \sin \omega_e \frac{y}{v_y} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Для распределение тока в плазме

$$\mathbf{j} = -e \int \mathbf{v} (f_+ + f_-) d\mathbf{v} \quad (6)$$

Проиллюстрируем схему расчета на простом примере, когда функция распределения падающих частиц f_+ будет максвелловской функцией со сдвигом в пространстве скоростей, равным скорости дрейфа w

$$f_+ = \frac{1}{N_+} \exp \left\{ -\frac{1}{c_{T0}^2} [v_x^2 + v_y^2 + (v_z - w)^2] \right\} \quad (7)$$

Функцию распределения отраженных частиц возьмем в виде «неподвижной» максвелловской функции

$$f_- = \frac{1}{N_-} \exp \left\{ -\frac{1}{c_{T1}^2} [v_x^2 + v_y^2 + v_z^2] \right\}, \quad c_T^2 = \frac{kT_e}{m} \quad (8)$$

нормировочные коэффициенты равны

$$N_+ = \frac{2n_+}{\pi^{3/2} c_{T0}^3}, \quad N_- = \frac{2n_-}{\pi^{3/2} c_{T1}^3} \quad (9)$$

где n_+ , n_- — плотности частиц, соответственно, падающих и отраженных от стенки. Если не происходит исчезновения частиц, то

$$n_+ c_{T0} = n_- c_{T1} \quad (10)$$

Производя замену (5) в (7) и (8), нетрудно убедиться, что функция (7) не изменится, тогда как (8) примет вид

$$\begin{aligned} f_- &= \frac{1}{N_-} \exp \left\{ -\frac{1}{c_{T1}^2} \left[v_x^2 + v_y^2 + (v_z - w)^2 + w^2 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2w(v_z - w) \cos \omega_e \frac{y}{v_y} + 2wv_x \sin \omega_e \frac{y}{v_y} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

В нашем случае интерес представляет x -компонента тока и поэтому ограничимся вычислением только этой компоненты.

В силу четности функции $f_+(v_x)$ имеем

$$j_x = -e \int_{v_y=-\infty}^0 v_x f_- d\mathbf{v} \quad (12)$$

Подставляя сюда выражения (9) и (11), получим

$$j_x = e \frac{2n_+}{\sqrt{\pi}} \frac{c_{T0}}{c_{T1}} c \frac{E}{H} \int_{-\infty}^0 \sin \frac{y\omega_e}{c_{T1}\alpha} e^{-\alpha^2} d\alpha \quad (13)$$

Отсюда видно, что распределение плотности тока вблизи стенки определяется функцией

$$Y(k) \equiv \int_{-\infty}^0 \sin \frac{k}{\alpha} e^{-\alpha^2} d\alpha, \quad k \equiv \frac{y\omega_e}{c_{T1}} \equiv \frac{y}{\rho_T} \quad (14)$$

Для того чтобы уяснить себе вид зависимости $Y(k)$, можно воспользоваться уравнением, которому удовлетворяет эта функция

$$(kY' - Y)'' = 2Y \quad (15)$$

или функция $Z \equiv Y/k$

$$(k^2 Z')'' = 2Zk \quad (16)$$

Из интегрального представления функции $Y(k)$ видно, что из трех решений (15) нас интересует то, которое является нечетной функцией k и обладает следующими свойствами при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$:

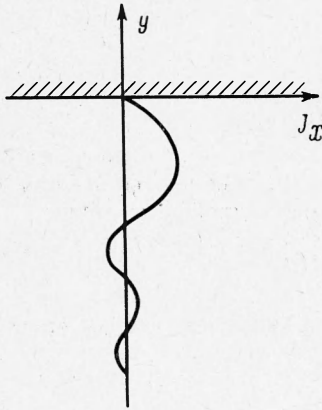
$$Y(0) = 0, \quad Y'(k) \rightarrow \infty \text{ при } k \rightarrow 0$$

$$Y(k) \rightarrow 0 \text{ при } k \rightarrow \infty \quad (17)$$

Не вводя в детальное исследование функции $Y(k)$, ограничимся нахождением ее асимптотик при $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow \infty$. Нетрудно видеть, что при $k \rightarrow 0$ решения уравнения (15) аппроксимируются функциями $Y_1 \sim k \ln |k|$, $Y_2 \sim \text{const}$; $Y_3 \sim k$.

Учитывая (17), видим, что

$$Y(k)|_{k \rightarrow 0} \sim k \ln |k| \sim y \ln \frac{|y|}{\rho_T} \quad (18)$$



Фиг. 2

Это означает, что плотность тока обращается в нуль при $y = 0$ и нарастает несколько быстрее, чем по линейному закону, при удалении от стенки.

При $k \rightarrow \infty$ решения уравнения (15) могут быть аппроксимированы функциями

$$Y_{1,2,3} \sim k \exp(|k|^{2/3} a_{1,2,3}); \quad a_{1,2,3} = \frac{3}{2^{2/3}} \exp \frac{2\pi i n}{3}; \quad n = 1, 2, 3 \quad (19)$$

Из условий (17) следует, что $Y = C_1 Y_2 + C_2 Y_3$, где C_1 и C_2 — некие постоянные. Таким образом

$$Y(k) \sim k \exp\left(-\frac{3}{2^{2/3}} |k|^{2/3}\right) \cos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2^{2/3}} |k|^{2/3} + \text{const}\right) \quad (20)$$

Общий вид зависимости $Y(k)$ изображен на фиг. 2. Как и следовало ожидать, ток действительно оказывается сосредоточенным в слое $\sim \rho_T$. Суммарный ток, протекающий в слое

$$I_x = \int_{-\infty}^0 j_x dy \quad (21)$$

как нетрудно видеть, равен ($c_{T1} = c_{T0}$)

$$I = \frac{en_+}{\sqrt{\pi}} \frac{c_{T0}}{\omega_e} c \frac{E}{H} = \frac{en_+}{\sqrt{\pi}} \rho_{Tc} \frac{E}{H} \quad (22)$$

Физический смысл получившегося выражения очевиден.

При помощи формулы (22) в предположении, что шумы не играют определенной роли, нетрудно построить для каждой конкретной системы, указанной в начале статьи, вольт-амперную характеристику.

Предлагаемая работа в большой степени была вызвана обсуждением с Ю. В. Есипчуком и А. В. Трофимовым роли столкновений электронов со стенками в системах с редкой плазмой.

Пользуюсь случаем, благодарю их за ценные соображения и замечания.