

15. Гешев П. И., Ездин Б. С. Расчет профиля скорости и формы волны на стекающей пленке жидкости // Гидродинамика и тепломассообмен течений жидкости со свободной поверхностью: Сб. науч. тр.— Новосибирск, 1985.
16. Bach P., Villadsen J. Simulation of the vertical flow of a thin, wavy film using a finite-element method // Int. J. Heat Mass Transfer.— 1984.— V. 27, N 6.
17. Демехин Е. А., Каплан М. А. Построение точных численных решений типа стационарной бегущей волны в тонких слоях вязкой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1990.— № 3.
18. Orszag S. A., Patterson G. S. Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence // Phys. Rev. Lett.— 1972.— V. 28, N 1.
19. Orszag S. A., Israeli M. Numerical simulation of viscous incompressible flows // Ann. Rev. Fluid Mech.— Palo Alto, Calif., 1974.— V. 6.— P. 281.
20. Гапонов В. А. Пакет подпрограмм быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов.— Новосибирск, 1976.— (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т теплофизики; № 14—76).
21. Gottlieb D., Lustman L. The Dufort-Frankel Chebyshev method for parabolic initial boundary value problems // Computers and Fluids.— 1983.— V. 11, N 2.
22. Gear C. W. Numerical initial value problems in ordinary differential equations.— Englewood Cliffs; N. Y.: Prentice-Hall, 1971.
23. Шуман У., Гретцбах Г., Кляйзер Л. Прямые методы численного моделирования турбулентных течений // Методы расчета турбулентных течений.— М.: Мир, 1984.
24. Пейре Р., Тейлор Т. Д. Вычислительные методы в задачах механики жидкости.— Л.: Гидрометеиздат, 1986.

г. Новосибирск

Поступила 17/XI 1992 г.,
в окончательном варианте — 16/II 1993 г.

УДК 532.526.2

Н. Н. Пилюгин, Р. Ф. Талипов, С. В. Утюжников

О ТОЧНОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

В последнее время практический интерес представляет исследование характеристик поля течения и теплообмена около затупленных тел при наличии существенной неравномерности набегающего сверхзвукового потока. В [1] рассматриваются результаты экспериментального и теоретического исследования сопротивления, теплообмена и газодинамической картины течения около пары тел, одно из которых находится в сверхзвуковом потоке за другим телом. Экспериментальные результаты в [1] получены при относительно небольшом расстоянии между телами (не более двадцати калибров). В случае же большого взаимного удаления тел (на расстояние в несколько сотен калибров) исследование проводится с использованием теоретических методов [2—6]. В [2, 3] получены асимптотические решения задачи обтекания затупленного тела неравномерным потоком типа следа при умеренных ($Re_\infty < 10^3$) и больших ($Re_\infty > 10^3$) числах Рейнольдса. В [1, 4—6] в результате численного решения уравнений тонкого вязкого ударного слоя (в предположении, что ударная волна эквидистантна поверхности тела) получены зависимости для коэффициентов теплообмена, трения и критерия безотрывного обтекания от параметров задачи.

При равномерном набегающем потоке метод тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС) приводит к результатам, удовлетворительно согласующимся с расчетами по более точным методам [7, 8]. В случае обтекания затупленного тела неравномерным сверхзвуковым потоком типа дальнего следа вопрос о применимости метода ТВУС [4—6] и асимптотических формул [2, 3] исследован недостаточно.

© Н. Н. Пилюгин, Р. Ф. Талипов, С. В. Утюжников, 1994

Особенно сложно доказать сходимость асимптотических разложений к точному решению задачи при наличии нескольких малых параметров, по которым проводятся разложения ($\epsilon = \rho_\infty/\rho_s$, $Re_\infty^{-1/2}$, M_∞^{-2} и т. д., где ρ_∞ , ρ_s — плотность в набегающем потоке и за скачком, Re_∞ , M_∞ — числа Рейнольдса и Маха). Ответ на эти вопросы может быть получен либо из систематических сопоставлений рассчитанных газодинамических параметров в широком диапазоне с результатами специально поставленных аэродинамических экспериментов (что часто сложно или невозможно), либо из сравнения с численными решениями более точных (неупрощенных) уравнений газодинамики.

В данной работе исследование неравномерного сверхзвукового обтекания затупленных тел проводится на основе уравнений полного вязкого ударного слоя (ПВУС), для численного решения которых применяется эффективный метод глобальных итераций [7—11]. Высокая точность и быстродействие этого метода применительно к уравнениям ПВУС подтверждены ранее путем сопоставления с экспериментом и результатами численного решения уравнений Навье — Стокса методом установления [7, 9, 10].

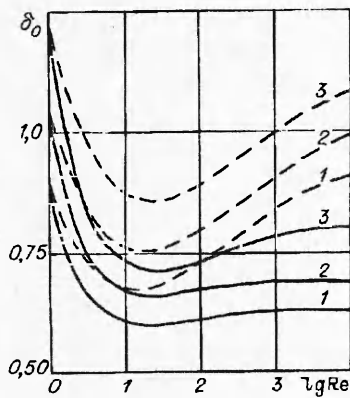
Как показано в настоящей работе, в случае малых чисел Рейнольдса ($Re_\infty = 50-100$) асимптотические формулы для теплового потока из [2] дают практически те же результаты, что и численное решение уравнений ТВУС. В результате сопоставлений численного решения уравнений ПВУС и ТВУС показано, что в случае неравномерного набегающего потока типа следа метод ТВУС приводит к существенно заниженным (до 40 %) значениям теплового потока в окрестности критической точки. Критические значения расстояния между двумя телами (одно из которых находится в следе другого), при которых на лобовой части заднего тела возникает отрывная зона, полученные в расчете по методу ТВУС, приблизительно в 1,5—2 раза больше, чем при использовании уравнений ПВУС.

1. Постановка задачи. Рассматривается стационарное сверхзвуковое обтекание гладкого затупленного тела неравномерным потоком вязкого совершенного газа (типа дальнего следа). Система уравнений ПВУС в переменных типа Дородницына приведена в [9, 10], граничные условия подробно изложены в [7]. Использован конечно-разностный метод решения уравнений повышенного порядка точности аналогично тому, как в [7—9].

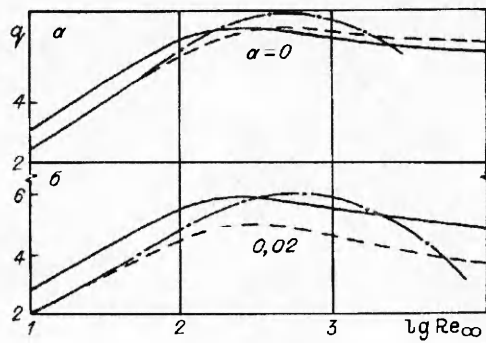
После решения разностных уравнений вычисляются распределения безразмерных теплового потока по поверхности q_w , коэффициента трения C_f и отход ударной волны δ в зависимости от продольной координаты x , параметров неравномерности a , b , c [7], чисел Рейнольдса $Re_\infty = \rho_\infty V_\infty R_0 / \mu_\infty$ и Маха M_∞ .

2. Точность асимптотических решений при умеренных числах Рейнольдса. В [2] было получено асимптотическое решение в окрестности критической линии уравнений ТВУС слоя при $Re \leq 10^3$, $M_\infty \gg 1$, $\epsilon Re = O(1)$. С целью выяснения точности асимптотических формул, приведенных в [2], проведем их сравнение с численным решением ТВУС и ПВУС. На рис. 1 представлена зависимость отхода скачка уплотнения $\delta_0 = y_{s0}/\epsilon R_0$, где $\epsilon = \frac{\gamma-1}{2\gamma}$, $Re = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_0}$, $\mu_0 = \mu(T_0)$, T_0 — температура торможения, от числа Рейнольдса для числа Прандтля $Pr = 0,7$, $H_w = 0,15$, $M_\infty \rightarrow \infty$, $b = 7,2$, $c = 3,0$ при $a = 0$; 0,02 и 0,04 (кривые 1—3 соответственно). Сплошные кривые отвечают численному решению ТВУС, штриховые — расчету по формуле из [2]. Отметим, что при больших Re сплошные кривые выходят на асимптоты. С уменьшением Re отход скачка возрастает*. Увеличение параметра неравномерности a приводит к значительному росту отхода скачка при всех Re . С увеличением параметра a и Re соответствие численного и аналитического решений для отхода скачка ухудшается (при $Re > 10^2$ от-

* Отметим, что численные и аналитические результаты при $10 < Re < 50$ носят предварительный качественный характер и требуют уточнения в области перехода к модели разреженного газа.



Р и с. 1



Р и с. 2

личие более 20 %). На рис. 2 представлена зависимость теплового потока $q = C_H \sqrt{Re_\infty}$ в критическую точку от Re_∞ , рассчитанная по модели ПВУС (сплошные линии), ТВУС (штриховые) и по формулам из [2] (штрихпунктирные) в равномерном (а) и неравномерном (б) потоках. Остальные параметры следующие: $M_\infty = 20$, $T_w/T_0 = 0,1$, $Pr = 0,7$, $b = 7,2$, $c = 3$. Из рис. 2 видно, что аналитическое решение и расчет ТВУС хорошо согласуются в равномерном и неравномерном случаях при $Re_\infty \leq 500$. С увеличением a и Re_∞ соответствие результатов ТВУС и ПВУС заметно ухудшается. Согласование результатов аналитического решения [2] с расчетом уравнений ПВУС в пределах 10 % имеет место в диапазоне $10^2 \leq Re_\infty \leq 3 \cdot 10^3$.

3. О критерии моделирования при неравномерном обтекании. Как показано в [3—7], при использовании модели гиперзвукового (тонкого) вязкого ударного слоя влияние неравномерности набегающего потока типа следа сказывается в окрестности критической линии через параметр (при $\epsilon \rightarrow 0$)

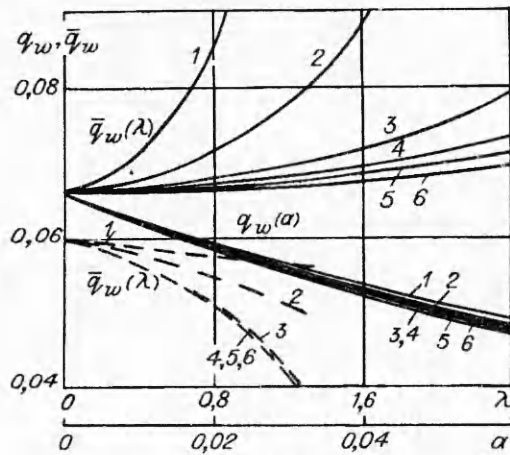
$$\lambda = \frac{2ab(1+c)}{1-a},$$

входящий в разложение градиента давления $\frac{dp}{dx}$ в ряды по степеням x . Расчеты с использованием модели ПВУС показывают, что параметр λ не может быть использован в качестве критерия подобия при обтекании затупленных тел неравномерным потоком типа дальнего следа. Для доказательства этого утверждения рассмотрим сопоставление результатов.

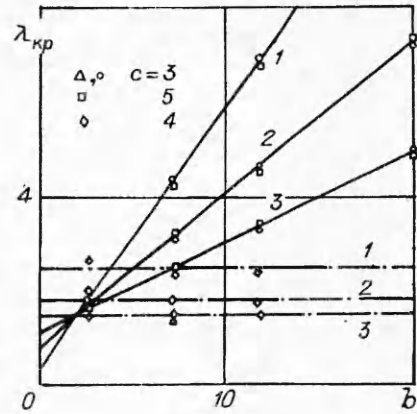
На рис. 3 показана зависимость теплового потока q_w в критическую точку (обезразмеренного в соответствии с [5, 6])

$$(3.1) \quad \bar{q} = \frac{q_w}{B(1-a)}, \quad B = 1 + c \left(1 - \frac{1}{(1-a)^2} \right)$$

от параметра λ при следующих значениях определяющих параметров: $M_\infty = 20$, $Re_\infty = 10^4$, $T_w/T_0 = 0,1$. Кривые 1—6 соответствуют значениям параметра $b = 1,7; 3,05; 5,4; 7,2; 9,6; 12,8$, а c постоянно и равно трем. Сплошные линии отвечают решению уравнений ПВУС, штриховые — ТВУС. Из рис. 3 видно, что с уменьшением параметра b ($b \leq 3$) кривые для \bar{q}_w расслаиваются, особенно для более точных уравнений ПВУС. Вид зависимостей $\bar{q}(\lambda)$ для ПВУС и ТВУС носит разный характер. Отметим, что зависимости $q_w(a)$ в обоих случаях носят монотонно убывающий характер. Отличие же зависимостей $\bar{q}(\lambda)$ связано, во-первых, с более резким убыванием теплового потока q_w с ростом неравномерности (параметра a) в случае ТВУС, что обусловлено предположением об эквидистантности формы ударной волны и формы тела, во-вторых, с нормировкой q_w на переменный от a комплекс $B(1-a)$ по формуле (3.1). Вместе с тем кривые теплового потока q_w (соответствующие решению уравнений ПВУС), построенные в зависимости



Р и с. 3



Р и с. 4

от параметра a для тех же значений b , лежат в узком пучке, что видно из рис. 3 (сплошные кривые 1—6 внизу).

Таким образом, более строгий расчет по модели ПВУС позволил установить, что использование параметра a имеет определенные преимущества по сравнению с параметром λ , так как кривые $q_w(a)$ носят почти универсальный характер. В [5, 6] предлагается вместо критерия перехода к отрывному течению $a_{кр} = a_{кр}(b, c, Re_\infty, M_\infty, T_w)$, полученному в [1—4], использовать критерий

$$\lambda_{кр} = \lambda_{кр}(Re_\infty, M_\infty, T_w).$$

На рис. 4 построена зависимость $\lambda_{кр}$ от b при $Re_\infty = 10^2, 10^3, 10^5$ (линии 1—3). Сплошными линиями отмечен расчет по модели ПВУС, штрихпунктирными — расчет по модели ТВУС [1, 4—6]. Видно слабое влияние c на $\lambda_{кр}$. Отметим, что значения $\lambda_{кр}$, полученные по модели ТВУС, практически не зависят от b и c при фиксированном Re_∞ . При $Re_\infty \rightarrow \infty$ хорошую точность дает асимптотическое значение $\lambda_{кр} = 4/3$, полученное в [5, 6]. Расчет по модели ПВУС (сплошные линии) приводит к линейной зависимости $\lambda_{кр}$ от параметра b при фиксированном Re_∞ . Представленные на рис. 4 зависимости подтверждают вывод [5, 6], что модель ТВУС приводит к критерию отрыва в виде $\lambda_{кр} = const$. Однако расчет по более точной модели ПВУС, учитывающей передачу возмущений вверх по потоку, показывает, что критерий $\lambda_{кр} = const$ неверен.

В данной работе в качестве критерия отрыва предлагается использовать формулу

$$(3.2) \quad a_{кр} = \{1 + \varphi(b, c, Re_\infty)\}^{-1}, \quad \varphi = \frac{2b(1+c)}{1.5 + (0.2 + 3.8 Re_\infty^{-1/2})(b-2)},$$

полученную в результате обработки рассчитанных по модели ПВУС критических значений параметров неравномерности.

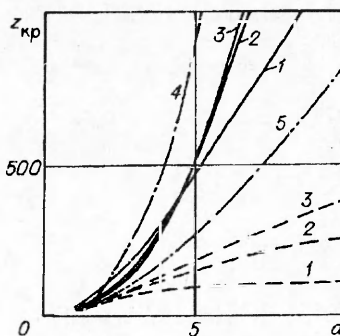
Используя критерий (3.2) и формулы, приведенные в [1, 3], можно определить критические значения расстояния $z_{кр}$ между двумя телами, при которых происходит переход к отрывному режиму течения на лобовой поверхности заднего тела, находящегося в сверхзвуковом дальнем следе. На рис. 5 представлены полученные таким образом зависимости $z_{кр}$ от отношения диаметров заднего тела к переднему $d = d_2/d_1$ при фиксированных числах Рейнольдса и Маха. Сплошные кривые соответствуют $M_\infty = 25$, штриховые — $M_\infty = 5$, линии 1—3 — расчеты при $Re_\infty = 10^2, 10^3, 10^5$, а 4, 5 — критические значения $z_{кр}$, полученные в [6] с использованием критерия $\lambda_{кр} = 4/3$ при $M_\infty = 25$ и 5 соответственно. Отметим, что эти зависимости $z_{кр}(d)$ хорошо согласуются также с результатами из [1, 3] при $\epsilon \rightarrow 0$.

Из рис. 5 видно, что при небольших значениях d ($d \leq 2$) модели ТВУС и ПВУС дают близкие зависимости $z_{кр}(d)$, что следует также из близости $\lambda_{кр}$ при малых b (см. рис. 4). При $d > 2$ модель ТВУС приводит к завышенным в $1,5 \div 2$ раза значениям $z_{кр}$ по сравнению с результатами ПВУС в случае $Re_\infty \rightarrow \infty$.

Расчет по модели ПВУС показывает, что с увеличением M_∞ , Re_∞ и параметра d значения $z_{кр}$ возрастают. При умеренно больших значениях числа Маха ($M_\infty = 5 \div 8$) влияние относительных размеров тел сказывается слабо, особенно при умеренных числах Рейнольдса ($Re_\infty \approx 10^2 \div 10^3$). Так, при $Re_\infty = 10^2$, $M_\infty = 5$ значения $z_{кр}$ выходят на асимптоту при $d \geq 5$. С увеличением числа Маха роль относительных размеров резко возрастает, при этом критические значения $z_{кр}$ быстрее, чем при умеренных числах Маха, выходят на предельные значения по числу Рейнольдса. Отметим также слабое влияние чисел Маха и Рейнольдса на $z_{кр}$ в случае близких относительных размеров тел ($d = 1 \div 2$).

В результате расчетов установлено, что для каждого фиксированного числа Маха имеется такое значение d_* , при котором отсутствует влияние вязкости на $z_{кр}$, что согласуется с асимптотическими решениями [3]. При $d > d_*$ с возрастанием Re_∞ резко увеличиваются и значения $z_{кр}$.

Таким образом, приведенные примеры расчетов показывают, что с увеличением параметров неравномерности применимость метода ТВУС ухудшается. Основная причина этого заключается в предположении об эквидистантности ударной волны и поверхности тела. Метод ПВУС показал хорошую работоспособность в случае неравномерного обтекания тел, а предложенный метод расчета потребовал приблизительно на два порядка меньше итераций, чем метод установления для уравнений Навье — Стокса.



Р и с. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н., Хлебников В. С., Юницкий С. А. Исследование аэродинамических характеристик и теплообмена тел в неравномерных сверхзвуковых потоках газа. — М.: Изд-во МГУ, 1988.
2. Пилюгин Н. Н., Талипов Р. Ф. Гиперзвуковое обтекание затупленного тела неравномерным потоком вязкого газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1986. — № 6. — С. 120—125.
3. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н. Теплообмен и сопротивление тела, расположенного в дальнем сверхзвуковом следе // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1986. — № 2. — С. 60—67.
4. Еремейцев И. Г., Пилюгин Н. Н., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя около затупленных тел при неравномерном обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1987. — № 3. — С. 154—159.
5. Пейгин С. В., Тимченко С. В. Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в неравномерном потоке газа в окрестности критической точки // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1987. — № 6. — С. 136—145.
6. Бородин А. М., Пейгин С. В., Тимченко С. В. Пространственный тонкий вязкий ударный слой в неравномерном потоке газа при отсутствии в течении плоскостей симметрии // Математическое моделирование. — Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР. — 1989. — Т. 1, № 11. — С. 51—57.
7. Пилюгин Н. Н., Талипов Р. Ф. Численное исследование неравномерного обтекания сферы в рамках модели вязкого ударного слоя // ПМТФ. — 1991. — № 5. — С. 62—67.
8. Тирский Г. А., Утюжников С. В. Сравнение моделей тонкого и полного вязкого ударного слоя в задаче сверхзвукового обтекания притупленных конусов вязким газом // ПММ. — 1989. — Т. 53, вып. 6. — С. 963—970.
9. Васильевский С. А., Тирский Г. А., Утюжников С. В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // ЖВММФ. — 1987. — Т. 27, № 5. — С. 741—750.

10. Васильевский С. А., Тирский Г. А. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Исследования по гиперзвуковой аэродинамике и теплообмену с учетом неравновесных химических реакций.— М.: Изд-во МГУ, 1987.— С. 5—24.
11. Пилюгин Н. Н., Талипов Р. Ф. Численное решение уравнений вязкого ударного слоя при неравномерном обтекании затупленных конусов // Исследование газодинамических и физических явлений в аэробаллистических экспериментах.— М.: Изд-во МГУ, 1992.— С. 80—90.

г. Москва

Поступила 12/X 1992 г.,
в окончательном варианте — 8/II 1993 г.

УДК 532.527

С. К. Бетяев, А. М. Гайфуллин, С. В. Гордеев

ДВЕ ФОРМЫ ОТРЫВА ЖИДКОСТИ ОТ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Экспериментальные исследования отрывных образований указывают на многообразие их форм [1]. Даже при обтекании тел несложной конфигурации структура отрывного образования еще недостаточно изучена, что заставляет в численных расчетах пользоваться априорными схемами отрывного течения. Поэтому экспериментальное изучение данного вопроса кроме чисто познавательного имеет и прикладное значение.

В гидротрубе с размером рабочей части 150×150 мм исследовалось обтекание модели, состоящей из двух пластин, соединенных между собой таким образом, чтобы плоскость, проходящая через заднюю кромку первой пластины и переднюю кромку второй, была перпендикулярна плоскости первой из них (рис. 1). Между пластинами имелся зазор. Первая пластина, установленная вдоль потока, плоская, а вторая — изогнутая по дуге окружности. Передняя кромка второй пластины запрофилирована для устранения срывов. К задней кромке первой пластины и передней кромке второй подводились дренажные трубки с красителем для визуализации течения. Длина второй пластины 85 мм, радиус ее закругления 55 мм.

Цель эксперимента — исследование взаимодействия пограничных слоев, образующихся на двух пластинах. Типичная картина этого взаимодействия показана на рис. 2. Такое взаимодействие, по-видимому, должно моделировать течение в окрестности зазора между крылом и закрылком. Обтекание такой конфигурации в определенном диапазоне чисел Рейнольдса Re приводит к отсоединенному отрыву [2].

Течение имеет два характерных масштаба: l — длина первой пластины, которая в данном эксперименте составляла 100 мм, и $h \ll l$ — расстояние между пластинами. Поэтому всю область течения можно разбить на две подобласти: внешнюю, связанную с глобальным обтеканием модели, и внутреннюю, связанную с течением около зазора.

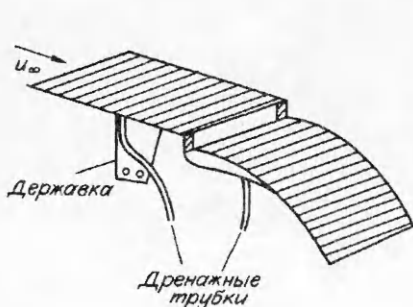


Рис. 1

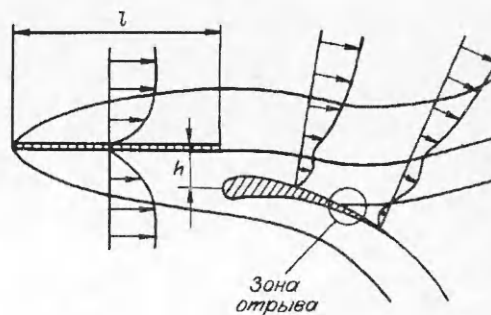


Рис. 2