

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.3

РАСЧЕТ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАССИВА ВОКРУГ ЗАГЛУБЛЕННЫХ ВЫРАБОТОК С УЧЕТОМ СОБСТВЕННОГО ВЕСА ПОРОД

М. В. Курленя, В. Е. Миренков, А. В. Савченко

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: mirenikov@misd.nsc.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

При аналитическом определении напряженно-деформированного состояния массива в окрестности выработки вес пород практически не учитывался, что приводило к несоответствию расчета смещений и их натурных замеров. Предложена феноменологическая теория деформирования, устраняющая это различие. Данная теория основана на действии веса пород кровли в окрестности выработки, которое совпадает с направлением растягивающих напряжений, определяемых в дополнительной задаче. Вводится параметр, характеризующий отношение смещений кровли к смещениям почвы выработки, что приводит к необходимости рассмотрения обратных задач, для решения которых имеется основное вспомогательное условие — натурные замеры смещений пород кровли и почвы выработки.

Выработка, пласт, порода, смещения, напряжения, вес пород, уравнения, некорректные задачи

Под заглубленной выработкой будем понимать область влияния выработанного пространства, которое не достигает дневной поверхности. В дальнейшем, при ведении очистных работ оно увеличивается. Наступает момент, когда горные работы оказывают воздействие на дневную поверхность, что приводит к образованию незаглубленной выработки. Так, для всех значений H положение забоя на линиях L_1 , L_2 (рис. 1) характеризует выработку как заглубленную. Зоны смещения этих выработок обозначены штриховыми линиями. Расчет напряженно-деформированного состояния вокруг заглубленных очистных выработок в предположении абсолютно жесткого пласта и идеального проскальзывания на контакте пласта с вмещающими породами впервые реализован в работах [1, 2]. В них за основу расчета принято предположение о линейном распределении напряжений в нетронутым массиве пород по глубине их залегания, что позволяет разделить решение на два. Первое — решение дополнительной задачи, когда граничные условия формулируются на контуре выработки, и второе, когда на контуре выработки вектор внешних усилий равен нулю, а на бесконечности действуют постоянные сжимающие напряжения, пропорциональные глубине заложения выработки.

В настоящее время численные расчеты деформирования пород вокруг выработок стали определяющими [3–9], но не изменились идеи, заложенные в [1, 2]. Среди достаточно общих численных методов отметим вариационный, метод конечных элементов, интегральных преобразо-

ваний, граничных интегральных уравнений, дискретных элементов, разностные методы и др. Несмотря на кажущуюся простоту, их реализация вызывает значительные трудности, связанные с корректной формулировкой граничных условий и необходимостью обоснования полученных результатов [6, 8, 9]. При всей важности и определенной эффективности таких подходов им присущи разного рода недостатки, ограничивающие область их применения.

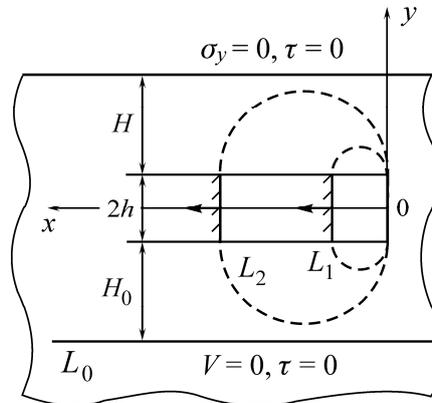


Рис. 1. Схема заглабленной очистной выработки для двух положений забоя L_1 и L_2

КЛАССИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРОД ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ

Рассмотрим случай деформирования массива пород с выработками (рис. 1). Принимая аналогично [1, 2] линейный закон распределения сжимающих напряжений в нетронутом массиве пород, имеем:

$$\sigma_y = -\gamma(H + h - y), \quad \sigma_x = -\lambda\gamma(H + h - y), \quad (1)$$

где γ — удельный вес пород; λ — коэффициент бокового отпора; $2h$ — высота выработки; H — расстояние от дневной поверхности до выработки.

Если извлечь из массива его часть в форме выработки и заменить, согласно (1), ее действия усилиями

$$\sigma_{y1} = -\gamma H, \quad \sigma_{y2} = -\gamma(H + 2h) \quad (2)$$

и

$$\sigma_x = -\lambda\gamma(H + h - y), \quad -h \leq y \leq h, \quad (3)$$

то породы будут находиться в равновесии. На свободной поверхности реальной выработки нормальные и касательные напряжения равны нулю. Чтобы представить процесс деформирования пород в окрестности выработки, необходимо иметь решение дополнительной задачи, которое в сумме с (2), (3) обеспечит нулевые значения напряжения на контуре и величины, определяемые (1) при $y = 0$, на бесконечности. Для этого достаточно рассмотреть математическую задачу для невесомой плоскости с растягивающими напряжениями на контуре отверстия, имитирующего выработку, равными по модулю (2), (3). Однако ее формулировка не закончена, так как главный вектор внешних усилий для дополнительной задачи отличен от нуля (в общем случае $\sigma_{y2} > \sigma_{y1}$). Аналитического решения такой задачи нет. При численном счете обычно предполагают, что на значительном расстоянии H_0 от выработки на линии L_0 выполняются условия:

$$V = 0, \quad \tau = 0 \quad \text{или} \quad V = 0, \quad U = 0, \quad (4)$$

где τ — касательные напряжения; U, V — компоненты смещений в направлении осей x и y . Условия (4) обеспечивают численный счет.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УЧЕТА СОБСТВЕННОГО ВЕСА ПОРОД ВОКРУГ ВЫРАБОТКИ

Проблема учета веса пород аналогична той, которая имеет место в классических обратных задачах. Тем не менее, из-за несовпадения результатов расчетов с натурными замерами смещений возникла необходимость определить влияние веса, для чего потребовалась дополнительная информация. Таким образом, должна рассматриваться либо новая модель массива пород, в которую входит собственный вес как параметр, либо нужно установить влияние веса по натурным замерам смещений кровли и почвы выработки, т. е. решить новый класс обратных задач.

Для изотропного массива пород с выработкой положим, что $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$, $\sigma_x = \lambda\gamma H$ (рис. 2) и перейдем к дополнительной задаче. При ее решении не учитывается вес пород, а искомые смещения пород кровли и почвы выработки равны по модулю. Считаем, что решение этой задачи существует. Однако вес пород вызывает различия в смещениях кровли и почвы выработки, наблюдаемые в натурных условиях.

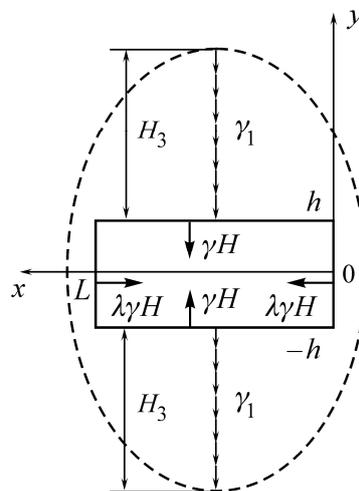


Рис. 2. Схема расчета удлинения волокна горной породы длиной H_3 от действия сосредоточенных усилий γH и равномерно распределенных усилий γ_1 от собственного веса

На рис. 2 штриховой линией выделена симметричная область влияния выработки. Предполагается, что при $|y| \geq H_3$ экспериментально определить смещения не удастся, т. е. считаем, что в этих точках смещения равны нулю. Вес пород направлен вниз, т. е. он растягивает породы кровли, а породы почвы сжимает на равные по модулю величины. Обозначим их V_1 . В результате получим аналогично [10] модули полных максимальных смещений для пород кровли

$$V_k = V + V_1, \quad (5)$$

а для пород почвы

$$V_n = V - V_1. \quad (6)$$

Из натурных наблюдений известно, что

$$V_k = kV_n, \quad (7)$$

где коэффициент $k > 1$. Подставляя (5), (6) в (7), находим

$$V_1 = \frac{k-1}{k+1} V, \quad (8)$$

т. е. смещения пород кровли и почвы, вызываемые их весом, пропорциональны смещениям, полученным из математического решения дополнительной задачи. Из (5) и (6) окончательно имеем

$$V_k = \frac{2k}{k+1}V, \quad V_n = \frac{2}{k+1}V. \quad (9)$$

Конвергенция пород кровли и почвы соответствует

$$V_k + V_n = 2V. \quad (10)$$

Представленная в настоящей статье теория является феноменологической, т. е. предполагает, что определение ее параметров осуществляется экспериментально на образцах. Коэффициент k также находится экспериментально. В рамках классической теории упругости это обратная задача, использующая дополнительную информацию о деформировании рассматриваемой области, и ее следует трактовать как обобщение классических некорректных задач, учитывающих вес пород. В предлагаемом методе расчета полные смещения и полные напряжения в окрестности выработки однозначно не связаны, та же ситуация наблюдается и при классическом подходе, но в обоих случаях главная роль принадлежит дополнительной задаче.

РАСЧЕТ СМЕЩЕНИЙ ОТ ВЕСА ПОРОД

Для сравнения особенностей деформирования пород кровли и почвы с учетом их собственного веса выделим волокно горной породы вдоль оси y при $x = 0.5L$ одинаковой длины H_3 и жесткости на растяжение и сжатие $E \cdot A$ (E — модуль Юнга, A — площадь сечения). Если совместить начало оси y_1 с точкой $y = H_3 + h$ и направить ее противоположно оси y , то приращение смещения Δ в произвольной точке y для пород кровли находится из соотношения (рис. 2)

$$\Delta = \int_0^{y_1} \frac{\gamma H + \gamma_1 y_1}{E \cdot A} dy_1 = \frac{\gamma H y_1 + 0.5 \gamma_1 y_1^2}{E \cdot A}.$$

Для точки $y = h$ ($y_1 = H_3$) полное удлинение волокна длиной H_3 будет

$$V_k = \int_0^{H_3} \frac{\gamma H + \gamma_1 y_1}{E \cdot A} dy_1 = \frac{H_3 (\gamma H + 0.5 \gamma_1 H_3)}{E \cdot A}. \quad (11)$$

Для пород почвы направления действия $\sigma_y = \gamma H$ и их веса противоположны (рис. 2). Отсюда

$$V_n = \int_0^{H_3} \frac{\gamma H - \gamma_1 y_1}{E \cdot A} dy_1 = \frac{H_3 (\gamma H - 0.5 \gamma_1 H_3)}{E \cdot A}. \quad (12)$$

В результате отношение смещений пород кровли и почвы, как следует из (11), (12), равно

$$k = \frac{\gamma H + 0.5 \gamma_1 H_3}{\gamma H - 0.5 \gamma_1 H_3}, \quad (13)$$

что согласуется с [10], если допустить $H_3 = H$ и $\gamma = \gamma_1$.

В соотношениях (11)–(13) используются два значения удельного веса — γ и γ_1 : первое предполагает некоторое усреднение в $\sigma_y = \gamma H$, а второе непосредственно относится к удельному весу пород. Выражение (13) получено для изотропного массива пород с выработкой.

Для кусочно-однородного массива пород с выработкой, пройденной по пласту полезного ископаемого с модулем Юнга E_2 , коэффициентом Пуассона μ_2 и удельным весом γ_2 , упругие характеристики и удельные веса пород кровли и почвы выработки будут $E_1\mu_1\gamma_1$ и $E_3\mu_3\gamma_3$ (рис. 3).

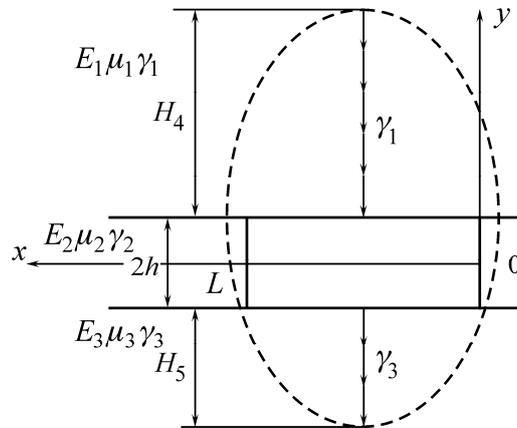


Рис. 3. Схема кусочно-однородного массива пород с выработкой

Аналогично изотропному массиву смещения пород кровли и почвы следующие:

$$V_k = \int_0^{H_4} \frac{\gamma H + \gamma_1 y_1}{E_1 A} dy_1 = \frac{H_4 (\gamma H + 0.5 \gamma_1 H_4)}{E_1 A}, \quad (14)$$

$$V_n = \int_0^{H_5} \frac{\gamma H - \gamma_3 y}{E_3 A} dy = \frac{H_5 (\gamma H - 0.5 \gamma_3 H_5)}{E_3 A}. \quad (15)$$

Окончательно для случая, представленного на рис. 3, получим

$$k = \frac{E_3 H_4 (\gamma H + 0.5 \gamma_1 H_4)}{E_1 H_5 (\gamma H - 0.5 \gamma_3 H_5)}. \quad (16)$$

Для изотропного массива пород при $H_4 = H_5 = H_3$ соотношение (16) соответствует (13).

Отдельно стоит вопрос о выборе длины волокна в породах кровли и почвы выработки. При расчете их удлинения по формулам (14), (15) принимались значения H_4 и H_5 , которые определяются областью влияния выработки после решения дополнительной задачи. При $\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = \gamma H$ их числовые значения в породах кровли и почвы выработки в кусочно-однородном массиве различны.

Рассмотрим вклад σ_x в коэффициент k для случая изотропного массива пород. Выделяемое волокно в породах кровли и почвы под действием бокового распора нагружено касательными напряжениями

$$\tau = f \sigma_x,$$

где f — коэффициент трения. По определению трение направлено против движения, поэтому добавка смещений от $\tau = f \lambda \gamma y$ войдет под интегралы в числителе (11) и (12) со знаком минус.

Полученное удлинение относится к волокну с координатой $x = 0.5L$, а при других значениях x необходимо учитывать поле напряжений дополнительной задачи, влияющее на удлинение. В зоне опорного давления картина противоположна рассмотренной в выработке. В породах кровли собственный вес и опорное давление направлены в разные стороны, а в почве они совпадают и направлены вниз, что обеспечивает различие смещений $V_k > V_n$ или $V_k = k V_n$.

Вне выработки собственный вес исключается, и только за счет деформации пласта могут появиться смещения, хотя опорное давление на пласт не меняется и равно давлению, полученному из решения дополнительной задачи. Согласно формулировке дополнительной задачи, коэффициент k определяется с помощью экспериментов, традиционных для феноменологической теории.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Если известны натурные смещения $V_k(x)$ и $V_n(x)$, то приходим к теоретическим смещениям $V(x)$ аналогично (10):

$$V(x) = 0.5(|V_k(x)| + |V_n(x)|), \quad (17)$$

отвечающим математическому решению классической задачи без учета веса горных пород при $\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = \gamma H$. Решая обратную задачу по смещениям (17) и условию $\tau = 0$ на контуре выработки, находим значения напряжений $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$ без предположения их равенства γH . Обычно получаем замеры V_k и V_n в точке или приращения $V_k + \Delta V_k$ и $V_n + \Delta V_n$ за одно подвигание забоя. Полагая, что $V_k = kV_n$ и $\Delta V_k = k\Delta V_n$, последовательными приближениями уточняются k и $\gamma H = \sigma_{y1}$. Необходимо отметить, что рассмотренная процедура применима для выработки небольшой протяженности. Дело в том, что на различие замеров V_k и V_n существенное влияние оказывает возможное расслоение пород кровли. Если же замерять приращение смещений за одно подвигание забоя в виде $\Delta V_k = k\Delta V_n$, где k совпадает со значением k , полученным до последнего подвигания забоя, то расслоения нет, в противном случае начинается расслоение в кровле.

Проиллюстрируем алгоритм расчета деформирования массива горных пород вокруг выработки с учетом их веса на примере изотропных пород (рис. 2). Считаем известными натурные замеры смещений $V_k(x)$ и $V_n(x)$, которые обуславливают, ввиду симметрии граничных условий $\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = \gamma H$, равные смещения кровли и почвы $V(x)$ в (17). Строится расчетная схема, для которой с помощью классического подхода определяются геометрические, физические и граничные условия дополнительной задачи. Решается прямая дополнительная задача, где выбраны величины γH , λ , E (для простоты полагаем, что коэффициент Пуассона пород равен 0.25). В результате расчета находим вертикальные смещения кровли и почвы выработки $V_1(x)$. Варьируя величину γH , добиваемся соответствия $V_1(x)$ и $V(x)$ из (17). Меняя λ , достигаем еще большего соответствия этих величин, и фиксируем λ . Аналогично определяем влияние модуля Юнга на значение $V_1(x)$. Напряженное состояние на последнем шаге является искомым решением дополнительной задачи, а для оценки вертикальных смещений выполним расчет среднего значения k , по которому в любой точке кровли или почвы смещения вычисляются по формулам (9).

На практике определение натурных замеров V_k и V_n на $0 \leq x \leq L$, $-h \leq y \leq h$ — дорогостоящее мероприятие. Обычно имеем замеры приращений ΔV_k и ΔV_n в одной точке за одно подвигание забоя. Процедура расчета напряженно-деформированного состояния в этом случае будет стандартной, но основное правило обратных задач остается — чем больше дополнительной информации, тем точнее данные о деформировании пород. В то же время полученные в работе теоретические значения k могут использоваться для прогноза не только деформирования, но и разрушения горных пород. Поскольку разрушение начинается в одной точке, симметрия деформирования исключена, и именно влияние веса пород приводит к несимметричности.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЗАМЕРОВ СМЕЩЕНИЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ $V_k \gg V_n$

Известно [15], что смещения почвы V_n на порядок меньше, чем смещения кровли V_k . Возникает вопрос, от чего это зависит: от модуля Юнга E_2 , удельного веса γ_2 пород почвы, малой области влияния выработки в породах почвы или от повышенного давления. Поэтому необходимо понять процессы, происходящие в горном массиве с увеличением глубины. Малые смещения пород почвы обусловлены, с одной стороны, малой областью влияния выработки, а с другой — бóльшим модулем Юнга пород почвы по сравнению с параметрами кровли (рис. 4).

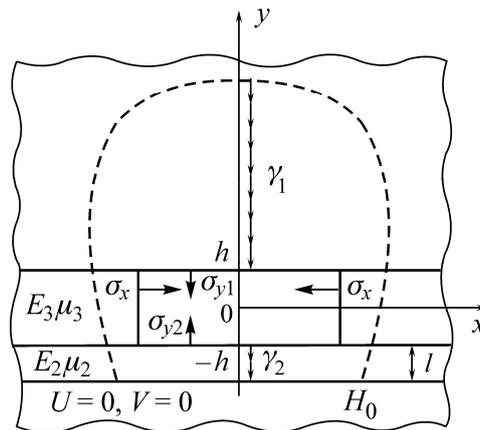


Рис. 4. Расчетная схема деформирования пород для случая $V_{k0} \gg V_{n0}$

Смещения кровли и почвы пласта определяются ростом давления с глубиной. В первом случае достаточно провести линию H_0 , ограничивающую область влияния выработки в пределах почвы, ниже которой смещения тождественно равны нулю, а условия на H_0 соответствуют $V = 0, U = 0$. Во втором случае рассмотрим особенности поведения массива пород в окрестности заглубленной выработки, увеличив модуль Юнга пород почвы E_2 по сравнению с E_1 . Будем считать известными натурные замеры смещений V_{k0} и V_{n0} .

Рассчитаем напряженно-деформированное состояние массива в окрестности выработки и вычислим полные смещения V_k и V_n . Если окажется, что $V_k = V_{k0}$ и $V_n = V_{n0}$, то расчет закончен и полученные значения напряжения считаются лучшими приближениями к истинным. Если же результаты не совпадут, то, изменяя l и E_2 , уточним значения смещений и зафиксируем первое приближение $l = l_1$ и $E_2 = E_{21}$. Варьируя $\sigma_{y1} = \gamma H$, достигнем некоторого совпадения $V_{k0} \approx V_{k1}$ и $V_{n0} \approx V_{n1}$ при $\sigma_{y1} = (\gamma H)_1$. Перебираем все параметры, определяем их влияние на точность решения, фиксируя численные значения, и заканчиваем первый цикл приближения. Число циклов зависит от наперед заданной точности совпадений V_k и V_n с соответствующими натурными замерами смещений.

Еще раз подчеркнем важность знания механических и физико-химических процессов в массиве пород на больших глубинах. Даже для изотропного массива пород с выработкой необходимо принять либо l достаточно малым, либо $E_2 > E_1$ для пород почвы и кровли (рис. 4).

Сравнивая рассмотренные два случая, отметим, что первый приводит к приближенному решению быстрее, чем второй. Для кусочно-однородного массива пород с выработкой число варьируемых параметров существенно возрастает, что при обратных задачах создает проблему

труднорешаемых задач. В нашем примере наличие системы сингулярных интегральных уравнений, связывающих значение компонентов напряжений и смещений на границах и контактных линиях, позволяет записать решение в квадратурах для любой из трех основных задач теории упругости. При этом используется предложенная теория с отношениями (5)–(17). Если $V_k \gg V_n$, необходима дополнительная информация, характеризующая породы почвы, и один из двух рассмотренных случаев.

Если подстилающий слой не выдерживает больших напряжений и выдавливается в выработку, то это представляет собой отдельный случай из многообразия ситуаций в горном массиве. Для дополнительной задачи условие $V = 0$, $U = 0$ на H_0 справедливо, даже если $\sigma_{y1} \neq \sigma_{y2}$. Если подработать одиночную выработку другой, то линия H_0 уже не имеет того смысла, что на рис. 4, и ее нужно перенести ниже второй выработки, а расстояние l до нее будет иным. Необходимо отметить, что если выдавливание пород в выработку отсутствует как в общем, так и в частном случаях, то не будет соответствия между расчетными и действующими напряжениями.

Таким образом, классические постановки задач по расчету напряженно-деформированного состояния массива вокруг выработки некорректны и требуют более точной формулировки. Даже простые расчетные схемы массива пород с выработкой содержат более десятка характеризующих их параметров, задаваемых в расчетах априори.

ВЫВОДЫ

Предложена феноменологическая теория, позволяющая учесть влияние собственного веса пород на напряженно-деформированное состояние массива в окрестностях выработки. Расчет геомеханического состояния массива горных пород основан на большом числе геометрических, физических и механических параметров, задаваемых обычно априори. При решении обратных задач, используя натурные данные о смещениях, такие параметры необходимо определять с начала отработки пласта полезного ископаемого.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михлин С. Г. О напряжениях в породе над угольным пластом // Изв. АН СССР. ОТН. — 1972. — № 8. — С. 13–28.
2. Баренблатт Г. И., Христианович С. А. Об обрушении кровли при горных выработках // Изв. АН СССР. ОТН. — 1955. — № 11. — С. 73–86.
3. Hong Shen and Syed Muntazir Abbas. Rock slope reliability analysis based on district element method and random set theory, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2013, Vol. 61. — P. 15–22.
4. Серяков В. М. Об одном способе учета реологических свойств горных пород при расчете напряженно-деформированного состояния массива в зоне подработки // ФТПРПИ. — 2010. — № 6. — С. 26–32.
5. Савченко С. Н. Деформирование геологической среды при отработке двух продуктивных пластов Штокмановского месторождения // ФТПРПИ. — 2010. — № 6. — С. 44–51.
6. Li X., Li D., Liu Zh., Zhao G., and Wang W. Determination of the minimum thickness of crown pillar for safe exploitation of a subsea gold mine based on numerical modeling, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2013, Vol. 57. — P. 42–56.

7. **Clausen J.** Bearing capacity of circular footing on a Hock–Brown material, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2013, Vol. 57. — P. 34–41.
8. **Неверов С. А., Неверов А. А.** Геомеханическая оценка устойчивости выработок выпуска руды при системах с обрушением // *ФТПРПИ*. — 2013. — № 3. — С. 69–76.
9. **Bahareh Vazhbakht and Attila M. Zsaki.** Finite element mesh optimization method incorporating geologic features for stress analysis of underground excavations, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2011. — P. 111–119.
10. **Миренков В. Е.** Об одном методе расчета напряженно-деформированного состояния массива горных пород вокруг выработок с учетом весовых характеристик // *ФТПРПИ*. — 2016. — № 3. — С. 20–26.
11. **Опарин В. Н., Киряева Т. А., Гаврилов В. Ю. и др.** О некоторых особенностях взаимодействия между геомеханическими и физико-химическими процессами в угольных пластах Кузбасса // *ФТПРПИ*. — 2014. — № 2. — С. 3–18.
12. **Mirenkov V. E.** Finite stress in fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics*, 1994, Vol. 48, No. 1. — P. 63–65.
13. **Курленя М. В., Миренков В. Е., Шутов В. А.** Особенности деформирования пород в окрестности выработки на больших глубинах // *ФТПРПИ*. — 2014. — № 6. — С. 4–10.
14. **Бычков И. В., Владимиров Д. Я., Опарин В. Н., Потапов В. П., Шокин Ю. И.** Горная информатика и проблема “больших данных” в построении комплексных мониторинговых систем безопасности недропользования // *ФТПРПИ*. — 2016. — № 6. — С. 163–179.
15. **Грицко Г. И., Власенко Б. В., Посохов Т. Е., Миренков В. Е. и др.** Прогнозирование и расчет проявлений горного давления. — Новосибирск: Наука, 1980. — 159 с.

Поступила в редакцию 28/II 2017