

УДК 532.5.013.4  
DOI: 10.15372/PMTF202315431

## АВТОМАТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОТРЫВОВ ТРЕХМЕРНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

С. А. Кузнецова\*, А. В. Бойко\*\*, К. В. Демьянко\*,\*\*,  
Г. В. Засько\*,\*\*, Ю. М. Нечепуренко\*,\*\*

\* Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия

\*\* Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН, Москва, Россия

E-mails: kuznetsova.sa@phystech.edu, andrey.boiko@zoho.com,  
k.demyanko@inm.ras.ru, zasko.gr@bk.ru, yumnech@yandex.ru

Обсуждаются современные подходы к визуализации и автоматической идентификации областей отрывов трехмерных пограничных слоев. Соответствующие алгоритмы реализованы в рамках оригинального программного комплекса LOTRAN, предназначенного для расчета положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях над поверхностями малой кривизны. Их работа демонстрируется на примере двух конфигураций: стреловидного крыла и вытянутого сфероида.

**Ключевые слова:** ламинарно-турбулентный переход, трехмерный пограничный слой, отрыв течения, линия отрыва, линия присоединения, поле поверхностного трения

**Введение.** Под отрывом пограничного слоя [1–3] понимается отрыв потока сплошной среды от обтекаемой поверхности. В аэродинамических приложениях отрывы могут приводить к существенной нестационарности течения с образованием и сходом вихрей либо с ускоренной турбулизацией за отрывом. Это вызывает увеличение аэродинамического сопротивления, поэтому для оптимизации конструкций летательных аппаратов необходимо определять наличие отрывов и рассчитывать их положения [4]. Однако разнообразие качественно различных видов отрывов (см., например, [5]) значительно усложняет математическое описание этого явления, а следовательно, и создание надежных алгоритмов идентификации отрывов.

В трехмерных пограничных слоях отрыв начинается на линии, от которой поднимаются частицы жидкости (линия отрыва). В работе [6] предложено идентифицировать отрыв по полю силы трения на обтекаемой поверхности. Показано, что к линии отрыва сходятся линии поверхностного трения (интегральные кривые поля поверхностного трения), а сама линия отрыва начинается и заканчивается в точках поверхности, в которых поверхностное трение равно нулю. Кроме того, в работе [6] приведен пример нелинейного векторного поля, содержащего комбинацию особых точек типа узел — седло — узел, для которых имеется траектория, сходная с линией отрыва. Вместе с работами Р. Лежандра (см. обзор [5]) это положило начало топологическому анализу отрывов, а именно исследованию особых точек поля поверхностного трения с последующей интерпретацией. Результаты дальнейшего развития методов топологического анализа отрывов представлены, например, в работах [7–9]. В частности, в [9] при определенных ограничениях на свойства

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-71-10028).

© Кузнецова С. А., Бойко А. В., Демьянко К. В., Засько Г. В., Нечепуренко Ю. М., 2024

линии и поверхности отрыва были сформулированы и обоснованы четыре критерия отрыва и присоединения. Обзор методов топологического анализа отрывов трехмерных течений приведен, например, в работе [5]. Имеются также экспериментальные работы (см., например, [10, 11]). Кроме того, были исследованы нестационарные отрывы идеальной жидкости (см., например, [12]).

Однако существуют отрывы, которые не могут быть обнаружены при топологическом анализе поля поверхностного трения, так как линия отрыва может не содержать ни одной особой точки этого поля. Впервые такой отрыв был обнаружен в работе [13] при исследовании обтекания тела вращения при умеренных углах атаки. В [14] его существование было подтверждено экспериментально. Автор работы [13] предложил использовать для этого явления термин “открытый отрыв”. В [7] такой отрыв называется локальным отрывом, в [8] — отрывом поперечного течения. В работе [15] предложен критерий, позволяющий определить точку, в которой начинается линия открытого отрыва. Однако этот критерий неустойчив к погрешностям данных об обтекании поверхности [15]. Также следует отметить работы [16, 17], в которых на основе эмпирических алгоритмов найдена линия открытого отрыва.

Отсутствие строгого математического определения трехмерного отрыва приводит к ряду противоречий, что подробно обсуждается в работе [15]. Например, открытый отрыв из [13, 14] не является отрывом согласно определению из [9] и поэтому не может быть найден с помощью критериев из [9]. Однако во всех указанных выше работах сходимость линий трения отмечается как необходимое условие линии отрыва. Заметим, что в работах [18, 19] для оценки сходимости (расходимости) линий трения предлагается вычислять дивергенцию поля поверхностного трения.

Известно несколько численных методов идентификации линий отрыва на поверхности обтекаемого тела. Первый метод основан на непосредственном использовании критериев [9]. Он был применен для простых конфигураций с плоской геометрией в работе [20], в которой данные о ламинарном обтекании получены в результате прямого численного моделирования. Примеры применения этого метода для численной идентификации отрывов на трехмерных аэродинамических поверхностях нам неизвестны.

Второй метод предложен в работах [21, 22]. В этом методе предполагается, что поверхность обтекаемого тела задана триангуляцией, а поверхностное трение задано в вершинах треугольников. Для каждого треугольника выполняются локальная аппроксимация исходного нелинейного поля трения линейным полем и анализ фазового портрета полученного линейного поля. В результате для каждого треугольника либо определяется отрезок линии отрыва, либо делается вывод, что линия отрыва не проходит через него. Вследствие погрешностей применяемых приближений при использовании данного метода может быть как пропущена истинная линия отрыва, так и выделена ложная. Кроме того, поскольку линия отрыва строится по локальным отрезкам, результат может получиться сильно зашумленным. Достоинством данного метода является его применимость в случае открытых отрывов. Работа метода была продемонстрирована на данных об обтекании трехмерных тел (дельтовидное крыло, тело вращения) [21, 22].

Альтернативой описанным выше методам, основанным на топологическом анализе поля поверхностного трения, являются эмпирические критерии отрыва, применяемые к профилям скорости основного течения. Метод определения отрыва по таким критериям предложен авторами данной работы в [23] и кратко обсуждается ниже. Недостатком такого метода является наличие эмпирических параметров.

Данная работа посвящена тестированию различных численных методов визуализации и автоматической идентификации отрывов в пограничных слоях над трехмерными аэродинамическими конфигурациями — стреловидным крылом и вытянутым сфероидом

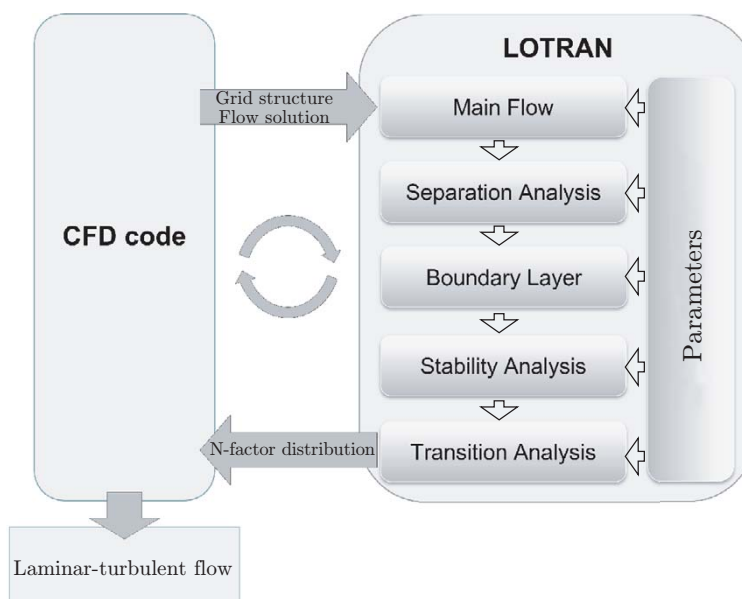


Рис. 1. Блок-схема программного комплекса LOTRAN

при ненулевых углах атаки. Поверхности обтекаемых тел заданы триангуляцией, данные об обтекании получены по результатам RANS-моделирования. Все рассматриваемые методы интегрированы в программный комплекс LOTRAN [23–29], предназначенный для определения положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях над поверхностями малой кривизны.

**1. Визуализация отрывов трехмерных течений.** В рамках программного комплекса LOTRAN [23, 28], предназначенного для расчета положения ламинарно-турбулентного перехода в аэродинамических пограничных слоях над поверхностями малой кривизны, разработан и реализован блок Separation Analysis для анализа поля поверхностного трения и идентификации отрывов. Отметим, что программный комплекс LOTRAN широко применяется как для фундаментальных исследований, так и для инженерных расчетов (см., например, [23–27]). Блок-схема комплекса приведена на рис. 1. Комплекс предназначен для работы совместно с произвольным CFD-кодом, позволяющим рассчитывать ламинарно-турбулентное обтекание рассматриваемого тела с использованием модели турбулентности, например  $(k-\omega)$ -SST, и с заданным распределением перемежаемости. Расчет положения области перехода выполняется итерационно. На каждой итерации с помощью CFD-кода рассчитывается ламинарно-турбулентное обтекание. Затем данные об обтекании и распределении перемежаемости передаются в LOTRAN для определения положения перехода. Координаты найденного положения перехода и его протяженность вдоль проекций линий тока на обтекаемую поверхность передаются в CFD-код. По этим данным задается новое распределение перемежаемости и заново рассчитывается ламинарно-турбулентное обтекание. Расчет положения перехода прекращается при достижении сходимости с заданной точностью.

Блок Separation Analysis используется в рамках LOTRAN для расчета областей отрывов, приводящих к ламинарно-турбулентному переходу. Данные об обтекании (компоненты вектора скорости, давление, температура, коэффициент перемежаемости) передаются из блока Main Flow, который интерполирует данные, поступающие из CFD-кода, в узлы тетраэдральной сетки. При этом обтекаемая поверхность аппроксимируется поверхностными гранями поверхностных тетраэдров и оказывается триангулированной.

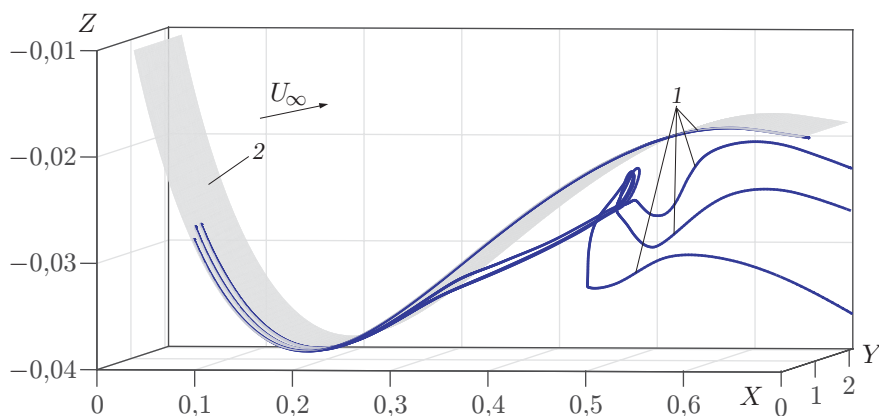


Рис. 2. Линии тока (1) вблизи наветренной поверхности (2) для стреловидного крыла ( $X = 0$  — передняя кромка)

Расчеты, представленные в данной работе, проводились для следующих двух конфигураций:

1. Стреловидное крыло под углом атаки  $3^\circ$ . Параметры крыла [27]: профиль НАСА 67 1–215, угол скольжения  $45^\circ$ , размер вдоль хорды по нормали к передней кромке 0,7 м. Параметры набегающего потока: скорость  $U_\infty = 10$  м/с, плотность  $\rho_\infty = 1,18$  кг/м<sup>3</sup>, кинематическая вязкость  $\nu_\infty = 1,57 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с, что соответствует числу Рейнольдса  $Re_\infty = 4,46 \cdot 10^5$  и числу Маха  $M_\infty = 0,03$ .

2. Вытянутый сфероид под углом атаки  $10^\circ$ . Параметры сфероида [23]: соотношение осей 6 : 1 : 1, продольный размер 2,4 м. Параметры набегающего потока: скорость  $U_\infty = 45$  м/с, плотность  $\rho_\infty = 1,23$  кг/м<sup>3</sup>, кинематическая вязкость  $\nu_\infty = 1,50 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с, что соответствует числу Рейнольдса  $Re_\infty = 7,20 \cdot 10^6$  и числу Маха  $M_\infty = 0,13$ .

Изображения этих тел приведены в работах [27] и [23] соответственно. Далее на рис. 3–9 представлены результаты расчетов, полученные для нижней поверхности тела 1 и боковой поверхности тела 2.

Одним из способов идентификации отрыва трехмерного течения является построение достаточного числа линий тока вблизи обтекаемой поверхности. На рис. 2 изображены линии тока вблизи наветренной поверхности стреловидного крыла, отклоняющиеся от нее на расстоянии  $X = 0,3 \div 0,4$  от передней кромки, что свидетельствует об отрыве течения. Однако данный способ идентификации требует больших вычислительных затрат.

Учитывая, что в предотрывном течении давление растет вниз по потоку, о наличии отрыва можно судить по полю логарифма давления на обтекаемой поверхности (рис. 3). Однако для локализации области отрыва с требуемой на практике точностью этих данных, как правило, недостаточно.

Более информативным является поле поверхностного трения. Для вычисления поверхностного трения на каждом элементе триангуляции поверхности задается правая ортогональная система координат  $(x, y, z)$ , где  $y$  — координата вдоль внешней нормали к плоскости треугольника,  $x$  — координата вдоль проекции на плоскость треугольника вектора скорости  $(u, v, w)$  основного течения на границе пограничного слоя на этой нормали,  $z$  — поперечная координата. Удельная (на единицу площади) сила поверхностного трения представляет собой вектор  $\tau$  с компонентами

$$\tau_x = \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \tau_z = \mu \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (1)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость.

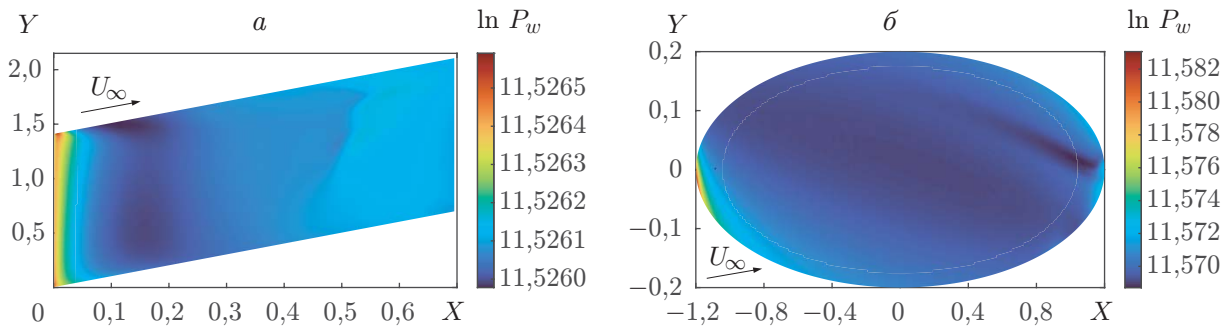


Рис. 3. Распределение натурального логарифма давления  $\ln P_w$  на поверхности для конфигурации 1 (а) и конфигурации 2 (б)

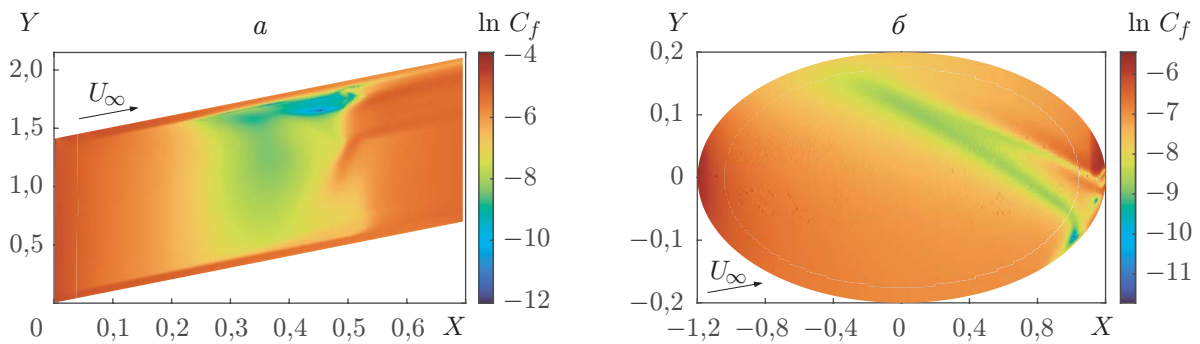


Рис. 4. Распределение натурального логарифма коэффициента поверхностного трения  $\ln C_f$  для конфигурации 1 (а) и конфигурации 2 (б)

Для вычисления производных компонент скорости  $u$  и  $w$  по  $y$  в (1) строим внешнюю нормаль к плоскости треугольника из рассматриваемой точки, интерполируем компоненты скорости, заданные в вершинах тетраэдров, в узлы сетки на нормали и используем одностороннее численное дифференцирование для аппроксимации искомых значений производных.

На рис. 4 приведены значения рассчитанного для конфигураций 1 и 2 логарифма коэффициента поверхностного трения, определяемого формулой

$$C_f = \frac{|\tau|}{0,5\rho_\infty U_\infty^2}.$$

Области отрыва соответствует область малых значений коэффициента поверхностного трения. Большие значения поверхностного трения на передней части стреловидного крыла и вытянутого сфероида обусловлены малой толщиной пограничного слоя, а ниже по потоку от отрыва и на боковых кромках крыла — принудительной турбулизацией течения (при  $X = 0,5$  в случае крыла и при  $X = 1,1$  в случае сфероида). Отметим, что отрыв течения от поверхности вытянутого сфероида имеет более сложную структуру [2].

Линии поверхностного трения представляют собой кривые  $(x(s), 0, z(s))$ , удовлетворяющие уравнениям

$$\frac{dx}{ds} = \tau_x, \quad \frac{dz}{ds} = \tau_z, \quad (2)$$

где  $s$  — вещественный параметр. Для построения линии поверхностного трения на трехмерной обтекаемой поверхности малой кривизны была реализована процедура, с помощью

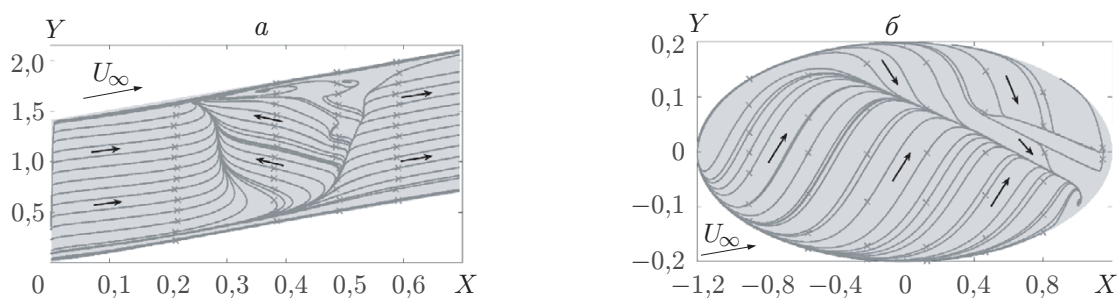


Рис. 5. Линии поверхностного трения для конфигурации 1 (а) и конфигурации 2 (б):

крестики — начальные точки; стрелки — направление сходимости линий поверхностного трения

которой для точки в заданном треугольнике и направления силы трения в этой точке определяется точка пересечения такого луча с границей треугольника. Отрезок, соединяющий исходную точку с найденной точкой пересечения, выбирается в качестве линии поверхностного трения в рассматриваемом треугольнике. Последовательно применяя эту процедуру, получаем ломаную, каждое звено которой принадлежит только одному треугольнику и которая аппроксимирует искомую линию поверхностного трения.

Расчеты показали, что построение нескольких линий поверхностного трения позволяет визуально определять границы области отрыва (рис. 5). В частности, в случае стреловидного крыла имеет место трехмерный отрывной пузырь, положение которого качественно согласуется с известными экспериментальными данными (см., например, [30]). На поверхности вытянутого сфероида выделяются линия отрыва, линия присоединения и линия вторичного отрыва. Подобная картина отрывного течения получена в экспериментах в случае несжимаемого пограничного слоя на вытянутом сфероиде с соотношением осей  $4,3 : 1,0 : 1,0$  при угле атаки набегающего потока  $30^\circ$  и  $Re_\infty = 8 \cdot 10^4$  (см. рис. 3.32 в [2]). Для получения подробной визуализации течения требуется специальный выбор точек, из которых будут строиться линии поверхностного трения. Один из способов выбора начальных точек был предложен в работах [18, 19]. Для определения областей, в которых имеет место сходимость (расходимость) линий поверхностного трения, в этих работах вычисляется дивергенция поля поверхностного трения, а локальные минимумы (максимумы) полученного скалярного поля дивергенции выбираются в качестве точек, из которых строятся линии поверхностного трения.

**2. Эмпирические методы автоматической идентификации отрывов.** Предложенные авторами данной работы методы автоматической идентификации отрывов подробно описаны в работе [23]. Эти методы применяются для определения начала областей отрыва в двумерных разрезах пограничного слоя, образованных нормальными к поверхности, которые строятся следующим образом. В области сформировавшегося (вертикальная скорость мала по сравнению с продольной) присоединенного ламинарного пограничного слоя выбирается нормаль. На ней определяется граница пограничного слоя, от которой выполняется шаг вниз по потоку в направлении компоненты вектора скорости течения, перпендикулярной этой нормали. Длина шага выбирается пропорциональной диаметру треугольника, содержащего основание данной нормали. Далее из полученной точки пространства на поверхность опускается новая нормаль. На ней определяется граница пограничного слоя, от которой выполняется новый шаг. Шаги вверх по потоку выполняются в направлении, противоположном направлению компоненты вектора скорости течения, перпендикулярной очередной нормали.



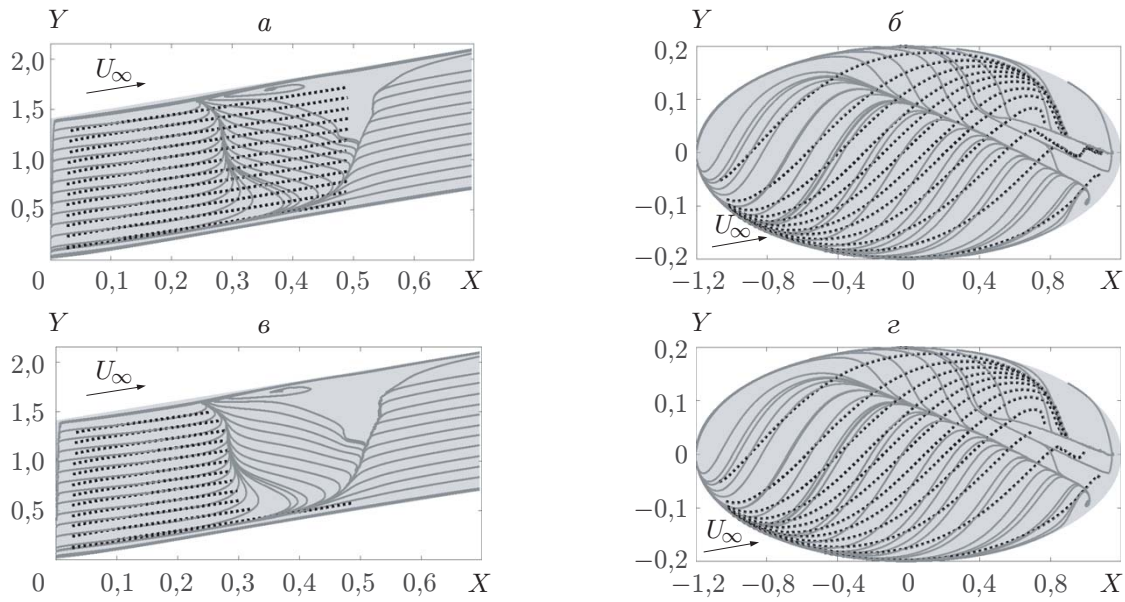


Рис. 6. Линии поверхностного трения (сплошные линии) и проекции (пунктирные линии) линий тока с границы пограничного слоя на поверхность:  
а, в — конфигурация 1, б, г — конфигурация 2

При построении разреза для каждой нормали проверяются следующие два условия наличия отрыва.

Условие “продольного” отрыва: внутри пограничного слоя продольная компонента скорости принимает достаточно большое по абсолютной величине отрицательное значение:

$$\min_{0 \leq y \leq y_{BL}} u(y) < -t_u u(y_{BL}),$$

где  $t_u$  — задаваемая эмпирическая положительная константа;  $y_{BL}$  — толщина пограничного слоя.

Условие “поперечного” отрыва: внутри пограничного слоя максимальная абсолютная величина поперечной компоненты скорости является достаточно большой по сравнению с величиной продольной компоненты скорости на границе пограничного слоя, кроме того, поперечная компонента скорости принимает не только положительные, но и достаточно большие по абсолютной величине отрицательные значения по сравнению с ее значением в точке максимума абсолютной величины:

$$|w(y_m)| > t_{wu} u(y_{BL}), \quad \min_{0 \leq y \leq y_{BL}} (\text{sign}(w(y_m))w(y)) < -t_w |w(y_m)|,$$

где

$$y_m = \arg \max_{0 \leq y \leq y_{BL}} |w(y)|,$$

а  $t_{wu}$ ,  $t_w$  — эмпирические положительные константы, задаваемые пользователем.

Недостаток данных критериев заключается в том, что эмпирические константы не универсальны и для каждого из существенно различных классов течений их необходимо подбирать отдельно. Это иллюстрирует рис. 6. На рис. 6,а,б наличие отрыва не проверяется и линии тока заканчиваются при достижении порогового значения коэффициента перемешиваемости. На рис. 6,в,г наличие отрыва проверяется с использованием одинаковых

для конфигураций 1 и 2 значений эмпирических констант  $t_u = t_{wu} = t_w = 0,05$  и линии тока заканчиваются при выполнении условия продольного либо поперечного отрыва. Линию отрыва удалось определить только для конфигурации 1.

**3. Топологические методы идентификации отрывов.** Ниже рассматриваются два метода идентификации отрывов: метод Сураны — Грунберга — Холлера и метод Кенрайта.

**3.1. Метод Сураны — Грунберга — Холлера.** Математически обоснованная топологическая теория отрывов была предложена в работе [9]. Для исключения случаев, не наблюдаемых ни в физическом эксперименте, ни при численном моделировании, для линий отрыва и присоединения определяется ряд дополнительных требований. На основе этих требований формулируются четыре критерия линии отрыва и четыре критерия линии присоединения. Затем доказывается, что линия поверхностного трения является линией отрыва (присоединения) тогда и только тогда, когда она удовлетворяет одному из критериев линии отрыва (присоединения). Следует отметить, что каждой из четырех пар критериев соответствует определенный сценарий отрыва [9]. Далее рассматриваются только сценарии, не имеющие предельных циклов.

Критерии линии отрыва: линия отрыва проходит вдоль ограниченной линии поверхностного трения, начинающейся в точке  $p$  и заканчивающейся в точке  $q$ , где  $p$  — особая точка поля  $\tau$  типа седло;  $q$  — особая точка поля  $\tau$  типа устойчивый узел либо устойчивый фокус, причем в этих точках выполняется условие

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} > 0. \quad (3)$$

Критерии линии присоединения: линия присоединения проходит вдоль ограниченной линии поверхностного трения, начинающейся в точке  $p$  и заканчивающейся в точке  $q$ , где  $p$  — особая точка поля  $\tau$  типа неустойчивый узел либо неустойчивый фокус;  $q$  — особая точка поля  $\tau$  типа седло, причем в этих точках выполняется условие

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} < 0. \quad (4)$$

В работе [20] критерии линий отрыва и присоединения из работы [9] были применены для идентификации отрывов течений с плоской геометрией. Данные о ламинарном обтекании были получены в результате прямого численного моделирования. Однако метод, основанный на этих критериях, для сложных, существенно трехмерных конфигураций, по-видимому, не применялся. В данной работе метод обобщен на случай обтекания трехмерных поверхностей малой кривизны, заданных триангуляцией.

Алгоритм состоит из следующих четырех этапов.

Этап 1. Вычисление  $\tau_x$  и  $\tau_z$  в вершинах треугольников (см. п. 1).

Этап 2. Вычисление координат приближенных стационарных точек системы (2), которые являются приближенными особыми точками поля  $\tau$ . Для этого в каждом треугольнике ищем линейное приближение вида

$$\begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_z \end{bmatrix} \approx A \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + b, \quad (5)$$

а именно требуем выполнения точного равенства в вершинах треугольника и решаем систему шести уравнений с шестью неизвестными — компонентами вектора  $b$  и элементами матрицы  $A$ . Далее находим координаты стационарной точки линеаризованной системы, приравняв к нулю правую часть приближенного равенства (5). Если найденная точка лежит в рассматриваемом треугольнике, то используем ее в качестве приближения к одной из стационарных точек исходной нелинейной системы.



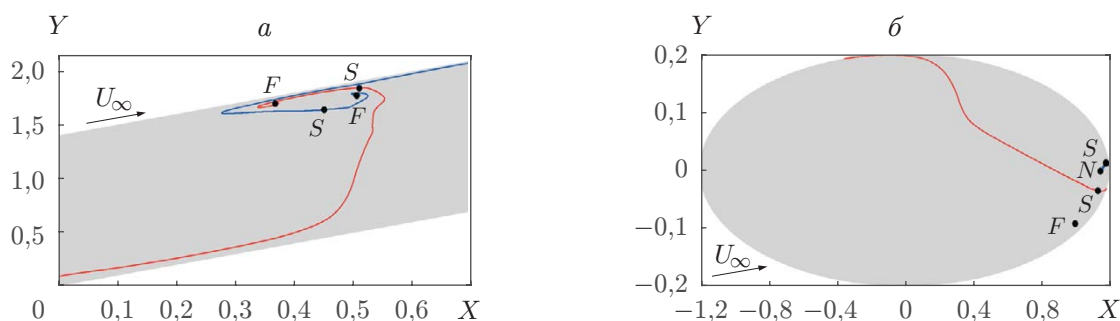


Рис. 7. Особые точки  $S$ ,  $F$ ,  $N$ , линии отрыва (синие) и присоединения (красные), найденные с помощью алгоритма, основанного на теории Сураны — Грунберга — Холлера:

$a$  — конфигурация 1,  $b$  — конфигурация 2

Этап 3. Вычисление для каждой приближенной стационарной точки собственных значений и нормированных собственных векторов матрицы  $A$ . Отбираем седловые точки, т. е. точки, в которых собственные значения ненулевые, вещественные и имеют разные знаки. Проверяем выполнение в них условий (3), (4). Для этого необходимо вычислить вторую производную по  $y$  вертикальной компоненты скорости. Однако погрешность таких вычислений слишком велика, поскольку сами значения вертикальной компоненты скорости малы по сравнению с продольной и поперечной компонентами. Численные эксперименты показали, что вместо знака второй производной можно проверять знак компоненты  $v$  в точке, расположенной на малой высоте от поверхности над отобранной стационарной точкой.

Этап 4. Построение линий поверхностного трения, исходящих из седловых точек и заканчивающихся либо в окрестности узлов или фокусов, либо на границе расчетной области. В каждой седловой точке строим линию отрыва (присоединения) следующим образом. Если над точкой вблизи поверхности выполнено условие  $v > 0$  ( $v < 0$ ), то выбираем собственный вектор, отвечающий положительному (отрицательному) собственному значению. Вдоль этого вектора из седловой точки строим два луча до пересечения со сторонами треугольника. Далее процедура совпадает с описанной в п. 1 процедурой построения линий поверхностного трения. Останавливаем процедуру, если линия поверхностного трения попала в треугольник, содержащий какую-либо стационарную точку, или на границу расчетной области. При попадании в треугольник со стационарной точкой проверяем ее тип. Если это фокус или узел, то построенная линия является линией отрыва (присоединения).

На рис. 7 приведены результаты работы предложенного алгоритма (точки  $S$ ,  $F$ ,  $N$  — седло, фокус, узел). Для каждой конфигурации найдена линия присоединения, но не найдена линия отрыва, согласующаяся с рис. 5.

**3.2. Метод Кенрайта.** Результаты работы алгоритма, описанного в подп. 3.1, зависят от того, все ли седловые точки обнаружены на обтекаемой поверхности. Если какая-либо из них находится за пределами расчетной области, соответствующая линия отрыва (присоединения) не будет найдена. Это может быть причиной, по которой с помощью данного алгоритма не удалось обнаружить линии отрыва. В случае конфигурации 1 седловые точки могут находиться в области принудительной турбулизации крыла вблизи боковых кромок, а в случае конфигурации 2 — сверху, на линии симметрии (расчеты проводились только для одной половины вытянутого сфероида). Еще одной возможной причиной может быть открытый отрыв [13, 14], который не описывается теорией Сураны — Грунберга — Холлера.

В работе [21] предложен численный алгоритм, позволяющий определять линии отрыва и присоединения в случае, когда доступны не все седловые точки. Алгоритм осно-

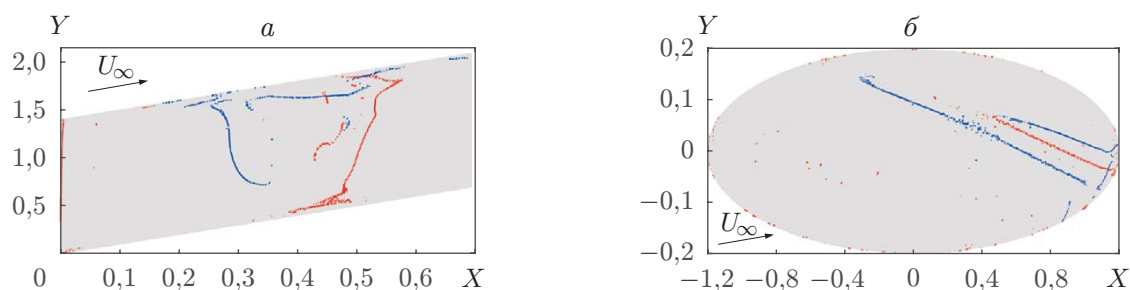


Рис. 8. Отрезки линий отрыва (синие) и присоединения (красные), найденные с использованием алгоритма Кенрайта:

*a* — конфигурация 1, *б* — конфигурация 2

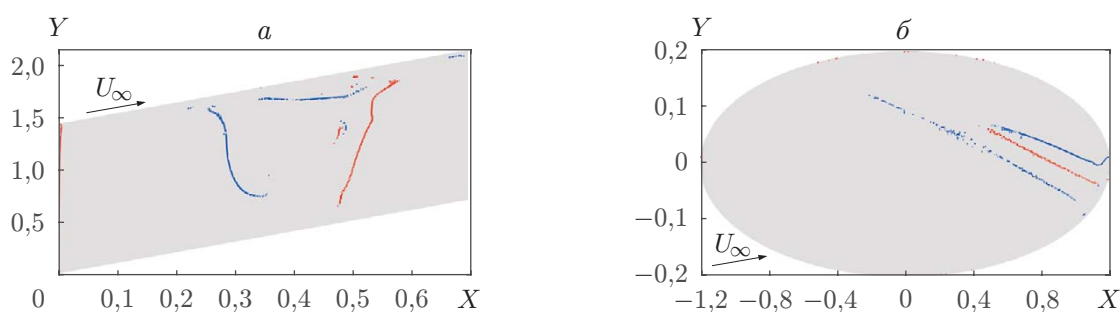


Рис. 9. Отрезки линий отрыва (синие) и присоединения (красные), найденные с использованием модифицированного алгоритма Кенрайта:

*a* — конфигурация 1, *б* — конфигурация 2

ван на том, что линии поверхностного трения сходятся к линии отрыва и отходят от линии присоединения. В отличие от алгоритма, описанного в подп. 3.1, стационарные точки линеаризованных систем, находящиеся за пределами соответствующих треугольников, не отбрасываются. В зависимости от типа стационарной точки (интерес для этого алгоритма представляют седло или узел) выбирается собственное направление, отвечающее собственному значению нужного знака, и ищется его пересечение с рассматриваемым треугольником, которое будет являться частью линии отрыва или присоединения. В результате выполнения этой процедуры для всех треугольников, составляющих обтекаемую поверхность, из отрезков складываются прерывистые линии отрыва и присоединения. Численные эксперименты [22] с модельными полями поверхностного трения показали, что данный алгоритм может не находить нужные линии отрыва и присоединения и, кроме того, строить отрезки, не имеющие отношения к отрывам.

На рис. 8 приведены результаты применения предлагаемого алгоритма при анализе рассматриваемых конфигураций. Для обеих конфигураций с помощью алгоритма определены все линии отрыва и присоединения, которые определяются также по линиям поверхностного трения (см. рис. 5). Однако, как и ожидалось, результаты сильно зашумлены.

Для решения проблемы зашумленности результатов выберем в качестве участков линии отрыва (присоединения) только те отрезки, для которых вблизи поверхности выполнено условие  $v > 0$  (условие  $v < 0$ ). На рис. 9 видно, что такая модификация позволяет частично избавиться от лишних отрезков.

**Заключение.** В работе рассмотрены методы визуализации отрывов трехмерных течений и автоматической идентификации линий отрыва и присоединения. Обсуждаются результаты численных экспериментов, которые проводились в рамках оригинального про-

граммного комплекса LOTRAN [23, 28] с данными об обтекании стреловидного крыла и вытянутого сфероида, полученными с помощью пакета ANSYS Fluent.

Одним из наиболее надежных, но в то же время самым вычислительно затратным способом идентификации отрывов пограничных слоев является построение достаточного числа линий тока. Анализ поля поверхностного трения позволяет судить о наличии отрыва по областям малых значений поверхностного трения. Анализ линий поверхностного трения позволяет локализовать линии отрыва и присоединения. Расчет для стреловидного крыла показал наличие трехмерного отрывного пузыря, а для вытянутого сфероида — наличие линии отрыва, линии присоединения и линии вторичного отрыва. Однако при использовании этого подхода требуется вручную выбирать точки, из которых строятся линии поверхностного трения, а полученная картина представляется достаточно сложной для автоматического анализа. В случае если эти проблемы будут решены, например с помощью алгоритмов [18, 19], данный подход может оказаться наиболее перспективным.

Эмпирические критерии отрыва, основанные на анализе профилей скорости основного течения при движении вдоль линий тока на границе пограничного слоя, при адекватном выборе соответствующих пороговых констант позволяют определять границы области отрыва, но эти константы не являются универсальными и должны подбираться отдельно для существенно различных классов течений.

Предложены модификации известных методов автоматической идентификации линий отрыва и присоединения, в основе которых лежит анализ топологии линий поверхностного трения. Разработан и реализован численный алгоритм, основанный на теории [9]. В литературе до сих пор не было описано применение данной теории к автоматической идентификации отрывов при расчете обтекания трехмерных поверхностей с инженерной точностью. Численные эксперименты показали недостаточную надежность такого подхода при анализе данных об обтекании типичных аэродинамических конфигураций. Для обеих рассмотренных конфигураций найдены только линии присоединения, согласующиеся с результатами визуализации линий поверхностного трения. Линии отрыва не найдены. По-видимому, для рассмотренных конфигураций либо имеет место открытый отрыв, либо седловые точки поля поверхностного трения лежат за пределами расчетной области. Метод, предложенный в [21] и не требующий определения всех особых точек, показал лучшие результаты в численных экспериментах. Все линии отрыва и присоединения, выделяемые визуально по картине линий поверхностного трения, были идентифицированы этим алгоритмом, однако результаты сильно зашумлены. Данную проблему удалось частично решить с помощью дополнительной проверки знака вертикальной компоненты скорости.

Рассмотренные в работе методы внедрены в программный комплекс LOTRAN и могут применяться для предварительного анализа, уточняющего прогноз ламинарно-турбулентного перехода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Schlichting H.** Boundary-layer theory. 9th ed. / H. Schlichting, K. Gersten. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2017.
2. **Шевелев Ю. Д.** Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. М.: Наука, 1986.
3. **Boiko A. V.** Physics of transitional shear flows / A. V. Boiko, A. V. Dovgal, G. R. Grek, V. V. Kozlov. Berlin: Springer, 2012.
4. **Краснов Н. Ф.** Управление и стабилизация в аэродинамике / Н. Ф. Краснов, В. Н. Кошевой. М.: Высш. шк., 1978.

5. **Délery J. M.** Robert Legendre and Henri Werlé: Toward the elucidation of three-dimensional separation // *Annual Rev. Fluid Mech.* 2001. V. 33. P. 129–154.
6. **Lighthill M. J.** Attachment and separation in three-dimensional flows. Laminar boundary layers / Ed. by L. Rosenhead. Oxford: Univ. Press, 1963. P. 72–82.
7. **Tobak M., Peake D. J.** Topology of three-dimensional separated flows // *Annual Rev. Fluid Mech.* 1982. V. 14. P. 61–85.
8. **Chapman G. T., Yates L. A.** Topology of flow separation on three-dimensional bodies // *Appl. Mech. Rev.* 1991. V. 44, N 7. P. 329–345.
9. **Surana A., Grunberg O., Haller G.** Exact theory of three-dimensional flow separation. Pt 1. Steady separation // *J. Fluid Mech.* 2006. V. 564. P. 57–103.
10. **Miozzi M., Capone A., Constantini M., et al.** Skin friction and coherent structures within a laminar separation bubble // *Experiment. Fluids.* 2019. V. 60, N 30. P. 1–25.
11. **Занин Б. Ю.** Гистерезис отрывного обтекания модели прямого крыла при изменении скорости потока // *ПМТФ.* 1997. Т. 38, № 5. С. 80–84.
12. **Горелов Д. Н.** Критерии отрыва нестационарного потока идеальной жидкости с гладкого контура // *ПМТФ.* 2006. Т. 47, № 1. С. 74–81.
13. **Wang K. C.** Separation patterns of boundary layer over an inclined body of revolution // *AIAA J.* 1972. V. 10, N 8. P. 1044–1050.
14. **Wang K. C., Zhou H. C., Hu C. H., Harrington S.** Three-dimensional separated flow structure over prolate spheroids // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1990. V. 421. P. 73–90.
15. **Wu J. Z., Tramel R. W., Zhu F. L., Yin X. Y.** A vorticity dynamics theory of three-dimensional flow separation // *Phys. Fluids.* 2000. V. 12, N 8. P. 1932–1954.
16. **Levy Y., Degani D., Seginer A.** Graphical visualization of vortical flows by means of helicity // *AIAA J.* 1990. V. 28, N 8. P. 1347–1352.
17. **Yates L. A., Chapman G. T.** Streamlines, vorticity lines, and vortices around three-dimensional bodies // *AIAA J.* 1992. V. 30, N 7. P. 1819–1826.
18. **Tricoche X., Garth C., Scheuermann G.** A fast and robust method for visualizing separation line features // *Scientific visualization: The visual extraction of knowledge from data* / Ed. by G. Bonneau, T. Ertl, G. Nielson. Berlin: Springer, 2005. P. 249–264.
19. **Tricoche X., Garth C., Bobach T., et al.** Accurate and efficient visualization of flow structures in a delta wing simulation // *Proc. of the 34th AIAA Fluid dynamics conf. and exhibit, Portland (USA), 28 June — 01 July 2004.* S. l.: AIAA, 2004. 2153.
20. **Surana A., Jacobs G. B., Haller G.** Extraction of separation and attachment surfaces from three-dimensional steady shear flows // *AIAA J.* 2005. V. 45, N 6. P. 1290–1302.
21. **Kenwright D. N.** Automatic detection of open and closed separation and attachment lines // *Proc. Visualization '98.* Research Triangle Park: S. n., 1998. P. 151–158.
22. **Kenwright D. N., Henze C., Levit C.** Feature extraction of separation and attachment lines // *IEEE Trans. Visual. Comput. Graph.* 1999. V. 5, N 2. P. 135–144.
23. **Boiko A. V., Demyanko K. V., Kirilovskiy S. V., et al.** Modeling of transonic transitional three dimensional flows for aerodynamic applications // *AIAA J.* 2021. V. 59. P. 1–13.
24. **Бойко А. В., Демьянко К. В., Иноземцев А. А. и др.** Определение положения ламинарно-турбулентного перехода при численном моделировании обтекания пластины дозвуковыми и трансзвуковыми потоками // *Теплофизика и аэромеханика.* 2019. Т. 26, № 5. С. 675–683.
25. **Kirilovskiy S. V., Boiko A. V., Demyanko K. V., et al.** On integrating the LOTRAN 3.0 package into the ANSYS fluent CFD software // *AIP Conf. Proc.* 2019. V. 2125. 030098.

26. **Poplavskaya T. V., Boiko A. V., Demyanko K. V., et al.** Numerical simulation of the transition to turbulence in subsonic and transonic flows // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1359. 012068.
27. **Kirilovskiy S. V., Boiko A. V., Demyanko K. V., et al.** Numerical simulation of the laminar-turbulent transition on a swept wing in a subsonic flow // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1359. 012070.
28. **Boiko A. V., Demyanko K. V., Nechepurenko Yu. M.** On computing the location of laminar-turbulent transition in compressible boundary layers // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modell. 2017. V. 32. P. 1–12.
29. **Бойко А. В., Демьянко К. В., Кириловский С. В. и др.** Об определении пороговых N-факторов положения ламинарно-турбулентного перехода в дозвуковом пограничном слое вытянутого сфероида // ПМТФ. 2021. Т. 62, № 6. С. 3–7.
30. **Zhang S., Jaworski A. J., McParlin S. C., Turner J. T.** Experimental investigation of the flow structures over a 40° swept wing // Aeronaut. J. 2019. V. 123. P. 39–55.

*Поступила в редакцию 22/XI 2023 г.,  
после доработки — 24/XII 2023 г.  
Принята к публикации 29/I 2024 г.*

---